CODE ET MANUEL D'APPLICATION POUR LE CALCUL ET L'EXÉCUTION DU BÉTON ARMÉ

Rédigé

par une Commission d'Experts

de l'UNESCO

DUNOD
PARIS
1968

CODE ET MANUEL D'APPLICATION POUR LE CALCUL ET L'EXÉCUTION DU BÉTON ARMÉ

Rédigé par une Commission d'experts de l'UNESCO

Pour faciliter l'exécution de divers projets d'assistance technique dans les pays en voie de développement, l'UNESCO procède à des études approfondies dans des domaines tels que la normalisation, les règles technologiques et les guides pour la conception et la construction d'ouvrages techniques, domaines qui semblent se prêter le mieux à la transmission des connaissances technologiques à ces pays.

L'absence de normes, règles et guides de ce genre, risque d'entraver sérieusement le progrès économique. On utilise souvent des normes ou des règles étrangères qui ne sont pas toujours les plus appropriées, eu égard aux conditions climatiques ou au niveau de développement social et économique des pays intéressés. Aussi la rédaction et la mise au point de tels documents constituent-t-elles une question importante pour le progrès économique des pays en voie de développement.

Rédigée par une Commission internationale d'experts nommés par l'UNESCO, la première partie ou « Code pour le calcul et l'exécution du béton armé » constitue une tentative d'unification dans un domaine particulièrement important pour le développement économique.

En effet, l'existence d'un code international du béton armé devrait faciliter dans une large mesure la tâche des entreprises contribuant aux grands travaux de développement économique dans diverses régions et permettre la réalisation plus aisée des projets entrepris sous une forme communautaire par les différents pays. A ce titre, nul doute que cet ouvrage intéressera non seulement les pays en voie de développement, mais aussi les ingénieurs et techniciens des pays industrialisés.

Voir suite sur le deuxième rabat

Enfin, l'unification des règles du béton armé devrait se révéler particulièrement utile dans le domaine de l'enseignement et de la formation des ingénieurs et techniciens. Les professeurs des universités techniques et des écoles d'ingénieurs, et tout particulièrement les experts chargés de mission pédagogique dans les divers pays en voie de développement, accueilleront sans doute très favorablement cette initiative de l'UNESCO, de nature à faciliter singulièrement leur tâche.

Dans cet ordre d'idées, il est apparu dès le début des travaux de la Commission qu'il était indispensable de compléter le Code par une seconde partie, dont l'objet serait de faciliter l'enseignement ainsi que la mise en application des prescriptions du Code. C'est dans cet esprit que l'UNESCO a chargé divers experts de préparer des chapitres complémentaires développant les bases théoriques de certaines prescriptions, ou en facilitant l'application pratique. Ces chapitres ont été groupés dans une seconde partie, intitulée « *Manuel d'application pour le calcul et l'exécution du béton armé* ».

Les deux parties de l'ouvrage sont ainsi susceptibles d'intéresser ceux qui, à différents titres, s'occupent de la construction en béton armé : maîtres d'œuvre, architectes, ingénieurs et constructeurs, bureaux d'engineering, d'études et de contrôle, professeurs et étudiants des écoles d'ingénieurs, membres des commissions nationales de réglementation du béton armé.

CODE ET MANUEL D'APPLICATION
POUR LE CALCUL ET L'EXÉCUTION

DU

BÉTON ARMÉ

COMPOSITION DE LA COMMISSION

Président :

Yves SAILLARD, Dr. Ing., Directeur Technique de la Chambre Syndicale Nationale des Constructeurs en Ciment Armé et Béton Précontraint de France, Secrétaire Permanent du Comité Européen du Béton, 9, rue La Pérouse, Paris (16e).

Rapporteurs et Conseils :

Jean DESPEYROUX, Ing. Civil, Directeur Technique de la Société de Contrôle Technique et d'Expertise de la Construction, 4, rue du Colonel-Driant, Paris (1er).

A.M. HAAS, Prof. Dr. Ing., Department of Civil Engineering, Technological University Delft, 25, Oostplantsoen, Delft (Pays-Bas).

Telemaco VAN LANGENDONCK, Prof. Dr. Ing., Escola Politecnica de Universidade de Sao-Paulo, Caixa Postal, 30086, Sao-Paulo (Brésil).

Franco LEVI, Prof. Dr. Ing., Istituto Universitario di Architettura di Venezia, Président du Comité Européen du Béton et de la Fédération Internationale de la Précontrainte, Corso Casale, 182, Turin (Italie).

Alan H. MATTOCK, Prof. Dr. Ing., Department of Civil Engineering, University of Washington, Seattle, Washington, 98105 (U.S.A.).

Jacques NASSER, Prof. Dr. Ing., Université Américaine de Beyrouth, B.P. 2660, Beyrouth (Liban).

André PADUART, Prof. Dr. Ing., Université Libre de Bruxelles, 49, square des Latins, Bruxelles-5 (Belgique).

Raymond C. REESE, Ing. Conseil, Ancien Président de l'American Concrete Institute, Membre de la Commission ACI-318 « Standard Building Code », 743, South Byrne Road, Toledo, Ohio 43609 (U.S.A.).

Stefan SORETZ, Dr. Ing., Ing.-Conseil, Klopsteinplatz, 1, A. 1030, Vienne (Autriche).

Secrétaire :

Stéphane BERNAERT, Ing. Civil, Prof. à l'Ecole Spéciale des Travaux Publics, Paris, M. Sc. (Illinois, U.S.A.), 9, rue La Pérouse, Paris (16e).

Publié en accord avec l'UNESCO

© UNESCO, 1967.

Toute reproduction, même partielle, de cet ouvrage est interdite. Une copie ou reproduction par quelque procédé que ce soit, photographie, microfilm, bande magnétique, disque ou autre, constitue une contrefaçon passible des peines prévues par la loi du 11 mars 1957 sur la protection des droits d'auteur.

Le présent document comporte, en un volume unique, — d'une part le *Code pour le calcul et l'exécution du béton armé*, — d'autre part le *Manuel d'application*, destiné à faciliter l'utilisation pratique du Code par les projeteurs et les constructeurs.

Seul, le Code présente un caractère réglementaire (*).

Les divers chapitres du Manuel d'application, dont chacun est rédigé sous la responsabilité propre de son auteur, constituent des Commentaires explicatifs, développant certaines bases théoriques des prescriptions du Code ou donnant des indications utiles en vue de leur application.

(*) *Nota* : Toutefois, les paragraphes du Code présentés en petits caractères (identiques à ceux de ce Nota), constituent des commentaires explicatifs, qui, en principe, ne sont pas réglementaires, à moins d'une mention particulière dans les documents contractuels.

AVANT-PROPOS

Pour faciliter l'exécution de divers projets d'assistance technique dans des pays en voie de développement, l'Unesco procède à des études approfondies dans des domaines tels que la normalisation, les règles technologiques et les guides pour la conception et la construction d'ouvrages techniques, domaines qui semblent se prêter le mieux à la transmission des connaissances technologiques à ces pays.

L'absence de normes, règles et guides de ce genre risque d'entraver sérieusement le progrès économique. On utilise souvent des normes et des règles étrangères, qui ne sont peut-être pas toujours les plus appropriées, eu égard aux conditions climatiques ou au niveau de développement social et économique des pays intéressés. Aussi la rédaction et la mise au point des normes et règles fondamentales constituent-elles une question d'une urgence et d'une importance capitales pour le progrès économique des pays en voie de développement.

Les pays industrialisés possèdent une masse énorme de connaissances dans le domaine des normes et des règles technologiques, mais pour pouvoir être appliquées dans les pays en voie de développement, ces connaissances doivent être judicieusement triées, soumises à un examen critique et rectifiées par des ingénieurs et chercheurs expérimentés, en coopération avec les associations techniques internationales et les organisations de normalisation. Voilà un terrain particulièrement favorable à l'assistance technique, qui peut ainsi contribuer à mettre efficacement et rapidement les connaissances *existantes* au service du développement.

Les pays en voie de développement n'ont pas besoin de règles aussi complexes que celles qu'on élabore actuellement en Europe et en Amérique. Il importe, en revanche, de leur fournir d'urgence un manuel aussi bien fait et aussi simple que possible, qui puisse constituer un guide efficace pour leurs cadres technologiques toujours plus nombreux.

Le présent Code pour le calcul et l'exécution du béton armé est l'un des premiers recueils de règles technologiques qu'on ait faits à l'intention des pays en voie de développement. Deux autres études du même genre sont en préparation (1). Nous espérons que ces études constitueront les premiers

(1) *Routes dans les pays en voie de développement, et Recommandations concernant les barrages et les réservoirs.*

éléments d'une longue série de recueils technologiques concernant une vaste gamme de questions techniques applicables à diverses régions géographiques.

Le présent « Code pour le calcul et l'exécution du béton armé » a été rédigé, après un examen approfondi, par un groupe de travail international comprenant certains des principaux membres du Comité Européen du Béton et de l'American Concrete Institute : Y. Saillard (France), président ; J. Despeyroux (France) ; A. M. Haas (Hollande) ; T. van Langendonck (Brésil), F. Levi (Italie) ; A. H. Mattock (États-Unis d'Amérique) ; J. Nasser (Liban) ; A. Paduart (Belgique) ; R. C. Reese (États-Unis d'Amérique) ; S. Soretz (Autriche) et S. Bernaert (France), secrétaire. L'Unesco tient à exprimer sa reconnaissance et sa gratitude à tous les membres du groupe pour l'excellent travail qu'ils ont accompli avec beaucoup de compétence, d'efficacité et de promptitude.

Le Code sera révisé dans deux ou trois ans à la lumière de l'expérience de son application effective à la conception et à la construction d'ouvrages techniques.

TABLE GÉNÉRALE

PREMIÈRE PARTIE

CODE POUR LE CALCUL ET L'EXÉCUTION DU BÉTON ARMÉ

1. DOMAINE D'APPLICATION ET OBJET DU CALCUL

1.1. Domaine d'application 3

1.2. Objet du calcul 3

1.21. *Notion de « mise hors-service »* 3
1.22. *Notion d'« état-limite »* 4
1.23. *Processus général du calcul* 4

2. UNITÉS ET NOTATIONS

2.1. Unités 5

2.11. *Unités de base* 5
2.12. *Unités secondaires* 5
2.121. Unité de force 5
2.122. Unité de travail et d'énergie 6
2.123. Unité de pression et de contrainte 6
2.13. *Correspondance entre les unités S.I. et les unités anciennes* 6

2.2. Notations 6

2.21. *Lettres minuscules de l'alphabet latin* 7
2.22. *Lettres majuscules de l'alphabet latin* 7
2.23. *Lettres minuscules de l'alphabet grec* 7
2.24. *Exposants* 7
2.25. *Indices* 8
2.26. *Exceptions autorisées* 8
avec, en Annexes, tableau alphabétique des notations du code.

3. DÉTERMINATION DES CARACTÈRES DES MATÉRIAUX

3.1. Acier 28

3.11. *Définition des aciers utilisés* 28
3.111. Barres lisses 28
3.112. Barres à haute adhérence 28
3.113. Treillis soudés 28
3.114. Profilés 29

3.12. *Définition des diamètres utilisés* 29
3.13. *Caractères mécaniques de référence de l'acier* 29
3.131. Limite d'élasticité de l'acier 29
3.132. Diagramme de traction de l'acier 29
1. Aciers naturels 30
2. Aciers écrouis 30

3.2. Béton 31

3.21. *Résistances mécaniques de référence du béton* 31
3.211. Détermination expérimentale des résistances mécaniques de référence du béton 32
1. Résistance à la compression 32
2. Résistance à la traction 33
3.212. Détermination forfaitaire des résistances mécaniques de référence du béton 34
1. Résistance à la compression 34
2. Résistance à la traction 35

3.22. *Module de déformation du béton* 35
3.221. Cas des charges instantanées (module instantané) 35
3.222. Cas des charges de longue durée (module différé) 36

3.23. *Coefficient de Poisson du béton* 36
3.24. *Coefficient de dilatation thermique du béton* 36
3.25. *Déformations linéaires différées du béton* 36

4. DÉTERMINATION DE LA SÉCURITÉ

4.0. Principe de vérification de la sécurité 37

4.1. Détermination des sollicitations caractéristiques 37

4.11. *Charges permanentes et surcharges fixes d'exploitation* 38
4.12. *Surcharges variables d'exploitation* 38
4.13. *Surcharges dynamiques d'exploitation* 38
4.14. *Surcharges climatiques et actions sismiques* 38
4.15. *Retrait, fluage et variations de température* 38
4.16. *Effet du procédé de construction* 39

4.2. Détermination des résistances de base 39

4.20. *Définition des résistances de base* 39
4.21. *Résistance de base de l'acier* 39
4.22. *Résistance de base du béton* 39

5. DÉTERMINATION DES EFFETS DES CHARGES PERMANENTES, SURCHARGES ET AUTRES ACTIONS

5.1. Structures constituées de pièces linéaires 41

5.2. Structures planes 44

5.21. *Structures planes chargées perpendiculairement à leur plan moyen (dalles)* 44

5.22. *Structures planes chargées parallèlement à leur plan moyen* 45
5.221. Parois et murs porteurs 45
1. Évaluation des effets des charges verticales..... 45
11. Détermination des charges..... 45
12. Répartition des charges 46
13. Détermination de l'excentricité de calcul 46
131. Excentricité initiale 46
132. Excentricité complémentaire 47
133. Excentricité totale de calcul 47
2. Évaluation des effets des charges horizontales 47
5.222. Poutres - cloisons 48

6. DÉTERMINATION DES SECTIONS

6.1. Actions et contraintes normales 49
6.11. *État-limite ultime* 49
6.111. Flexion droite (simple ou composée) 49
1. Hypothèses fondamentales de calcul 49
2. Prise en compte du béton en compression 50
21. Largeur de la zone comprimée 50
211. Poutres en T sur appuis libres..... 51
212. Poutres en T sur appuis continus 51
213. Poutres en T à goussets 54
22. Raccourcissement unitaire maximal du béton ... 54
23. Diagramme de répartition des contraintes du béton 55
3. Prise en compte de l'armature de traction 58
4. Prise en compte de l'armature de compression 59
6.112. Flexion déviée (simple ou composée) 60
6.113. Compression centrée 60
1. Pièces non frettées 60
11. Hypothèses fondamentales de calcul 60
12. Raccourcissement unitaire limite du béton et de l'acier 61
13. Prise en compte du béton en compression..... 61
14. Prise en compte de l'armature de compression .. 61
2. Pièces frettées 61
21. Objet du frettage 61
22. Conditions nécessaires d'efficacité du frettage .. 62
221. Hauteur maximale de la zone frettée 62
222. Épaisseur maximale de la zone frettée 62
223. Nature et disposition des frettes 62
224. Pourcentage minimal des frettes 62
23. Prise en compte de l'effet de frettage 63
231. Section de référence d'une pièce frettée ... 63
232. Contrainte de compression d'une pièce frettée 63
233. Coefficient de frettage 63
6.114. Traction centrée..... 63

6.12. *État-limite d'instabilité* 64
6.121. Hypothèses fondamentales de calcul 64
6.122. État-limite d'instabilité des poteaux et colonnes en compression centrée 67
6.123. État-limite d'instabilité des poteaux et colonnes en compression excentrée 68
6.124. État-limite d'instabilité des plaques chargées parallèlement à leur plan 69
6.125. Prise en compte de l'effet du fluage 69

6.13. *État-limite de fissuration* 69
6.131. Hypothèses fondamentales de calcul 69
1. Définition de l'état-limite de fissuration 69
2. Bases de vérification pratique de la fissuration..... 70
3. Classification des ouvrages d'après les conséquences de la fissuration 70
31. Classe (1) 70
32. Classe (2) 71
33. Classe (3) 71
6.132. Règles générales de vérification de la fissuration 71
1. Conditions de validité des règles..... 71
2. Définition de la section de béton d'enrobage de l'armature 71
3. Détermination du diamètre maximal des barres de l'armature 72
4. Prise en compte de l'effet du gonflement du béton.... 77
6.133. Règles particulières à certains éléments de structures. ... 77
1. Poutres de grande hauteur 77
2. Dalles et structures planes 77

6.14. *État-limite de déformation* 78
6.141. Hypothèses fondamentales de calcul 78
1. Définition de l'état-limite de déformation 78
2. Bases de calcul pratique des déformations 78
3. Valeurs maximales des flèches admissibles 79
31. Ponts et ouvrages d'art 79
32. Bâtiments à usage public ou privé 79
6.142. Règles générales de calcul 80
1. Cas des pièces fissurées..... 80
2. Cas des pièces non fissurées..... 80
6.143. Règles simplifiées pour les bâtiments courants 81

6.2. Actions et contraintes tangentes 82

6.21. *Règles générales de calcul* 82
6.221. Dénifitions des coutures 82
6.212. Hypothèses fondamentales de calcul (« Règle des coutures ») 82

6.22. *Effort tranchant* 85
6.221. Base du calcul de la résistance à l'effort tranchant 85
6.222. Pourcentage minimal de l'armature transversale 85
6.223. Règles pratiques de calcul 86

1. Calcul des poutres et nervures 86
11. Capacité de résistance à l'effort tranchant de l'armature transversale 86
12. Capacité de résistance à l'effort tranchant du béton de la zone comprimée 86
13. Capacité totale de résistance à l'effort tranchant 88
2. Calcul des zones d'appui des poutres 89
3. Calcul des jonctions tables-nervures 89
4. Calcul des dalles et coques 90

6.23. *Adhérence* 91
6.230. Définition de l'adhérence 91
1. Adhérence par ancrage 91
2. Adhérence par entraînement 91
6.321. Ancrage des armatures 91
1. Principes de base des calculs d'ancrage 91
11. Vérification de l'ancrage 91
12. Dimensionnement des coutures d'attache 91
2. Ancrage droit 92
21. Ancrage d'une armature de traction 92
22. Ancrage d'une armature de compression 93
3. Ancrage par courbure 93
31. Ancrage d'une armature de traction 93
311. Processus du calcul 93
312. Condition de non-écrasement du béton ... 94
313. Crochets normaux 95
314. Ancrage des cadres et étriers 96
32. Ancrage d'une armature de compression 96
321. Danger de l'ancrage par courbure en compression 96
322. Poussée au vide. 97
4. Arrêt des armatures longitudinales 98
5. Jonction des armatures par recouvrement 99
51. Recouvrement des armatures de traction 99
511. Barres sans dispositifs d'ancrage (barres droites) 99
512. Barres avec dispositifs d'ancrage (crochets) 100
52. Recouvrement des armatures de compression. .. 100
6.232. Entraînement des armatures 100
1. Entraînement global de l'ensemble des barres d'armature 100
2. Vérification de l'entraînement dans l'état-limite ultime 100

6.24. *Torsion* 101
6.241. Base du calcul de la résistance à la torsion 101
6.242. Pourcentage minimal de l'armature transversale 102
6.243. Règles pratiques de calcul 103
1. Contribution de l'armature transversale à la résistance à la torsion 103
2. Contribution du béton de la zone comprimée à la résistance à la torsion 104
3. Capacité totale de résistance à la torsion 105

6.25. *Poinçonnement* 105
6.251. Hypothèses d'applicabilité du calcul 105
6.252. Détermination de la résistance du poinçonnement 107
1. Cas particulier d'un contour de forme allongée 107
2. Cas particulier de la présence d'une ouverture..... 108
3. Cas particulier du voisinage d'un bord libre. 108
4. Cas particulier du voisinage d'un angle libre. 109

7. DISPOSITIONS CONSTRUCTIVES

7.0. Conformité des dispositions constructives avec les hypothèses de calcul.. 110

7.1. Dispositions générales relatives aux armatures..... 110

7.11. Utilisation *simultanée de diverses nuances ou types d'acier*. 110
7.12. *Courbures admissibles des barres d'armature* 111
7.121. Condition de non-écrasement du béton 111
7.122. Condition de façonnage de l'acier 112
1. Rayons minimaux de courbure 112
2. Diamètre minimaux des mandrins de cintrage 112

7.13. *Arrêts des barres d'armature* 113
7.131. Dispositifs d'arrêts 113
7.132. Changements brusques de sections 113

7.14. *Jonction des barres d'armature.* 113
7.141. Jonctions par recouvrement..... 114
1. Recouvrement des armatures de traction 114
2. Recouvrement des armatures de compression 114
7.142. Jonctions par soudure. 115
1. Nature des jonctions par soudure..... 115
2. Emplacement des jonctions par soudure 116
3. Résistance des jonctions par soudure 116

7.15. *Espacements des barres d'armature* 116
7.151. Espacements des barres d'une même file verticale d'armatures..... 116
7.152. Espacements des barres d'un même lit horizontal d'armatures..... 117
7.153. Groupements de barres au contact..... 117
7.154. Espacements des barres d'une croisée de poutres 117

7.16. *Enrobage des barres d'armature*..... 117
7.161. Dispositions communes à toutes les barres d'armature .. 117
7.162. Dispositions particulières aux barres d'armature principale 119
7.163. Groupements de barres au contact..... 119

7.2. Dispositions particulières à divers éléments de structures 119

7.21. *Dispositions particulières aux poteaux* 119
7.211. Section minimale 119
7.212. Armature longitudinale 120
1. Limite élastique minimale 120

Pourcentage minimal 120
3. Dispositions constructives 121
7.213. Armature transversale 121
1. Diamètre minimal 121
2. Pourcentage minimal 122
3. Espacement maximal 122
4. Dispositions constructives 122
7.214. Mise en place de l'armature 122
7.22. *Dispositions particulières aux pièces frettées* 123
7.221. Dimensions géométriques de la zone frettée 123
7.222. Pourcentage minimal des frettes 123
7.223. Dispositions des frettes 123
1. Frettage en hélices ou en cerces 123
2. Frettage en nappes 124
7.23. *Dispositions particulières aux pièces fléchies* 124
7.231. Armature longitudinale de traction 124
7.232. Armature longitudinale de compression 125
7.233. Armature longitudinale de répartition 125
7.234. Armature transversale 125
7.235. Changements de sections géométriques 126
7.24. *Dispositions particulières aux dalles et structures planes* 126
7.241. Armature de travée 126
1. Diamètre maximal 126
2. Espacement maximal 127
3. Rapport des sections dans les deux directions perpendiculaires 127
7.242. Armature de rive 127
7.243. Armature d'angle 127
7.244. Armature de poinçonnement 128
1. Cadres verticaux ou inclinés 128
2. Barres relevées 129
3. Autres dispositifs 130

8. PRÉSENTATION DES PROJETS

8.1. Calculs 131
8.11. *Bases des calculs* 131
8.12. *Précision arithmétique des calculs* 131
8.13. *Communication des calculs* 132
8.2. Dessins 132
8.21. *Dessins d'avant-projet* 132
8.22. *Dessins d'exécution* 132
8.221. Dispositions communes à tous les dessins d'exécution .. 132
8.222. Dispositions particulières aux dessins de coffrage 133
8.223. Dispositions particulières aux dessins de ferraillage 133
8.3. Conditions d'exécution 134

9. EXÉCUTION DES OUVRAGES

9.1. Dispositions particulières aux coffrages 135
9.11. *Classement et constitution des coffrages* 135
9.111. Classement des coffrages 135
9.112. Coffrages ordinaires 135
9.113. Coffrages soignés 135
9.114. Coffrages pour parement fin 136
9.115. Coffrages spéciaux 136
9.116. Joints des coffrages 137
9.117. Étanchéité des coffrages 137
9.12. *Caractères mécaniques des coffrages* 137
9.121. Résistance mécanique 137
9.122. Flèches et contre-flèches 137
9.13. *Préparation des coffrages* 138
9.131. Nettoyage 138
9.132. Humidification 138
9.133. Huilage 138
9.133. Entretien 139
9.14. *Processus de décoffrage* 139
9.2. Dispositions particulières aux armatures 140
9.21. *Essais des aciers* 140
9.211. Essais en usine avant livraison 140
2.212. Essais sur chantier après livraison 140
1. Contrôle des caractères mécaniques de référence 140
11. Nombre des éprouvettes 140
12. Interprétation des résultats 140
2. Contrôle des caractères de façonnage 141
21. Nombre des éprouvettes 141
22. Interprétation des résultats 141
9.22. *Façonnage des armatures* 141
9.221. Mode de façonnage 141
9.222. Diamètre minimal du mandrin de centrage 142
1. Aciers doux 142
2. Aciers mi-durs 142
3. Aciers durs 143
9.223. Vitesse de centrage 143
9.224. Interdiction du dépliage 143
9.23. *Soudage des armatures* 144
9.231. Mode de soudage 144
9.232. Exécution du soudage 144
9.24. *Mise en place des armatures* 144
9.3. Dispositions particulières aux bétons 145
9.31. *Composition du béton* 145
9.311. Définition 145
9.312. Ciments 145

9.313. Granulats 146
9.314. Eau de gâchage 154
9.315. Adjuvants 154
9.316. Dosages 157

9.32. *Essais de résistance du béton* 165
9.321. Nature des essais 165
9.322. Prélèvement des échantillons 165
9.323. Moules des éprouvettes 166
9.324. Nombre des éprouvettes 167
9.325. Confection et conservation des éprouvettes 167
9.326. Processus d'essai 169

9.33. *Fabrication du béton* 171
9.331. Approvisionnement du malaxeur 171
9.332. Processus de malaxage 172

9.34. *Transport et mise en œuvre du béton* 172
9.341. Contrôle avant bétonnage 172
9.342. Transport du béton 172
9.343. Mise en œuvre du béton 172
9.344. Vibration du béton 173

9.35. *Interruption et reprise de bétonnage* 173
9.36. *Étuvage du béton* 174
9.37. *Cure du béton* 174
9.38. *Bétonnage par temps froid* 175
9.39. *Bétonnage par temps chaud* 176

9.4. Tolérances 176

9.41. *Tolérances de dimensions* 177
9.42. *Tolérances d'aplomb* 177
9.43. *Tolérances de rectitude* 177
9.44. *Tolérances de ferraillage* 178
9.441. Tolérances sur la distance minimale des armatures au parement 178
9.442. Tolérances sur la position des armatures principales 178
9.443. Tolérances sur la position des armatures transversales .. 178

9.45 *Stimultanéité de plusieurs tolérances* 178

DEUXIÈME PARTIE

MANUEL D'APPLICATION POUR LE CALCUL ET L'EXÉCUTION DU BÉTON ARMÉ

1. VALEURS USUELLES DES SURCHARGES ET ACTIONS DU VENT

1.1. Préambule 181

1.2. Définitions 181

1.21. *Les surcharges fixes d'exploitation* 181
1.22. *Les surcharges variables d'exploitation* 181
1.23. *Les surcharges dynamiques d'exploitation* 182
1.24. *Les surcharges climatiques* 182

1.3. Surcharges variables d'exploitation 182

1.31. *Domaine d'application* 182
1.32. *Valeurs nominales des surcharges* 183
1.321. Terrasses 183
1.322. Habitation 183
1.323. Bureaux 183
1.324. Hôpitaux 183
1.325. Écoles 183
1.326. Boutique et magasins de vente 183
1.327. Salles de spectacles et lieux publics 183
1.328. Entrepôts et ateliers 184
1.329. Garages, passages ou cours accessibles aux véhicules ... 184

1.33. *Règles particulières aux surcharges variables* 184
1.331. Loi de dégression des surcharges dans les bâtiments à étages 184
1.332. Cloisons légères de distribution susceptibles d'être déplacées 185
1.333. Toitures 185
1.334. Organes mobiles 186
1.335. Efforts horizontaux subis par les garde-corps 186
1.336. Charges d'épreuve 186

1.4. Effets du vent 186

1.40. *Processus de vérification* 186
1.41. *Domaine d'application* 187
1.42. *Définitions et principes généraux* 188
1.421. Direction du vent 188
1.422. Exposition des surfaces 188
1.423. Maître-couple 189
1.424. Action exercée par le vent sur une des faces d'un élément de paroi 189
1.425. Pression dynamique et coefficient de pression 189

1.43. *Pression dynamique* 190
1.431. Définition 190
1.432. Pression dynamique normale et pression dynamique extrême 190
1.433. Régions 190
1.434. Valeurs des pressions dynamiques 190
1.435. Réductions 191

1.44. *Actions extérieures et intérieures* 193
1.441. Définition 193
1.442. Actions extérieures 193
1. Actions moyennes 194
2. Actions locales 195
1.443. Actions intérieures 197
1.444. Actions résultantes unitaires sur les parois et les versants 197
1.445. Actions d'ensemble 198
1.446. Blocs accolés en une seule file à toiture unique 198

1.45. *Cas spéciaux* 198

2. DÉTERMINATION PROBABILISTE DE LA SÉCURITÉ

2.0. Préliminaires 199

2.1. Rappel des principes des théories probabilistes de la sécurité 200

2.2. Méthode semi-probabiliste de calcul C.E.B./C.I.B. 201

2.3. Valeurs caractéristiques et valeurs de calcul des charges permanentes, surcharges et autres actions 203

2.31. *Définition générale* 203
2.32. *Valeurs caractéristiques et valeurs de calcul des charges permanentes* 205
2.33. *Valeurs caractéristiques et valeurs de calcul des surcharges et autres actions* 206

2.4. Résistances caractéristiques et résistances de calcul de l'acier et du béton. 208

2.41. *Définition générale* 208
2.42. *Résistances caractéristique et résistance de calcul de l'acier* 209
2.43. *Résistance caractéristique et résistance de calcul du béton* 210

2.5. Mode de vérification de la sécurité 211

2.6. Correspondance entre la méthode semi-probabiliste C.E.B./C.I.B. et la méthode simplifiée U.N.E.S.C.O. 211

3. FLEXION DROITE. CALCUL THÉORIQUE

3.0. Rappel des hypothèses fondamentales de calcul 213

3.01. *Condition de compatibilité des déformations* 213
3.02. *Prise en compte des bétons en compression* 213
3.03. *Prise en compte de l'acier en traction* 214
3.04. *Prise en compte de l'acier en compression* 214

3.1. Calcul d'une section symétrique de forme quelconque 215

3.11. *Détermination du type de rupture* 215

3.111. Expression de $\frac{y}{h}$ en fonction des caractères de la section et des sollicitations extérieures 215

3.112. Expression de $\left(\frac{y}{h}\right)$ limite 216

3.113. Détermination pratique du type de rupture 216

3.12. *Détermination du moment de rupture* 217

3.121. Expression des équations d'équilibre 217
3.122. Expression du moment-plafond 218
3.123. Récapitulation. Processus général de calcul 219

3.1231. 1er cas : $\left(\frac{y}{h}\right)_{\text{limite}} < \left(\frac{y}{h}\right)_{\text{plafond}}$ 219

3.1232. 2e cas : $\left(\frac{y}{h}\right)_{\text{limite}} > \left(\frac{y}{h}\right)_{\text{plafond}}$ 220

3.2. Calcul d'une section rectangulaire 220

3.21. *Calcul général* 220

3.211. Détermination du moment de rupture 220

3.2111. Expression générale du moment de rupture 220

3.2112. Expression du moment relatif en fonction de $\frac{y}{h}$ .. 221

3.212. Dimensionnement et vérification de l'armature 222

3.2120. Données 222

3.2121. 1er cas : $\frac{y}{h} \leqslant 0{,}50$ 223

3.2122. 2e cas : $0{,}50 \leqslant \frac{y}{h} \leqslant 0{,}75$ 223

3.2123. 3e cas : $0{,}75 \leqslant \frac{y}{h} \leqslant 1$ 225

3.22. *Calcul d'une section rectangulaire en flexion simple* 227

3.221. Dimensionnement de la section 227

3.2211. 1er cas. La hauteur utile h est imposée au constructeur 227

3.2212. 2e cas. La hauteur utile h est laissée au choix du constructeur 230

3.222. Vérification de la section 232

3.2221. 1re tentative 232

3.2222. 2e tentative 232

3.2223. 3e tentative 233

3.23. *Calcul d'une section rectangulaire en flexion composée avec compression* 233

3.231. Dimensionnement de la section 233

3.2311. 1er cas. La hauteur utile h est imposée au constructeur 233

3.2312. 2e cas. La hauteur utile h est laissée au choix du constructeur 236

3.232. Vérification de la section 237

2.2321. 1re tentative 237

3.2322. 2e tentative 238

3.2323. 3e tentative 238

3.24. *Calcul d'une section rectangulaire en compression excentrée* 239

3.241. Dimensionnement de la section 239

3.2411. 1er cas. La hauteur utile h est imposée au constructeur 239

3.2412. 2e cas. La hauteur utile est laissée au choix du constructeur 239

3.242. Vérification de la section 240

3.25. *Calcul d'une section rectangulaire en compression simple* 240

3.251. Dimensionnement de la section 240

3.252. Vérification de la section 240

4. FLEXION DROITE. CALCUL PRATIQUE

4.1. Préambule 241

4.2. Caractères des matériaux 241

4.21. *Qualités du béton* 241
4.22. *Qualités de l'acier* 241

4.3. Flexion droite simple 243

4.31. *Section quelconque symétrique par rapport au plan de flexion* 243
4.32. *Section rectangulaire sans armature de compression* 255
4.33. *Section rectangulaire avec armature de compression* 262
4.34. *Section en T* 265

4.4. Flexion droite composée avec compression 271

4.41. *Section quelconque symétrique par rapport au plan de flexion* 271
4.42. *Section rectangulaire* 276

4.5. Flexion droite composée avec traction 284

4.51. *Section quelconque symétrique par rapport au plan de flexion* 284
4.52. *Section rectangulaire* 284

5. CALCUL DE LA FISSURATION EN TRACTION ET EN FLEXION

5.0. Préliminaires 289

5.1. Le calcul de la fissuration en béton armé 290

5.10. *Objet du calcul de la fissuration* 290
5.11. *Hypothèses de base du calcul de la fissuration* 290
5.111. Définition de référence de l'ouverture des fissures 291
5.112. Répartition des contraintes de liaison béton-acier 291
5.113. Influence de la présence d'armatures transversales 292
5.114. Évaluation de la résistance à la traction du béton 292
5.115. Non-prise en compte de l'effet des variations de température 292

5.12. *Calcul de la fissuration des pièces faiblement armées* 292
5.120. Domaine de validité 292
5.121. Objet du calcul 294
5.122. Calcul de l'ouverture de la fissure 294

5.13. *Calcul de la fissuration des pièces normalement armées* 296
5.130. Domaine de validité 296
5.131. Objet du calcul 296
5.132. Calcul de la fissuration en traction 296
5.1321. Calcul de l'espacement maximal des fissures ... 296
5.1322. Calcul de l'ouverture maximale des fissures ... 297
5.1323. Exemples numériques 298
5.133. *Calcul de la fissuration en flexion* 299
5.1331. Calcul de l'espacement maximal des fissures ... 299
5.1332. Calcul de l'ouverture maximale des fissures ... 301
5.1333. Exemples numériques 302

5.14. *Conclusions* 303

5.2. La vérification pratique de la fissuration en béton armé 305
5.21. *Principes de vérification de la fissuration* 305
5.211. Nature et validité des règles pratiques de vérification de la fissuration 305
5.212. Classification des ouvrages suivant les tolérances admissibles de fissuration 306
5.22. *Règles de dimensionnement de l'armature principale* 307
5.220. Hypothèses préliminaires de calcul 307
5.221. Dimensionnement des pièces faiblement armées (fissuration non systématique) 307
5.2211. Catégorie (1) (Constructions étanches ou en atmosphère agressive) 307
5.2212. Catégorie (2) (Constructions ordinaires non protégées) 308
5.2213. Catégorie (3) (Constructions ordinaires protégées) 309
5.222. Dimensionnement des pièces normalement armées (fissuration systématique) 309
5.2221. Catégorie (1) (Construction étanches ou en atmosphère agressive) 309
5.2222. Catégorie (2) (Constructions ordinaires non protégées) 311
5.2223. Catégorie (3) (Constructions ordinaires protégées) 312
5.223. Abaques pratiques de dimensionnement 312

6. CALCUL DES DÉFORMATIONS EN FLEXION

6.0. Rappel des hypothèses de base du calcul des déformations 317
6.1. Détermination des déformations unitaires de base de l'acier et du béton 318
6.11. *Détermination de l'allongement unitaire de l'acier* 318
6.12. *Détermination du raccourcissement unitaire du béton* 318
6.2. Calcul général des déformées et des flèches 321
6.21. *Cas des pièces fissurées* 321
6.22. *Cas des pièces non fissurées* 322
6.3. Calcul simplifié pour les bâtiments courants 322

7. RETRAIT ET FLUAGE DU BÉTON

7.1. Retrait 326
7.11. *Coefficient de base du retrait* 327
7.12. *Influence de la plus petite dimension de la pièce* 327
7.13. *Influence de la composition du béton* 329
7.14. *Influence du temps* 329
7.2. Fluage 330
7.21. *Coefficient de base du fluage* 330
7.22. *Influence de la plus petite dimension de la pièce* 331
7.23. *Influence de la composition du béton* 332
7.24. *Influence de l'âge du béton lors de la mise en charge* 333
7.25. *Influence du temps* 334

8. CALCUL DES DALLES ET DES STRUCTURES PLANES

8.0. Objet et domaine d'application 335

8.01. *Définition de l'état-limite envisagé* 335
8.02. *Définition du mode de rupture envisagé* 335

8.1. État-limite ultime correspondant à la rupture par épuisement de la résistance en flexion 336

8.11. *Description générale du comportement d'une structure plane en béton armé jusqu'à la rupture par épuisement de la résistance en flexion* 336
8.12. *Description générale des méthodes utilisables pour le calcul de l'état-limite de rupture* 336
8.120. Introduction 338
8.121. Théorie élasto-plastique 339
8.122. Théorie générale de l'analyse limite 339
8.123. Application de la théorie de l'analyse limite au cas des structures planes en béton armé 341
8.1231. Conditions d'application 341
8.1232. Critère de plastification 341
8.1233. Théorie des « lignes de rupture » 351

8.2. Théorie des lignes de rupture 352

8.20. *Principes de la théorie* 352
8.21. *Recherche d'un mécanisme de rupture probable* 353
8.22. *Application de la méthode du travail* 356
8.23. *Application de la méthode d'équilibre des éléments rigides (méthode des forces nodales)* 357
8.230. Principe de la méthode. Nécessité de la prise en compte des efforts tranchants et moments de torsion 357
8.231. Détermination des forces nodales 358
8.2311. Conventions de signe et représentation graphique 358
8.2312. Étude préliminaire : variation des moments résultant de la rotation d'une ligne d'articulation autour de l'un de ses points 359
8.2313. Calcul des forces terminales 361
8.2314. Calcul des forces nodales 364
8.24. *Problèmes complémentaires* 371

8.3. Formulaire pour le calcul pratique des dalles simples 372

8.4. Formulaire pour le calcul pratique des planchers-dalles et planchers-champignons 397

8.41. *Objet* 397
8.42. *Bases de la méthode* 397
8.43. *Dispositions générales. Domaine d'application* 397
8.431. Dalle 397
8.4311. Dimensions 397
8.4312. Armature 398

8.432. Zone de liaison poteau-dalle 398
8.4321. Définitions 398
8.4322. Cas des planchers-champignons 399
8.433. Charges 401
8.44. *Formulaire* 401

8.5. Références bibliographiques 415

PREMIÈRE PARTIE

CODE POUR LE CALCUL
ET
L'EXÉCUTION DU BÉTON ARMÉ

CHAPITRE 1

DOMAINE D'APPLICATION ET OBJET DU CALCUL

1.1. DOMAINE D'APPLICATION

Le Code est applicable à toutes les constructions en béton armé, à l'exclusion des ouvrages qui doivent être exposés à des températures supérieures à 70 °C et des structures qui nécessitent des prescriptions spéciales, à savoir :

— les structures en béton léger;
— les structures en béton précontraint ;
— les structures mixtes en béton armé et charpente métallique ;
— les structures en béton armé de poutrelles métalliques laminées.

Pour les immeubles d'habitation présentant un caractère non-exceptionnel et comportant au maximum cinq niveaux (c'est-à-dire quatre étages), le Maître de l'Œuvre peut autoriser le constructeur à utiliser une méthode de calcul simplifiée, par exemple une méthode de calcul basée sur la considération du « coefficient d'équivalence », sous réserve de vérification que la sécurité globale de la structure et que la sécurité particulière de chacun de ses éléments constitutifs soient, en toutes circonstances, pour une combinaison quelconque des charges, surcharges, et autres actions, au moins égale à celle que permet d'obtenir l'application rigoureuse du Code.

1.2. OBJET DU CALCUL

1.21. NOTION DE « MISE HORS-SERVICE »

Tous les ouvrages ou éléments d'ouvrages en béton armé doivent être dimensionnés et exécutés de telle façon qu'ils soient capables de résister, avec une sécurité appropriée, à toutes les charges, surcharges et autres actions, prévues pendant la période de construction et la période de service.

L'objet du calcul est de garantir une sécurité suffisante contre la « mise hors-service » de la construction.

Une construction est considérée comme *mise hors-service* lorsque l'un ou plusieurs de ses éléments constitutifs cessent de remplir la fonction pour laquelle ils ont été conçus, en raison :

— de leur rupture;
— de leur flambement par instabilité élastique, plastique ou dynamique;
— de leur fissuration excessive;
— de leur déformation élastique ou plastique excessive, etc...

1.22. NOTION D'« ÉTAT-LIMITE »

A chacun des critères de « mise hors-service » correspond un état particulier de la construction, dit *état-limite*, à savoir, respectivement :

— l'état-limite ultime (de rupture);
— l'état-limite d'instabilité;
— l'état-limite de fissuration;
— l'état-limite de déformation, etc...

La base essentielle du mode de calcul défini par le Code est de considérer respectivement chaque état-limite et de vérifier que, *pour chacun de ces états-limites, tous les éléments constitutifs de l'ouvrage, ainsi que l'ensemble de la structure de cet ouvrage, sont capables de résister, avec une sécurité appropriée à chacun d'eux, à toutes les charges, surcharges et autres actions, prévues pendant la période de construction et la période de service.*

1.23. PROCESSUS GÉNÉRAL DU CALCUL

Le mode de calcul, défini par le Code, comporte successivement :

1.231. la détermination de la sécurité, pour chaque critère de mise hors-service, c'est-à-dire pour chaque état-limite;

1.232. la détermination des effets des charges, surcharges et autres actions, c'est-à-dire la détermination des forces intérieures pour l'ensemble de la structure et pour chacun de ses éléments constitutifs;

1.233. le dimensionnement des sections pour chaque état-limite.

CHAPITRE 2

UNITÉS ET NOTATIONS

2.1. UNITÉS

Le système de mesures et d'unités est le système métrique décimal à six unités de base, adopté par la Conférence Générale des Poids et Mesures sous la désignation de *Système International S.I.*

Toutefois, le Code permet d'utiliser, à titre transitoire, le système « mètre/kilogramme-force/seconde ».

2.11. UNITÉS DE BASE

Les six unités de base du « Système International S.I. » sont :

Comme unité de longueur	le *mètre* (m);
Comme unité de masse.....	le *kilogramme* (kg);
Comme unité de temps.....	la *seconde* (s);
Comme unité d'intensité de courant électrique	l'*ampère* (A);
Comme unité de température	le *degré Kelvin* (°K);
Comme unité d'intensité lumineuse ...	le *candela* (cd).

2.12. UNITÉS SECONDAIRES

Parmi les unités secondaires, les suivantes concernent plus particulièrement les calculs de béton armé.

2.121. Unité de force

L'unité de force est le *newton* (N), force qui communique à un corps ayant une masse d'un kilogramme une accélération d'un mètre par seconde par seconde.

2.122. Unité de travail et d'énergie

L'unité de travail et d'énergie est le *joule* (J), travail produit par une force d'un newton dont le point d'application se déplace d'un mètre dans la direction de la force :

$$1\ J = 1\ N \cdot m.$$

2.123. Unité de pression et de contrainte

L'unité de pression et de contrainte est le *pascal* (Pa), pression uniforme qui, agissant sur une surface plane d'un mètre carré, exerce perpendiculairement à cette surface une force totale d'un newton :

$$1\ Pa = 1\ N/m^2.$$

Le pascal comporte un multiple, le *bar*, égal à 10^5 pascals :

$$1\ bar = 10^5\ Pa = 10^5\ N/m^2.$$

2.13. CORRESPONDANCES ENTRE LES UNITÉS S.I. ET LES UNITÉS DU SYSTÈME « MÈTRE/KILOGRAMME-FORCE/SECONDE »

Un kilogramme-force (ou kilogramme-poids) vaut environ 9,8 newton (9,8 N) ou 0,98 décanewton (0,98 daN) :

1 kilogramme-force = 9,8 N = 0,98 daN et inversement :

$$1\ daN = 10\ N = 1{,}02 \text{ kilogramme-force.}$$

Un décanewton correspond donc, à 2 % près, à un kilogramme-force.

De même, un kilogramme-force (ou kilogramme-poids) par centimètre carré vaut environ 0,98 bar :

$$1\ kgf/cm^2 = 0{,}98\ bar$$

et inversement :

$$1\ bar = 1{,}02\ kgf/cm^2.$$

2.2. NOTATIONS

Les notations utilisent les lettres romaines minuscules et majuscules, ainsi que les lettres grecques minuscules, avec ou sans adjonction d'exposants ou d'indices.

L'utilisation des lettres grecques majuscules est déconseillée. Par contre, l'utilisation des lettres grecques minuscules a été considérée comme conforme à la tradition des ouvrages classiques de la théorie de l'élasticité et de la théorie des structures et comme compatible avec les possibilités actuelles des machines à écrire courantes.

2.21. LETTRES MAJUSCULES DE L'ALPHABET LATIN

Elles désignent :

— les caractères géométriques et mécaniques des sections transversales des pièces prismatiques : aires, moments statiques, moments d'inertie, modules de résistance;

— les forces extérieures appliquées (forces réparties globales ou forces concentrées) et leurs moments;

— les modules de déformation longitudinale des matériaux.

2.22. LETTRES MINUSCULES DE L'ALPHABET LATIN

Elles désignent :

— les longueurs;
— les forces et moments par unité de longueur;
— les forces extérieures réparties par unité de surface.

2.23. LETTRES MINUSCULES DE L'ALPHABET GREC

Elles désignent :

— les contraintes;
— les déformations unitaires;
— les angles et pentes;
— les coefficients sans dimensions.

2.24. EXPOSANTS

2.241. La compression et la traction sont distinguées par l'addition de l'apostrophe (′) pour la compression.

2.242. Les symboles des sollicitations caractéristiques et des résistances de base, auxquelles sont référés les calculs de vérification et de dimensionnement, sont surmontés d'un tiret ($^{-}$).

2.243. Cependant, dans la pratique courante, l'apostrophe et le tiret peuvent être omis dans tous les cas où aucune erreur d'interprétation n'est possible. En particulier, l'usage de l'apostrophe ne s'impose pas lorsque, dans le calcul, la traction et la compression sont distinguées par le signe de leur valeur numérique :

+ pour la traction;
— pour la compression.

2.25. INDICES

Les indices suivants sont utilisés :

a pour désigner l'acier;
b pour désigner le béton;
c pour désigner l'état critique de flambement;
d pour désigner la liaison béton-acier (adhérence);
e pour désigner la limite d'élasticité (apparente ou conventionnelle) de l'acier;
m pour désigner les valeurs moyennes;
r pour désigner les caractères de rupture des matériaux acier et béton;
u pour désigner l'état-limite ultime de rupture d'une pièce en béton armé.

Dans tous les cas où aucune erreur d'interprétation n'est possible, on doit éviter les indices multiples.

2.26. EXCEPTIONS AUTORISÉES

Plusieurs exceptions, consacrées par l'usage dans la majorité des pays, sont autorisées par le Code; elles concernent les notations suivantes :

a) le diamètre, représenté par $\varnothing$ (au lieu d'une minuscule romaine);

b) l'espacement des fissures, représenté par Δl (au lieu d'une simple minuscule romaine);

c) le « coefficient d'équivalence », représenté par m ou n (au lieu d'une minuscule grecque).

2.3. LISTE DES PRINCIPALES NOTATIONS UTILISÉES DANS LE CODE ET LE MANUEL

2.31. MAJUSCULES ROMAINES

Notation principale	Signification générale	Applications	
A	Aire d'une section droite d'armature	A	Aire de la section droite de l'armature principale de traction.
		A_t	Aire de la section droite individuelle de chaque nappe d'armature de couture (ou d'armature transversale).
		A'	Aire de la section droite de l'armature principale de compression.
B	Aire d'une section, droite transversale de béton.	B	Aire d'une section droite transversale de béton. Plus particulièrement : Aire d'une section droite transversale de béton en traction.
		B'	Aire d'une section droite transversale de béton en compression.
		B_l'	Aire de la section droite transversale du noyau d'une pièce frettée.
C	Dosage en ciment.	C	Dosage en ciment (poids du ciment entrant dans la composition d'un mètre cube de béton).
D			
E	Module de déformation d'un matériau.	E_a	Module de déformation longitudinale de l'acier (exception consacrée par l'usage).
		E_b'	Module de déformation longitudinale du béton.
		E_{bo}'	Module de déformation longitudinale du béton dans le cas de charges instantanées (ou rapidement variables).

Notation principale	Signification générale	Applications	
		$E'_{b\infty}$	Module de déformation longitudinale du béton dans le cas de charges de longue durée.
	Autre signification (exception consacrée par l'usage) : Dosage en eau.	E	Dosage en eau (poids de l'eau entrant dans la composition d'un mètre cube de béton en place) $\frac{E}{C} = \text{rapport } \frac{\text{eau}}{\text{ciment}}$
F	Charge de direction quelconque.		
G	Charge permanente.	G_k	Valeur caractéristique d'une charge permanente, dans le cas général.
		G_m	Valeur moyenne d'une charge permanente, dans le cas général.
		G'_k	Valeur caractéristique d'une charge permanente, dans le cas particulier où la réduction de cette charge permanente peut être dangereuse pour la stabilité de la construction.
		G'_m	Valeur moyenne d'une charge permanente, dans le cas particulier où la réduction de cette charge permanente peut être dangereuse pour la stabilité de la construction.
	Autre signification : Dosage en gravier.	G	Dosage en gravier. (Poids du gravier entrant dans la composition d'un mètre cube de béton en place).
H	Réaction horizontale.		
I	Moment d'inertie d'une section.	I_x	Moment d'inertie d'une section par rapport à un axe de référence quelconque O_x.
		I_y	Moment d'inertie d'une section par rapport à un axe de référence O_y, perpendiculaire à O_x.

Notation principale	Signification générale	Applications	
		I_I	Moment d'inertie en section homogène (état *I*).
M	Moment de flexion.	M	Moment de flexion.
		M_I	Moment de flexion lors de l'apparition des premières fissures (état *I*).
		M_{II}	Différence entre le moment de flexion total M et le moment de flexion partiel M_I.
		M_c	Moment complémentaire, à introduire dans le calcul du flambement d'une pièce comprimée.
		M_{cx}	Moment complémentaire, à introduire suivant la direction principale x, dans le calcul du flambement d'une plaque.
		M_{cy}	Moment complémentaire, à introduire, suivant la direction principale y, dans le calcul du flambement d'une plaque.
		M_p	Moment « plafond ».
		M_u	Moment de rupture (moment ultime).
N	Effort normal.	N	Effort normal (terme générique).
		$\bar{N}_a$	Résultante des efforts de traction dans l'armature principale de traction.
		$\bar{N}_b'$	Résultante des efforts de compression dans le béton.
		N_x'	Composante de l'effort normal de compression, suivant la direction principale x, dans le cas d'une plaque chargée parallèlement à son feuillet moyen.

Notation principale	Signification générale	Applications	
		N'_y	Composante de l'effort normal de compression, suivant la direction principale y, dans le cas d'une plaque chargée parallèlement à son feuillet moyen.
		N_u	Effort normal de rupture (état ultime).
P	Charge verticale.	P	Charge verticale.
Q	Surcharge (notation également employée pour désigner une sollicitation présentant un caractère aléatoire).	Q_k	Valeur caractéristique d'une surcharge (ou d'une sollicitation) dans le cas général.
		Q'_k	Valeur caractéristique d'une surcharge dans le cas particulier où sa réduction peut être dangereuse pour la stabilité de la construction.
		Q_m	Valeur de la surcharge (ou de la sollicitation) la plus défavorable ayant 50 % de probabilité d'être dépassée (vers les valeurs anormalement élevées) une seule fois pendant la vie prévue de la construction.
		Q'_m	Valeur de la surcharge (ou de la sollicitation) la plus défavorable ayant 50 % de probabilité d'être dépassée (vers les valeurs anormalement basses) une seule fois pendant la vie prévue de la construction.
		Q^*	Surcharge (ou sollicitation) de calcul. (méthode semi-probabiliste CIB/CEB).
R	Réaction d'appui.	R	Réaction d'appui, de direction quelconque.
S	Sollicitation (au sens le plus général).	S_g	Sollicitation caractéristique correspondant aux charges permanentes.
		S_{p1}	Sollicitation caractéristique correspondant aux surcharges variables d'exploitation.

Notation principale	Signification générale	Applications	
		S_{p2}	Sollicitation caractéristique correspondant aux surcharges dynamiques d'exploitation.
		S_r	Sollicitation caractéristique correspondant aux effets du retrait, du fluage et des variations de température.
		S_v	Sollicitation caractéristique correspondant aux surcharges climatiques (vent, neige, actions sismiques).
	Autre signification : Moment statique.	S	Moment statique d'une section.
		S_x	Moment statique d'une section par rapport à un axe quelconque de référence O_x.
T	Effort tranchant.	T	Effort tranchant (terme générique)
		T_a	Valeur de la contribution de l'armature transversale à la résistance à l'effort tranchant (terme de Mörsch).
		T_b	Valeur de la contribution du béton de la zone comprimée à la résistance à l'effort tranchant.
		T_u	Effort tranchant de rupture (état ultime).
	Autre signification : Force de renversement.	T	Force de renversement exercée sur une construction par le vent.
	Autre signification (exception consacrée par l'usage). Température.		
U	Force de soulèvement.	U	Force de soulèvement centrée exercée sur une construction par le vent.

Notation principale	Signification générale	Applications	
V	Réaction verticale.		
	Autre signification (exception consacrée par l'usage) : Volume.	V	Volume du grain d'un granulat.
	Autre signification (exception consacrée par l'usage) : Vitesse.		Vitesse du vent.
W	Module de résistance.		

2.32. MINUSCULES LATINES

Notation principale	Signification générale	Applications	
a	Dimension transversale d'une section de béton, d'une maille de treillis, ou, plus généralement, côté d'un contour rectangulaire.	a	Dimension transversale d'une section de béton. (Dans la plupart des cas, a représente la plus grande dimension transversale).
		a	Arête d'une éprouvette cubique.
		a	Plus grand côté du contour de la zone d'application d'une charge localisée.
		a	Plus grand côté de la maille d'un treillis soudé.
b	Dimension transversale d'une section de béton, d'une maille de treillis, ou, plus généralement, côté d'un contour rectangulaire.	b	Dimension transversale d'une section de béton. (Dans la plupart des cas, b représente la plus petite dimension transversale).
		b	Côté d'une section carrée.
		b	Largeur de la section d'une poutre à section rectangulaire, d'un hourdis ou de la table de compression d'une poutre en T.

Notation principale	Signification générale	Applications	
		b	Plus petit côté du contour de la zone d'application d'une charge localisée.
		b	Plus petit côté de la maille d'un treillis soudé.
		b_e	Largeur efficace de la table de compression d'une poutre en T.
		b_m	Largeur fictive de la section rectangulaire, équivalant à une section de forme quelconque.
		b_0	Largeur de l'âme (ou de la nervure) d'une poutre en T au niveau de l'axe moyen.
		b_{at}	Largeur des cadres constituant l'armature transversale d'une pièce soumise à la torsion.
		b_0	Épaisseur de la paroi d'une pièce creuse.
		b_s	Largeur d'un gousset.
		b_1	Largeur fictive de calcul de la nervure d'une poutre en T munie de goussets.
		b'	Largeur de la membrure tendue (ou du talon) d'une poutre en T.
c	Distance d'enrobage.	c_h	Distance horizontale d'enrobage.
		c_v	Distance verticale d'enrobage.
d	Distance.	d	Distance du centre de gravité de l'armature principale de traction à la fibre extrême la plus tendue ou la moins comprimée ; ou : distance du centre de gravité d'une barre tendue à la paroi de béton la plus voisine (calcul de la longueur d'ancrage).

Notation principale	Signification générale	Applications	
		d'	Distance du centre de gravité de l'armature principale de compression à la fibre extrême la plus comprimée.
	Autre signification : Diamètre d'une section circulaire.	d_m	Diamètre moyen ou épaisseur fictive d'une pièce.
	Autre signification : Dimension des grains d'un granulat	d_0 et d_M	Dimensions minimale et maximale caractérisant la classe d'un granulat.
e	Excentricité d'un effort normal.	e	Excentricité de l'effort normal.
		e_0	Excentricité initiale de calcul de l'effort normal.
		e_c	Excentricité complémentaire de calcul de l'effort normal.
	Autre signification : Distance.	e	Distance du centre de courbure d'un ancrage par courbure à la paroi de béton la plus voisine.
		e_a	Distance du centre de courbure d'une barre curviligne à la paroi de béton située du côté de la poussée au vide.
f	Flèche.	f_0	Flèche totale instantanée.
		f_∞	Flèche totale différée.
		f_I	Flèche partielle, atteinte lors de l'apparition de la fissuration (état I).
		f'_{II}	Flèche partielle, obtenue après fissuration de la pièce (état II).
		f_{II}	Valeur-limite de la flèche totale (état II).
h	Hauteur.	h	Hauteur utile d'une section fléchie (ou épaisseur utile d'une dalle ou d'une plaque).

Notation principale	Signification générale	Applications	
		h_0	Hauteur d'un hourdis ou de la table de compression d'une section en forme de *T*.
		h_s	Hauteur d'un gousset.
		h_t	Hauteur géométrique totale de la section transversale d'une poutre (ou épaisseur totale d'une dalle ou d'une plaque).
		h'	Distance entre les centres de gravité des armatures principales.
		h''	Distance du centre de gravité de l'armature comprimée (ou la plus comprimée) à la fibre tendue (ou la moins comprimée).
		h_{at}	Hauteur des cadres constituant l'armature transversale d'une pièce soumise à la torsion.
		h	Différence de niveau entre la base d'une construction et le faîte de la toiture (détermination des effets du vent).
i	Rayon de giration.	i_g	Rayon de giration d'une section autour de l'axe principal normal au plan de flexion.
		i_x	Rayon de giration d'une section autour d'un axe de référence quelconque x.
l	Longueur.	l	Portée libre d'une poutre.
		l	Longueur libre d'un élément de structure.
		l_c	Longueur de flambement d'un élément de structure.
		l_d	Longueur de scellement droit en traction.
		l'_d	Longueur de scellement droit en compression.

Notation principale	Signification générale	Applications	
		l_0	Longueur effective d'un scellement.
m	Moment de flexion par unité de largeur de dalle.	m_i	Moment de flexion résistant par unité de largeur de dalle correspondant aux barres d'armature parallèles à la direction i. Remarque : Lorsqu'il est nécessaire de préciser le signe du moment, l'addition d'une apostrophe (m_i') désigne un moment négatif.
		m_n	Moment de flexion normal agissant dans une ligne d'articulation, rapportée à l'unité de longueur de cette ligne.
		m_t	Moment de torsion agissant dans une ligne d'articulation, rapporté à l'unité de longueur de cette ligne.
		m_I et m_{II}	Moments de flexion principaux par unité de largeur de dalle, en un point donné de cette dalle.
	Autre signification : Coefficient d'équivalence en calcul classique.		(exception consacrée par l'usage). (On emploie aussi n).
n	Coefficient d'équivalence, en calcul classique.		(exception consacrée par l'usage). (On emploie aussi m).
	Autre signification (exception consacrée par l'usage) :	n	Nombre de barres constituant une armature.
	Nombre (quantité).	n	Nombre d'éléments rigides découpés dans une dalle par les lignes d'articulation.
p	Périmètre.	p	Périmètre de la section droite d'une barre d'armature ou d'un faisceau de barres.
		p'	Périmètre du contour critique utilisé dans le calcul d'une dalle au poinçonnement.
q	Surcharge répartie par unité de surface ou de longueur.		

Notation principale	Signification générale	Applications	
r	Rayon.	r	Rayon d'une section circulaire.
		r	Rayon de courbure d'un élément de structure.
		r	Rayon de courbure d'une barre, mesuré sur son axe.
s	Effort tangent par unité de surface	s	Effort tangent par unité de développement de la paroi d'une pièce soumise à la torsion.
	Autre signification : Écart standard.		
t	Espacement des coutures.	t	Écartement de deux nappes consécutives d'armatures de couture.
	Autre signification (exception consacrée par l'usage) : Temps.	Δt	Intervalle de temps.
v	Distance du centre de gravité de la section.	v	Distance de la fibre extrême la plus tendue (ou la moins comprimée) au centre de gravité de la section.
		v'	Distance de la fibre la plus comprimée au centre de gravité de la section.
w	Ouverture d'une fissure.	w	Ouverture d'une fissure.
x	Coordonnée.	x	Distance de l'axe neutre à la face la plus comprimée d'une pièce fléchie.
		x_i	Ordonnée d'une fibre quelconque de la section d'une pièce fléchie par rapport à la fibre neutre.
y	Coordonnée.	y	Hauteur du diagramme rectangulaire, utilisé dans le calcul simplifié de flexion.
z	Bras de levier.	z	Bras de levier du couple des forces intérieures, résistant au moment fléchissant.

2.33. MAJUSCULES GRECQUES

Notation principale	Signification générale	Applications	
Δ	Variation ou intervalle (exceptions consacrées par l'usage).	Δl	Espacement de deux fissures consécutives.
		Δt	Intervalle de temps.
		$\Delta \varepsilon_e$	Déformation élastique du béton provoquée par les changements d'intensité de la charge appliquée.
$\varnothing$	Diamètre d'une barre d'armature (exception consacrée par l'usage).		

2.34. MINUSCULES GRECQUES

Notation principale	Signification générale	Applications	
α	Coefficient.	α	Coefficient de dilatation thermique.
		α	Coefficient de majoration dynamique éventuelle des surcharges d'exploitation.
		α_f	Coefficient représentant l'influence de l'épaisseur de la pièce sur le fluage du béton.
		α_r	Coefficient représentant l'influence de l'épaisseur de la pièce sur le retrait du béton. Autres utilisations comme coefficient, notamment en 6.243 et 9.42 du code.
	Autre signification : Angle.	α	Angle d'inclinaison des armature de couture par rapport au plan sur lequel s'exerce l'action tangente ou : Angle d'inclinaison des armatures transversales par rapport à la ligne moyenne de la pièce.

Notation principale	Signification générale	Applications	
		α	Angle du versant d'une toiture avec l'horizontale.
β	Coefficient.	β	Coefficient représentant l'influence de la disposition des charges (calcul des flèches).
		β_f	Coefficient représentant l'influence de la composition du béton sur le fluage.
		β_r	Coefficient représentant l'influence de la composition du béton sur le retrait.
		β	Rapport entre l'effort normal extérieur et l'effort normal résistant de la section de béton d'un poteau (calcul du pourcentage minimal d'armature).
			Autres utilisations comme coefficient notamment en 6.243 du code.
γ	Coefficient de sécurité.	γ	Coefficient de sécurité global.
		γ_m	Coefficient de minoration de la résistance d'un matériau.
		γ_{acier}	Coefficient de minoration de la résistance de l'acier.
		$\gamma_{\text{béton}}$	Coefficient de minoration de la résistance du béton.
		γ_s	Coefficient de majoration d'une sollicitation ou de ses effets.
δ	Écart quadratique moyen relatif (coefficient de dispersion).		
ε	Déformation unitaire d'un matériau.	ε_a	Allongement unitaire de l'acier.
		ε_e	Allongement unitaire de l'acier correspondant au début du palier d'écoulement e.
		ε'_a	Raccourcissement unitaire de l'acier.
		ε_b	Allongement unitaire du béton.

Notation principale	Signification générale	Applications	
		ε'_b	Raccourcissement unitaire du béton.
		ε'_o	Raccourcissement unitaire maximal du béton.
		ε'_{be} ou ε'_e	Raccourcissement unitaire élastique instantané du béton.
		$\Delta\varepsilon'_e$	Variation du raccourcissement unitaire élastique du béton provoquée par une variation d'intensité de la charge.
		ε'_{bi}	Raccourcissement unitaire plastifié instantané du béton.
		$\varepsilon'_{b\infty}$	Raccourcissement plastique différé du béton.
		ε'_{br}	Retrait du béton (coefficient final de retrait).
		ε_f	Fluage du béton (coefficient final de fluage).
ζ	Coefficient.	ζ	Coefficient représentant l'influence de l'âge de mise en charge sur le fluage du béton.
η			
θ	Effort tranchant relatif.		On dit aussi : « effort tranchant réduit ».)
	Autre signification : Angle ou rotation.	θ	Angle au centre de courbure d'une barre pliée.
κ	Coefficient.	κ	Coefficient multiplicateur de l'écart quadratique moyen relatif et dépendant de la probabilité, acceptée à priori, d'avoir des résultats d'essais inférieurs à la résistance caractéristique ou une valeur de sollicitation supérieure à la valeur caractéristique.
		κ_r	Coefficient de région (détermination des effets du vent).

Notation principale	Signification générale	Applications	
		κ_s	Coefficient de site (détermination des effets du vent).
λ	Élancement d'une pièce $\lambda = 1/i$		
μ	Moment fléchissant relatif.		On dit aussi : « moment fléchissant réduit »).
	Autre signification : Pourcentage des ouvertures.	μ	Pourcentage de la surface des ouvertures par rapport à la surface totale des parois d'un bâtiment (détermination des effets du vent).
ν	Effort normal relatif.		On dit aussi : « effort normal réduit ».
	Autre signification : Coefficient de Poisson.	ν	Coefficient de Poisson.
	Autre signification : pourcentage en pâte de ciment (exception consacrée par l'usage, car les pourcentages sont généralement désignés par la notation ϖ).	ν_{E+C}	Pourcentage en pâte de ciment dans le béton.
	Autre signification : Coefficient caractérisant les actions du vent.	ν_0	Coefficient caractérisant les actions extérieures du vent sur une construction.
		ν_1	Coefficient caractérisant les actions intérieures du vent sur une construction.
π	Nombre 3,1416...		
ϖ	Pourcentage.	ϖ	Pourcentage mécanique de l'armature longitudinale de traction.
		ϖ_μ	Pourcentage mécanique des barres de l'armature longitudinale de traction strictement nécessaires pour résister au moment fictif $M + 1{,}5 \mid T \mid - 0{,}5 \mid N' \mid h$ (calcul à l'effort tranchant).

Notation principale	Signification générale	Applications	
		ϖ_o	Pourcentage géométrique de l'armature longitudinale de traction.
		ϖ_{to}	Pourcentage géométrique des tirants d'une pièce sollicitée à la torsion.
		ϖ_t	Pourcentage mécanique de l'armature de couture (ou transversale).
		ϖ_{to}	Pourcentage géométrique de l'armature de couture (ou transversale), ou : Pourcentage géométrique des cadres constituant l'armature transversale d'une pièce sollicitée à la torsion.
		ϖ'	Pourcentage mécanique de l'armature longitudinale de compression.
		ϖ'_o	Pourcentage géométrique de l'armature longitudinale de compression.
		ϖ_i	Pourcentage géométrique de l'armature transversale de frettage.
	Autre signification : Poids spécifique.		
ρ	Coefficient.	ρ_t	Coefficient représentant l'influence du temps sur le retrait et le fluage du béton.
σ	Contrainte normale. Le cas échéant ces notations peuvent être affectées d'une apostrophe (') s'il s'agit d'une contrainte de compression.	σ_m	Résistance moyenne d'un matériau.
		σ_k	Résistance caractéristique d'un matériau.
		σ^*	Résistance de calcul d'un matériau (méthode semi-probabiliste CEB/CIB).
		σ_a	Contrainte de traction de l'acier

Notation principale	Signification générale	Applications	
		σ_e	Limite d'élasticité apparente en traction (acier naturel).
		$\sigma_{0,2}$	Limite conventionnelle d'élasticité pour 0,2 % d'allongement rémanent (acier écroui).
		σ_{am}	Résistance (limite d'élasticité) moyenne de l'acier en traction.
		σ_{ak}	Résistance (limite d'élasticité) caractéristique de l'acier en traction.
		σ_a^*	Résistance (limite d'élasticité) de calcul de l'acier en traction (méthode semi-probabiliste CEB/CIB.
		$\bar{\sigma}_a$	Résistance de base de l'acier en traction (méthode simplifiée UNESCO).
		σ'_a	Contrainte de compression de l'acier.
		$\sigma'_a{}^*$	Résistance (limite d'élasticité) calcul de l'acier en compression (méthode semi-probabiliste CEB/CIB).
		$\bar{\sigma}'_a$	Contrainte de compression de l'acier à introduire dans le calcul de résistance d'une section (méthode de résistance d'une section (méthode simplifiée UNESCO).
		$\bar{\sigma}_t$	Résistance de base de l'acier de l'armature transversale (méthode simplifiée UNESCO).
		σ_b	Contrainte de traction du béton.
		σ_0	Résistance du béton en traction à 28 jours d'âge.
		σ_j	Résistance du béton en traction à j jours d'âge.

Notation principale	Signification générale	Applications	
		σ_{bm}	Résistance moyenne du béton en traction.
		σ_{bk}	Résistance caractéristique du béton en traction.
		σ_b^*	Résistance de calcul du béton en traction (méthode semi-probabiliste CEB/CIB).
		$\bar{\sigma}_b$	Résistance de base du béton en traction (méthode simplifiée UNESCO).
		σ'_b	Contrainte de compression du béton.
		σ'_o	Résistance du béton en compression à 28 jours d'âge.
		σ'_j	Résistance du béton en compression à j jours d'âge.
		σ'_{bm}	Résistance moyenne du béton en compression.
		σ'_{bk}	Résistance caractéristique du béton en compression.
		σ'^*_b	Résistance de calcul du béton en compression (méthode semi-probabiliste CEB/CIB).
		σ'_b	Résistance de base de béton en compression (méthode simplifiée UNESCO).
		$\bar{\sigma}'_{b0}$	Résistance limite du béton dans une pièce soumise à la compression simple (méthode simplifiée UNESCO).
		σ'_E	Contrainte d'Euler, dans le cas d'un poteau — (calcul du flambement).
		σ'_{Ex}	Contrainte d'Euler, suivant la direction principale x, dans le cas d'une plaque.

Notation principale	Signification générale	Applications	
		σ'_{Ey}	Contrainte d'Euler, suivant la direction principale y, dans le cas d'une plaque.
		σ_1	Plus grande contrainte extrême dans un état de contraintes multiples.
		σ_2	Plus petite contrainte extrême dans un état de contraintes multiples.
		σ_3	Contrainte intermédiaire dans un état de contraintes multiples.
τ	Contrainte tangente.	τ	Contrainte tangente.
		τ_d	Contrainte d'adhérence béton-acier.
		τ_d	Contrainte-limite d'adhérence d'ancrage.
		τ_{dl}	Contrainte-limite d'adhérence d'entraînement.
φ	Coefficient.	φ	Coefficient de base du fluage.
		φ	Coefficient de frottement acier-béton.
		φ	Grandeur figurant dans l'expression du diamètre maximal des barres d'armature (vérification de la fissuration.)
	Autre signification : Angle.	φ_{ij}	Angle des lignes d'articulation i et j d'une dalle.

CHAPITRE 3

DÉTERMINATION DES CARACTÈRES DES MATÉRIAUX

3.1. ACIER

3.11. DÉFINITION DES ACIERS UTILISÉS

Les aciers utilisés sont classés en 4 catégories : les barres lisses, les barres à haute adhérence, les treillis soudés, les profils.

3.111. Barres lisses

Les barres lisses sont généralement laminées en nuance douce ou en nuance mi-dure. Toutefois, seules les barres lisses de limite d'élasticité inférieure ou égale à 3 200 bars peuvent être utilisées en béton armé.

3.112. Barres à haute adhérence

Les barres à haute adhérence proviennent généralement d'aciers laminés de profil géométrique spécial; elles présentent une nuance mi-dure (ou éventuellement, une nuance dure), obtenue, soit par une composition appropriée *(aciers à dureté naturelle)*, soit par un écrouissage à froid par torsion ou étirage *(aciers écrouis)*.

Ces barres font l'objet de garanties, concernant notamment les caractères géométriques et mécaniques à introduire dans le calcul. Ces garanties sont fournies par les producteurs et contrôlées par le représentant du Maître de l'Œuvre.

3.113. Treillis soudés

Les treillis soudés sont généralement constitués de fils tréfilés en nuance mi-dure. Ils font l'objet de garanties analogues à celles des barres à haute adhérence.

3.114. Profilés

Sous réserve de justifications spéciales, il est permis d'utiliser des armatures en profilés de charpente métallique; il en est de même des pièces mixtes fléchies dont la membrure tendue et l'âme sont en acier, tandis que la membrure comprimée est en béton. En l'absence de prescriptions réglementaires applicables à ce type de construction, les justifications nécessaires peuvent consister en vérifications expérimentales, prolongées jusqu'à rupture, suivant un processus défini en accord avec le Maître de l'Œuvre.

3.12. DÉFINITION DES DIAMÈTRES UTILISÉS

Les diamètres suivants, exprimés en millimètres, peuvent être utilisés :

$\varnothing$ 5 , $\varnothing$ 6 , $\varnothing$ 8 , $\varnothing$ 10 , $\varnothing$ 12 , $\varnothing$ 16 , $\varnothing$ 20 , $\varnothing$ 25 , $\varnothing$ 32 , $\varnothing$ 40.

Les dix diamètres indiqués, dont la série sert de base à la normalisation des aciers, présentent l'avantage important de pouvoir être distingués à l'œil nu sur le chantier. Par ailleurs, la section correspondant à chaque diamètre correspond approximativement à la section totale des deux barres de diamètres immédiatement inférieurs, ce qui facilite toutes combinaisons.

Cinq autres diamètres ($\varnothing$ 14, $\varnothing$ 18, $\varnothing$ 22, $\varnothing$ 28, $\varnothing$ 30) peuvent être éventuellement tolérés. Mais il est vivement recommandé de ne pas les employer, afin d'éviter toutes confusions sur chantiers avec les diamètres immédiatement voisins.

3.13. CARACTÈRES MÉCANIQUES DE RÉFÉRENCE DE L'ACIER

Sauf cas particuliers, les seuls caractères mécaniques de référence de l'acier sont : — d'une part, la limite d'élasticité, — d'autre part, le diagramme de traction jusqu'à un allongement unitaire de 10 °/oo (dix pour mille).

3.131. Limite d'élasticité de l'acier

La limite d'élasticité de l'acier, — limite d'élasticité apparente dans le cas des aciers doux ou à dureté naturelle, limite d'élasticité conventionnelle à 0,2 % d'allongement rémanent dans le cas des aciers écrouis, — fait l'objet d'une garantie de valeur minimale, fournie par le producteur. Cette valeur minimale constitue la résistance mécanique de référence de l'acier.

L'introduction des renseignements statistiques disponibles (distribution statistique des résultats, valeur moyenne et écart quadratique moyen) peut être autorisé par le Maître de l'Œuvre. Dans cette éventualité, la notion de « valeur minimale garantie » est remplacée par la notion de « valeur caractéristique », suivant le processus indiqué au chapitre deuxième du Manuel d'Application.

3.132. Diagramme de traction de l'acier

Pour les barres lisses et les barres à haute adhérence, définies aux paragraphes 3.111 et 3.112, on introduit dans le calcul les diagrammes expérimen-

taux unifiés *(diagrammes-types)*, établis jusqu'à un allongement unitaire de 10 °/₀₀ (dix pour mille) :

1. ***Aciers naturels***

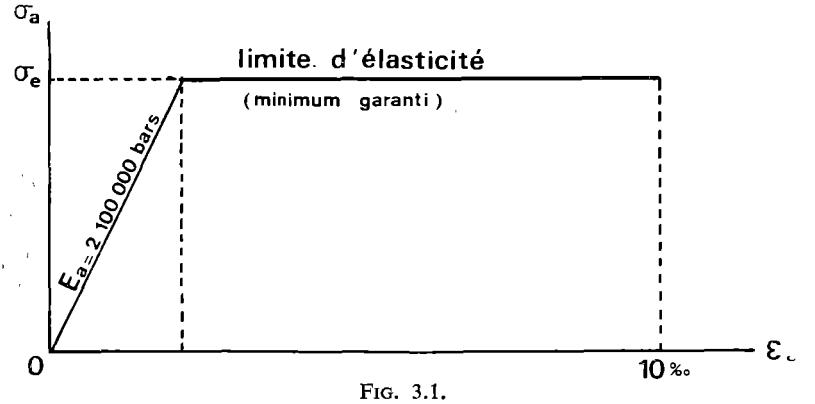


FIG. 3.1.

Le diagramme-type de traction des aciers naturels est supposé défini :

a) Par la droite de Hooke, entre l'origine et le point d'ordonnée égale à la limite d'élasticité, supposée confondue avec la limite de proportionnalité;

b) Par une droite parallèle à l'axe des abcisses.

2. ***Aciers écrouis***

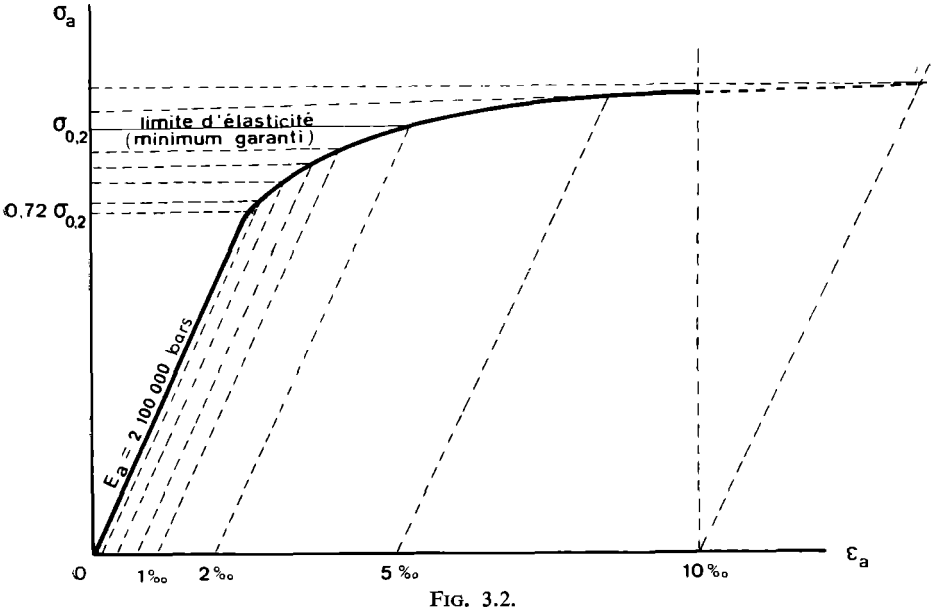


FIG. 3.2.

Le diagramme-type de traction des aciers écrouis est supposé défini :

a) par la droite de Hooke, entre l'origine et le point dont l'ordonnée est égale aux soixante-douze centièmes de la limite conventionnelle d'élasticité ($0{,}72\ \sigma_{0,2}$) ;

b) par une courbe, déterminée par les valeurs suivantes des allongements unitaires rémanents :

0,1 °/oo	pour une contrainte	égale à	$0{,}800\ \sigma_{0,2}$
0,3 °/oo	—	—	$0{,}880\ \sigma_{0,2}$
0,7 °/oo	—	—	$0{,}935\ \sigma_{0,2}$
1,0 °/oo	—	—	$0{,}960\ \sigma_{0,2}$
1,5 °/oo	—	—	$0{,}985\ \sigma_{0,2}$
2,0 °/oo	—	—	$\sigma_{0,2}$
5,0 °/oo	—	—	$1{,}050\ \sigma_{0,2}$
10,0 °/oo	—	—	$1{,}090\ \sigma_{0,2}$

Ce diagramme-type est valable jusqu'à une limite conventionnelle d'élasticité de 6 000 bars ($\sigma_{0,2} \leqslant 6\,000$ bars).

Ces diagrammes-types de traction ont été établis expérimentalement sur la base de nombreux résultats d'essais, communiqués par différents producteurs dans divers pays. Ils mettent en évidence une valeur uniforme du module de déformation de l'acier E_a égale à 2 100 000 bars.

En toutes circonstances, ces diagrammes-types se situent du côté de la sécurité et peuvent être éventuellement utilisés, sous réserve de renversement de signes, comme diagrammes-types de compression.

Enfin, si le projeteur ignore la qualité exacte de l'acier, il devra, par mesure de sécurité, sur la base de la limite élastique minimale garantie ou mesurée, adopter le diagramme des aciers écrouis (jusqu'à $\sigma_a = \sigma_e$ ou $\sigma_{0,2}$), suivi d'une droite parallèle à l'axe des abscisses (jusqu'à l'allongement unitaire limite $\varepsilon_a = 10$ °/oo).

3.2. BÉTON

3.21. RÉSISTANCES MÉCANIQUES DE RÉFÉRENCE DU BÉTON

Sauf cas particulier, les résistances mécaniques de référence du béton à la compression et à la traction, sont définies par les résultats minimaux d'essais préalables d'écrasement et de fendage, réalisés sur éprouvettes cylindriques à 28 jours d'âge.

Les modes de dimensionnement figurant au présent règlement, sont basés sur la définition précédente des résistances mécaniques du béton à la compression et à la traction. Si à la demande expresse du Maître de l'Œuvre, les essais sont réalisés sur d'autres types d'éprouvettes, suivant d'autres processus expérimentaux ou à des âges différents, les valeurs de résistances obtenues doivent subir les corrections nécessaires, avant leur introduction dans le calcul.

3.211. Détermination expérimentale des résistances mécaniques de référence du béton

1. ***Résistance à la compression***

Sauf justification spéciale, la résistance à la compression du béton est déterminée, à 28 jours d'âge, par l'essai d'éprouvettes cylindriques de 15 cm de diamètre et de 30 cm de hauteur, soumises à l'écrasement suivant leurs faces extrêmes, qui doivent être préalablement rectifiées.

Si l'essai d'écrasement est réalisé, soit sur des éprouvettes cylindriques de dimensions géométriques différentes, soit sur des éprouvettes prismatiques, soit sur des éprouvettes cubiques, les résultats de cet essai doivent être affectés des coefficients multiplicatifs de correction, indiqués au tableau suivant :

Nature de l'éprouvette (supposée à faces rectifiées)		Coefficient de correction
Cylindre	⌀ 15 × 30 cm	1,00
	⌀ 10 × 20 cm	0,97
	⌀ 25 × 50 cm	1,05
Prisme	15 × 15 × 45 cm	1,05
	20 × 20 × 60 cm	1,05
Cube	10 × 10 × 10 cm	0,80
	15 × 15 × 15 cm	0,80
	20 × 20 × 20 cm	0,83
	30 × 30 × 30 cm	0,90

Si l'essai d'écrasement est réalisé à un âge différent de 28 jours, les résultats de cet essai doivent être affectés des coefficients multiplicatifs de correction, indiqués au tableau suivant :

Age du béton (en jours)		3	7	28	90	360
Ciment Portland	Normal	2,50	1,50	1,00	0,85	0,75
	A haute résistance initiale	1,80	1,30	1,00	0,90	0,85

2. *Résistance à la traction*

Sauf justification spéciale, la résistance à la traction du béton est déterminée, à 28 jours d'âge, par l'essai d'éprouvettes cylindriques de 15 cm de diamètre et de 30 cm de hauteur, soumises au fendage par application de

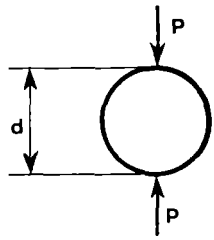


FIG. 3.3.

deux forces égales de compression suivant deux génératrices diamétralement opposées.

La valeur de la résistance à la traction du béton est déduite de la formule :

$$\sigma_0 = \frac{2P}{\pi \cdot d \cdot l}$$

expression dans laquelle d représente le diamètre de l'éprouvette ($d = 15$ cm) et l la hauteur de l'éprouvette ($d = 30$ cm).

Un essai analogue de fendage peut être effectué sur des éprouvettes cubiques:

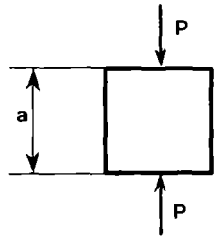


FIG. 3.4.

Dans ce cas, la valeur de la résistance à la traction du béton est déduite de la formule :

$$\sigma_0 = \frac{2P}{\pi \cdot a^2}$$

A défaut d'essai de fendage, le Maître de l'Œuvre peut autoriser l'essai d'éprouvettes prismatiques de $10 \times 10 \times 50$ cm, sollicitées en flexion circulaire dans leur partie centrale sur une longueur au moins égale à 15 cm.

La valeur de la résistance à la traction (pure) du béton est prise, conventionnellement, égale aux trois-cinquièmes (0,60) de la résistance à la traction par flexion, soit :

$$\sigma_0 = 0{,}60 \cdot \frac{6M_u}{b^3} = 3{,}60 \cdot \frac{M_u}{b^3}$$

expression dans laquelle M_u représente le moment de rupture par flexion de l'éprouvette et b le côté de la section droite de l'éprouvette.

Si l'essai de fendage (ou de flexion) est réalisé à un âge différent de 28 jours, les résultats de cet essai doivent être affectés des coefficients multiplicatifs de correction, indiqués au tableau suivant :

Age du béton (en jours)		3	7	28	90	360
Ciment Portland	Normal	2,00	1,40	1,00	0,95	0,90
	A haute résistance initiale	1,50	1,20	1,00	0,95	0,90

3.212. Détermination forfaitaire des résistances mécaniques de référence du béton

1. *Résistance à la compression*

A défaut d'études préalables du béton avant la mise en œuvre et sous réserve de l'accord du Maître de l'Œuvre, la résistance de référence du béton à la compression peut être prise égale à l'une des valeurs suivantes :

Dosage	Résistance à la compression du béton	
	Avec contrôle permanent	Sans contrôle permanent
300 kg/m^3	230 bars	150 bars
350 kg/m^3	270 bars	180 bars
400 kg/m^3	300 bars	200 bars

Ces valeurs, qui sont déduites de statistiques expérimentales et qui se situent du côté de la sécurité, supposent néanmoins, d'une part que la qualité d'eau utilisée pour la préparation du béton soit la plus faible compatible avec les conditions de mise en place, d'autre part que le pourcentage de sable soit compris entre 30 % et 50 % du poids total des matériaux inertes.

2. *Résistance à la traction*

A défaut d'essais préalables de traction du béton avant la mise en œuvre et sous réserve de l'accord du Maître de l'Œuvre, la résistance de référence du béton à la traction peut être déduite de la résistance à la compression correspondante, par application de la formule empirique suivante :

$$\sigma_0 = \sqrt{\sigma'_0}$$

expression dans laquelle σ_0 représente la résistance à la traction du béton et σ'_0 la résistance à la compression du béton sur éprouvettes cylindriques, référées à 28 jours d'âge et exprimées en bars.

Cette formule empirique est valable pour des résistances à la compression du béton, comprises entre 150 et 400 bars.

L'application de cette formule au cas où le béton ne fait l'objet d'aucune étude préalable avant la mise en œuvre conduit aux valeurs forfaitaires suivantes de la résistance à la traction :

a) avec contrôle permanent :

— pour 300 kg/m³ de ciment : 15,2 bars
— pour 350 kg/m³ de ciment : 16,4 bars
— pour 400 kg/m³ de ciment : 17,3 bars

b) sans contrôle permanent :

— pour 300 kg/m³ de ciment : 12,3 bars
— pour 350 kg/m³ de ciment : 13,4 bars
— pour 400 kg/m³ de ciment : 14,1 bars.

Comparativement aux statistiques expérimentales, ces valeurs se situent du côté de la sécurité.

3.22. MODULE DE DÉFORMATION DU BÉTON

3.221. Cas des charges instantanées (module instantané)

Dans le cas de charges instantanées (ou rapidement variables), le module de déformation longitudinale du béton à l'âge de j jours peut être évalué, en bars, d'après la formule empirique :

$$E'_{bo} = 21\,000\sqrt{\sigma'_j}$$

expression dans laquelle σ'_j représente la résistance moyenne à la compression, prévue pour le béton à j jours d'âge, exprimée en bars, ainsi que le résultat obtenu pour E'_{bo}.

Cette formule peut être considérée comme valable, tant que la contrainte de compression du béton dans l'état considéré ne dépasse pas le tiers de la résistance à la compression correspondante. Dans le cas contraire, le projecteur doit se référer au diagramme contraintes-raccourcissements du béton et tenir compte des effets de la plastification et, éventuellement, de l'hystérésis.

3.222. Cas des charges de longue durée (module différé)

Dans le cas de charges de longue durée (supérieure à 24 heures), le module de déformation longitudinale du béton peut être évalué, à partir du module instantané, en tenant compte des déformations différées sous l'effet combiné du retrait et du fluage.

Les données de base de ce calcul sont indiquées au chapitre « Retrait et Fluage » du Manuel d'Application.

Néanmoins, dans les cas courants, le projecteur peut utiliser la formule empirique approximative, valable sans contraintes constantes :

$$E'_{b\infty} = 7\,000\sqrt{\sigma'_j}$$

expression dans laquelle σ'_j représente la résistance moyenne à la compression, prévue pour le béton à j jours d'âge, exprimée en bars, ainsi que le résultat obtenu pour $E'_{b\infty}$.

3.23. COEFFICIENT DE POISSON DU BÉTON

Le coefficient de Poisson, relatif aux déformations élastiques, peut être pris égal à 0,15.

3.24. COEFFICIENT DE DILATATION THERMIQUE DU BÉTON

Le coefficient de dilatation thermique du béton armé peut être pris égal, en moyenne, à 10^{-5}.

Cette valeur ne constitue qu'une moyenne, car les essais montrent que ce coefficient de dilatation thermique peut varier, dans des proportions importantes (de l'ordre de $\pm$ 30 %), en fonction de la nature du ciment, de celle des granulats, du dosage, de l'hygrométrie et de la dimension des sections. En conséquence, si l'influence des variations thermiques présente une importance particulière, la détermination du coefficient de dilatation doit faire l'objet de mesures expérimentales sur des pièces de dimensions analogues et des bétons de nature identique.

3.25. DÉFORMATIONS LINÉAIRES DIFFÉRÉES DU BÉTON

Les valeurs des déformations linéaires différées du béton (retrait et fluage) dépendent de nombreux paramètres : dimensions de la pièce, rapport eau/ciment du béton, humidité relative, etc..., dont l'influence peut varier sensiblement suivant les régions et les pays. Ces valeurs doivent, en conséquence, faire l'objet, dans chaque cas, de mesures expérimentales appropriées, sur des pièces de dimensions analogues et des bétons de nature identique, dans des conditions de température et d'hygrométrie comparables à celles du chantier.

Une série de données expérimentales, susceptibles de constituer une base du calcul, est donnée, à titre indicatif, au chapitre 7 « Retrait et Fluage » du « Manuel du béton armé ».

CHAPITRE 4

DÉTERMINATION DE LA SÉCURITÉ

4.0. PRINCIPE DE VÉRIFICATION DE LA SÉCURITÉ

La vérification de la sécurité d'un ouvrage doit, conformément aux résultats des théories probabilistes et aux renseignements statistiques disponibles, tenir compte des dispersions respectives des sollicitations de diverses natures et des résistances des divers matériaux constitutifs. Cette vérification doit être effectuée pour les divers états-limites, correspondant aux différents critères de mise hors-service de l'ouvrage, notamment :

— l'état-limite ultime;
— l'état-limite d'instabilité;
— l'état-limite de fissuration ;
— l'état-limite de déformation ; etc...

Le calcul de la sécurité consiste à vérifier que, pour chaque état-limite, les effets des « sollicitations caractéristiques » (définies au § 4.1) ne dépassent pas la capacité de portance déduite des « *résistances de base* » (définies au § 4.2) de l'acier et du béton.

Cette méthode pratique de calcul constitue une simplification de la méthode semi-probabiliste, adaptée par le Conseil International du Bâtiment (C.I.B.) et le Comité Européen du Béton (C.E.B.). Cette simplification peut être considérée comme suffisante pour tous les ouvrages courants, ne présentant pas de caractère exceptionnel.

Néanmoins, le cas échéant, si le constructeur désire une connaissance plus précise de la sécurité et s'il dispose de données statistiques suffisantes sur les valeurs des sollicitations et des résistances, il peut appliquer, de manière systématique et complète, la méthode semi-probabiliste C.I.B.-C.E.B. exposés en annexe, au chapitre 2 « Détermination probabiliste de la sécurité » du « Manuel du béton armé ».

4.1. DÉTERMINATION DES SOLLICITATIONS CARACTÉRISTIQUES

Les « sollicitations caractéristiques », à introduire dans le calcul de chaque état-limite, comprennent :

4.11. *Les charges permanentes et surcharges fixes d'exploitation S_g;*

Les charges permanentes sont évaluées d'après le volume des matériaux et leur densité dans les conditions d'emploi.

Les surcharges fixes d'exploitation sont prises égales aux « surcharges nominales » correspondantes, prescrites par le Maître de l'Œuvre. A défaut d'une telle prescription, le constructeur peut utiliser les valeurs données en annexe, à titre indicatif, au chapitre 1 « Valeurs usuelles des charges permanentes, surcharges et autres actions » du « Manuel d'application ».

4.12. Les *surcharges variables d'exploitation* S_{p1}, multipliées par un coefficient de majoration 1,20 pour les immeubles d'habitation et 1,30 pour les autres ouvrages;

Les surcharges variables d'exploitation sont prises égales aux « surcharges nominales » correspondantes, prescrites par le Maître de l'Œuvre. A défaut d'une telle prescription, le constructeur peut utiliser les valeurs données en annexe, à titre indicatif, au chapitre 1 « Valeurs usuelles des charges permanentes, surcharges et autres actions » du « Manuel d'application ».

Les majorations de 20 à 30 % appliquées à ces surcharges nominales tiennent compte, d'une part des dispersions, d'autre part de l'effet défavorable de la variation du sens et de la grandeur des contraintes due à la variabilité des surcharges, et indépendamment de tout effet dynamique.

4.13. Les *surcharges dynamiques d'exploitation* S_{p2} multipliées par un « coefficient dynamique » prescrit par le Maître de l'Œuvre;

Ce coefficient de majoration tient compte de l'effet défavorable des phénomènes dynamiques transitoires (cas des ponts, des poutres de ponts roulants, etc...). S'il n'est pas fixé par le Maître de l'Œuvre, le constructeur peut utiliser la valeur empirique suivante :

$$\alpha = 1{,}30 + \frac{0{,}50}{1 + \frac{l_{\text{mètres}}}{5}} + \frac{0{,}80}{1 + \frac{S_g}{S_{p1} + S_{p2}}}$$

expression dans laquelle l représente la longueur libre de l'élément considéré, exprimée en mètres. Les régimes permanents et phénomènes cycliques (par exemple, machines tournantes ou alternatives) ne sont pas couverts par ce coefficient et doivent être spécialement étudiés dans chaque cas particulier.

4.14. Les *surcharges climatiques* S_v dues notamment à l'effet du vent et de la neige, ainsi que les *actions sismiques*;

En l'absence de règlements particuliers aux surcharges climatiques, le constructeur peut utiliser les valeurs données en annexe, à titre indicatif, au chapitre 1 « Valeurs usuelles des charges permanentes, surcharges, et autres actions » du « Manuel du béton armé ». Ces valeurs, qui tiennent compte implicitement des dispersions, doivent être utilisées sans majoration.

4.15. Les actions du *retrait*, du *fluage* et des variations de *température* S_r;

En l'absence de données expérimentales précises pour l'évaluation du retrait et du fluage, le constructeur peut utiliser les valeurs données en annexe, à titre indicatif, au chapitre 7 « Retrait et Fluage » du « Manuel du béton armé ». Ces valeurs doivent être utilisées sans majoration.

4.16. Éventuellement, *l'effet du procédé de construction*;

Le constructeur doit examiner si, dans les phases intermédiaires de construction et de montage de la structure, certaines sollicitations particulières ou combinaisons particulières de sollicitations peuvent être susceptibles de compromettre la sécurité de l'ouvrage et nécessiter, de ce fait, une vérification complémentaire.

En résumé, la détermination des « sollicitations caractéristiques », à introduire dans le calcul de la sécurité pour chaque état-limite, peut être schématisée par les deux expressions symboliques suivantes :

a) pour les immeubles d'habitation :

$$S_g + 1{,}20 \cdot S_{p1} + S_v + S_r + \ldots$$

b) pour les autres constructions :

$$S_g + 1{,}30 \cdot S_{p1} + \alpha \cdot S_{p2} + S_v + S_r + \ldots$$

4.2. DÉTERMINATION DES RÉSISTANCES DE BASE

4.20. DÉFINITION DES RÉSISTANCES DE BASE

La résistance de base de l'acier ou du béton, à introduire dans le calcul de chaque état-limite, est prise égale à la *résistance minimale garantie* (résistance de référence), divisée par un coefficient de minoration approprié.

Si le constructeur dispose d'au moins 20 résultats d'essais préliminaires sur l'acier ou le béton qui doivent être utilisés sur chantier, il peut substituer à la résistance minimale garantie une « résistance caractéristique », prise forfaitairement égale à deux fois la moyenne de la moitié des résultats inférieurs à la médiane, diminuée de la moyenne de l'ensemble des résultats.

4.21. RÉSISTANCE DE BASE DE L'ACIER

La résistance de base de l'acier est prise égale à la valeur minimale garantie de la limite d'élasticité (résistance de référence, cf. § 3.131), divisée par un coefficient de minoration dont la valeur, pour chaque état-limite, est fixée à :

$$\bar{\sigma}_a = \frac{\sigma_e}{\gamma_{\text{acier}}}$$

État-limite ultime	$\gamma_{\text{acier}} = 1{,}80$
État-limite d'instabilité.	$\gamma_{\text{acier}} = 1{,}80$
État-limite de fissuration	$\gamma_{\text{acier}} = 1{,}80$
État-limite de déformation	$\gamma_{\text{acier}} = 1{,}80$

4.22. RÉSISTANCE DE BASE DU BÉTON

La résistance de base de compression $\bar{\sigma}'_b$ du béton est prise égale à la valeur minimale garantie de la résistance de compression sur éprouvettes cylindriques à 28 jours (résistance de référence, cf. §§ 3.21 et 3.211.1), divisée par un coeffi-

cient de minoration dont la valeur, pour chaque état-limite, est fixée au tableau suivant :

$$\bar{\sigma}'_b = \frac{\sigma'_0}{\gamma_{\text{béton}}}$$

$\gamma_{\text{béton}}$	Bétons d'usine	Bétons de chantier	
	Avec dosage rigoureux et contrôle permanent	Avec contrôle permanent	Sans contrôle permanent
État-limite ultime	2,10	2,30	2,50
État-limite d'instabilité.	2,50	2,75	3,00
État-limite de fissuration	1,45	1,45	1,45
État-limite de déformation....	2,00	2,10	2,20

Les valeurs des coefficients de minoration relatifs à l'état-limite ultime supposent implicitement que la rupture de la pièce ou de la structure considérée ne constitue pas un phénomène fragile et ne présente pas un caractère brutal sans aucun signe avertisseur. Si, par contre, la rupture constitue un phénomène fragile, les valeurs des coefficients de minoration relatifs à l'état-limite ultime doivent être majorées de 20 % et s'identifient alors aux valeurs des coefficients de minoration relatifs à l'état-limite d'instabilité; c'est notamment le cas des murs et des panneaux porteurs.

De même, la résistance de base de traction $\bar{\sigma}_b$ du béton est prise égale, dans tous les cas où cette résistance doit être introduite dans le calcul de la structure, à la valeur minimale garantie de la résistance de traction par fendage d'éprouvettes cylindriques à 28 jours (résistance de référence, cf. §§ 3.21 et 3.211.2), divisée par le même coefficient de minoration que pour la résistance de base de compression (cf. tableau précédent) :

$$\bar{\sigma}_b = \frac{\sigma_0}{\gamma_{\text{béton}}}$$

Mais, par ailleurs, dans le cas d'un état multiple de contraintes, caractérisé par les contraintes principales extrêmes σ_1 en traction et σ'_2 en compression, le constructeur doit également vérifier, sous l'effet des sollicitations caractéristiques, la condition suivante :

$$\sigma_1 \leqslant 2\frac{\sigma_0}{\gamma_{\text{béton}}} - \frac{|\sigma'_2|}{5}$$

Cette condition résulte de la considération de l'état-limite correspondant, pour lequel on a :

$$\bar{\sigma}_b = \frac{\sigma_1}{2} + \frac{|\sigma'_2|}{10}$$

Elle équivaut à imposer au constructeur, dans le cas d'un état multiple de contraintes, à prendre comme résistance de base de traction du béton la plus petite des deux valeurs :

$$\frac{\sigma_0}{\gamma_{\text{béton}}} \quad \text{et} \quad 2\frac{\sigma_0}{\gamma_{\text{béton}}} - \frac{|\sigma'_2|}{5}$$

CHAPITRE 5

DÉTERMINATION DES EFFETS DES CHARGES PERMANENTES, SURCHARGES ET AUTRES ACTIONS

5.1. STRUCTURES CONSTITUÉES DE PIÈCES LINÉAIRES

Dans les structures constituées de pièces linéaires, les effets des charges et autres actions dans les différentes sections peuvent être calculés par application de la théorie élastique, exacte ou approchée.

La prise en compte d'un *transfert* entre sections peut être envisagée, sans qu'il soit nécessaire d'effectuer un contrôle de la compatibilité dans l'état-limite ultime. Toutefois, pour être valable, la prise en compte d'un tel « transfert » exige que soient satisfaites, à la fois, les *conditions suivantes* :

5.11. Dans l'évaluation de la résistance locale des sections, la contrainte de l'acier prise en compte ne doit pas dépasser la résistance de base.

Cette condition intervient notamment dans le dimensionnement de la section par rapport à l'état-limite ultime. Elle signifie que l'utilisation du diagramme de base de l'acier de l'armature de traction (§ 6.111.3) doit être limitée aux valeurs $\sigma_a \leqslant \bar{\sigma}_a$, dans tous les cas où la prise en compte d'un « transfert » des moments de flexion par rapport à leur distribution élastique est envisagée dans le calcul d'une structure hyperstatique. Pratiquement, cette condition n'est effective que dans le cas des aciers écrouis, dont le diagramme ne comporte pas de palier de ductilité.

5.12. Aucun transfert ne peut être admis dans les constructions dont la fissuration peut avoir des conséquences préjudiciables.

Cette condition est applicable notamment aux constructions qui doivent assurer une étanchéité ou qui sont exposées à une atmosphère humide et agressive. On doit également respecter cette condition dans le calcul des structures hyperstatiques qui doivent supporter des revêtements fragiles pour lesquels les excès de fissuration et de déformation peuvent avoir des conséquences néfastes sur la tenue de ces revêtements.

5.13. Le pourcentage mécanique de l'armature dans les pièces linéaires, qui constituent la structure, ne doit pas dépasser 0,20.

Les conditions 5.11 et 5.13 dérivent des constatations théoriques et expérimentales que l'on peut faire lorsqu'on étudie l'évolution de l'état d'équilibre des structures hyperstatiques après la fin de la phase élastique.

En général, les premières déformations plastiques dans le béton apparaissent d'abord dans une partie seulement des sections critiques. Il en résulte une redistribution des moments qui favorise précisément les régions les plus fortement sollicitées et qui en retarde la fissuration.

Pour une augmentation ultérieure des charges jusqu'à rupture, de nouvelles régions soumises à des moments positifs ou négatifs entrent en phase élasto-plastique. La distribution des moments est alors beaucoup plus difficile à prévoir, car elle résulte de la somme algébrique d'effets contraires. Le danger sera plus grand si les redistributions provoquées par les déformations non élastiques des deux signes ne se compensent pas, car il pourra se produire une rupture dans les régions qui disposent d'une moindre capacité d'adaptation, ce qui risque de diminuer sensiblement la marge de sécurité de l'ensemble de la structure.

Ce danger existe notamment :

a) Si l'on essaie d'exploiter à fond la capacité de résistance de certaines sections, au-delà du point qui correspond au début des grandes déformations (c'est-à-dire au-delà de la résistance de base de l'acier $\bar{\sigma}_a$), car il n'est pas certain que les autres régions puissent continuer à s'adapter suffisamment. Ce danger justifie la condition 5.11.

b) Si certaines régions de la structure disposent d'une capacité d'adaptation limitée, ce qui est le cas des sections fortement armées. Ce danger justifie la condition 5.13.

5.14. Le « transfert » des moments par rapport à leur valeur élastique ne doit pas dépasser 15 %.

Toute valeur supérieure doit être justifiée par une analyse complète du comportement de la structure hyperstatique en phase élasto-plastique jusqu'à rupture. Cette analyse nécessite notamment la connaissance des diagrammes réels moments-courbures, applicables à chaque section.

5.15. Le diagramme des moments pris en compte doit vérifier les conditions d'équilibre.

Il faut vérifier en outre, dans tous les cas, que les poteaux sont capables de résister aux flexions qui leur sont appliquées, aussi bien dans l'hypothèse d'une distribution élastique des moments que dans celle des moments « transférés ».

On dispose actuellement de diverses méthodes de calcul permettant la prise en compte du comportement anélastique et de la capacité d'adaptation des structures composées de pièces linéaires. Cependant, l'utilisation de ces méthodes nécessite souvent la mise en œuvre de moyens de calcul puissants; de plus, leur développement n'est pas encore suffisamment avancé pour que l'on puisse, sauf cas particulier, leur substituer des règles de caractère forfaitaire et élémentaire.

En dehors du calcul élastique linéaire, on peut envisager :

A) Le calcul plastique

Il est basé sur l'hypothèse de la plastification complète de certaines sections des pièces linéaires dont l'assemblage constitue la structure et sur la formation de *rotules plastiques* dans ces sections. Ces « rotules plastiques » doivent être en nombre suffisant et dans des emplacements tels que la structure soit transformée en un *mécanisme*, c'est-à-dire en un système articulé présentant au moins un degré de liberté.

Le « mécanisme » et la charge de rupture correspondante peuvent se déduire des valeurs des moments de plastification des sections par application des conditions de « compatibilité statique », qui conduisent à une *limite supérieure* de la charge de rupture, ou des conditions de « compatibilité cinématique », qui conduisent à une *limite inférieure*. La configuration et la charge de rupture réelles sont celles qui satisfont simultanément aux deux conditions de compatibilité statique et de compatibilité cinématique.

Toutefois, les structures en béton armé ne possèdent pas en général une capacité de déformation suffisante pour que les hypothèses du calcul plastique soient réalisées. Ce calcul n'est donc applicable que dans un domaine très limité; en particulier, il ne peut pas être utilisé lorsque des redistributions d'efforts, importantes par rapport à la distribution élastique, sont nécessaires pour atteindre la configuration de rupture admise dans le calcul.

B) LE CALCUL ÉLASTO-PLASTIQUE AVEC ROTATIONS LIMITÉES

Il est basé sur la prise en considération de la plastification complète de certaines sections (*rotules plastiques*), placées de telle façon et en nombre tel que la structure soit transformée en un *système isostatique*.

On admet que les tronçons de pièces, situés entre les rotules plastiques, conservent un comportement élastique et l'on vérifie que les valeurs des rotations dans les rotules plastiques, nécessaires pour que la configuration admise soit effectivement réalisée, ne dépasse pas les valeurs-limites que ces rotations peuvent atteindre.

Les *valeurs-limites des rotations dans les rotules plastiques* sont fonction des caractéristiques des sections (forme géométrique, type et pourcentage d'armature, etc...) et du type d'effort auquel ces sections sont soumises. Leur détermination fait l'objet de recherches expérimentales, actuellement en cours.

C) LE CALCUL NON-LINÉAIRE

Il est basé sur la prise en considération des relations non-linéaires entre les contraintes et les déformations dans les sections des pièces en béton armé, au moyen de l'introduction dans le calcul des diagrammes moments-courbures correspondants.

Dans la pratique, les résultats de ce calcul non-linéaire peuvent se concrétiser globalement sous la forme de *coefficients de redistribution*. Ces coefficients donnent les altérations maximales que l'on peut introduire dans la distribution des moments résistants des sections, par rapport à la distribution élastique, sans que soit sensiblement réduite la capacité portante de la structure, ainsi que la marge correspondante de sécurité.

Toutefois, dans l'état actuel des recherches, cette analyse n'a encore été exécutée que pour un petit nombre de structures et de disposition des charges.

Le tableau suivant indique quelques valeurs-limites de « coefficients de redistribution », applicable à des cas courants sous réserve d'une vérification complémentaire des conditions d'équilibre statique. Les notations inscrites à ce tableau présentent les significations suivantes:

ρ, coefficient de redistribution, applicable au moment élastique dans la section (1);
ϖ_0, pourcentage géométrique de l'armature principale de traction dans la section (1);
σ_e, limite élastique de référence de l'acier.

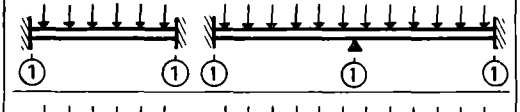
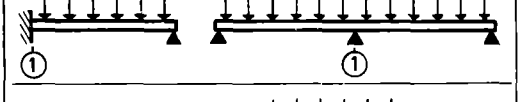
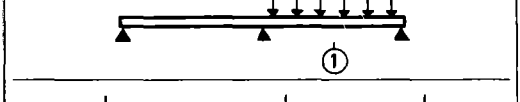
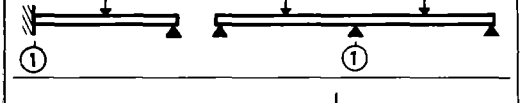
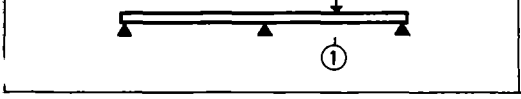
Type de structure	$\sigma_e \leq 3000$ bar	$3000 < \sigma_e < 5000$		$\sigma_e \geq 5000$ bar
		$\omega_0 \leq 1\%$	$\omega_0 > 1\%$	
	0,80		0,90	
	0,90		—	
	0,80		0,85	
	0,80		0,85	
	0,85		0,90	

FIG. 5.1.

5.2. STRUCTURES PLANES

5.21. STRUCTURES PLANES CHARGÉES PERPENDICULAIREMENT A LEUR PLAN MOYEN

Ces prescriptions concernent plus particulièrement le calcul de la résistance en flexion des dalles et planchers-dalles, supposés chargés, à titre principal, par des forces agissant perpendiculairement à leur plan moyen. Elles ne visent pas le calcul de la résistance des dalles et planchers-dalles au poinçonnement des forces localisées; ce calcul fait l'objet des prescriptions du § 6.25.

Dans les structures planes (plaques, dalles et planchers-dalles), chargées perpendiculairement à leur plan moyen, les effets des charges et autres actions peuvent être calculés par la théorie élastique, exacte ou approchée, sous réserve de tenir compte des conditions effectives d'appuis et de fonctionnement de ces structures, notamment de la rigidité des appuis, de l'influence des poutres de rive dans le cas des dalles bordées, ainsi que des formes géométriques plus ou moins compliquées des structures étudiées, des modes réels de chargement et des sollicitations de caractère exceptionnel.

L'extension de la théorie élastique, au-delà de ses hypothèses de base, peut permettre, dans un certain nombre de cas, la prise en compte de la fissuration et de la plastification du béton, notamment pour le calcul de l'état-limite de fissuration et de l'état-limite de déformation. Des recherches sont actuellement en cours pour l'établissement de méthodes pratiques de calcul appropriées.

Pour la vérification de l'état-limite ultime, les méthodes qui prennent en compte l'effet hyperstatique de la plasticité, notamment la théorie dite « des lignes de rupture », peuvent être appliquées, sous réserve :

1 – que la figure de la structure étudiée soit justifiée avec certitude ou déterminée par des essais appropriés;

2 – que les hypothèses de base de ces méthodes soient effectivement satisfaites;

3 – que le système de charges considéré corresponde à la disposition la plus défavorable de ces charges.

L'application pratique des théories de plasticité peut se faire en supposant une augmentation proportionnelle de l'intensité de toutes les charges (une fois déterminée leur disposition la plus défavorable) et une diminution proportionnelle des résistances de l'acier et du béton.

L'analyse précise des conditions d'application pratique des théories de plasticité, notamment de la théorie des lignes de rupture, n'a encore été exécutée que pour un nombre restreint de structures planes et de modes de chargement. Les recommandations correspondantes, ainsi que les exemples actuellement connus, figurent, à titre d'annexe, au chapitre 8 du *Manuel d'application.*

5.22. STRUCTURES PLANES CHARGÉES PARALLÈLEMENT A LEUR PLAN MOYEN

Les structures considérées sont supposées chargées, à titre principal, par des forces agissant parallèlement à leur plan moyen. Ce sont des structures dont deux des dimensions sont grandes par rapport à la troisième et dont le feuillet moyen est plan. Elles comprennent notamment :

a) les murs et panneaux porteurs,

b) les poutres cloisons.

Ces structures peuvent, à titre secondaire, être chargées perpendiculairement à leur plan moyen.

Les règles présentes supposent que les structures considérées sont coulées *in situ*. Le cas des constructions préfabriquées, notamment celui des structures préfabriquées par assemblage de grands panneaux, fait l'objet d'un chapitre du *Manuel d'application*.

5.221. Parois et murs porteurs

1. *Évaluation des effets des charges verticales*

11. DÉTERMINATION DES CHARGES

L'évaluation de la résistance d'une paroi ou d'un mur porteur implique le calcul, en grandeur ou en position, de la résultante des composantes verticales des forces agissant sur la structure.

On désigne sous le nom de « parois ou murs porteurs » les structures planes utilisées en position verticale et appuyées de façon continue sur leur bord inférieur. Sauf exception, la résistance de ces structures aux efforts verticaux ne fait pas intervenir de flexion perpendiculaire à leur plan moyen.

Les parois et murs porteurs remplissent généralement, soit l'une ou l'autre, soit l'une et l'autre des deux fonctions ci-après :

a) fonction porteuse, vis-à-vis des charges et surcharges verticales et vis-à-vis des composantes verticales des forces engendrées par d'autres sollicitations ;

b) fonction de contreventement, vis-à-vis des sollicitations latérales, agissant parallèlement à leur plan.

Les parois et murs peuvent être libres le long de leurs bords verticaux, ou être maintenus par des raidisseurs le long de ces bords. Mais, pour qu'une telle liaison puisse être considérée comme effective, il convient que le raidisseur ait une largeur égale au quart de la hauteur libre du panneau considéré.

Le calcul doit être conduit suivant les méthodes usuelles, dérivées de la théorie élastique des structures, compte tenu notamment de la nature des liaisons existant effectivement entre le panneau considéré et les autres éléments de la construction. Il doit être tenu compte du risque de flambement par introduction d'une excentricité complémentaire.

Les parois et murs porteurs n'ont pas encore fait l'objet d'études complètes, basées sur le concept fondamental des états-limites. En conséquence, dans l'état actuel des connaissances, les méthodes de calcul doivent être basées sur la théorie élastique.

12. Répartition des charges

Une charge concentrée (ou appliquée sur une zone restreinte) doit être supposée uniformément répartie à l'intérieur d'une zone arbitrairement définie par deux droites inclinées sur la verticale de :

1/3 s'il s'agit d'un mur ou d'un panneau non armé,

2/3 s'il s'agit d'un mur ou d'un panneau armé,

et menées à partir du point d'application de la charge concentrée (ou des extrémités de la zone d'application de cette charge).

La même règle doit être appliquée pour calculer les perturbations causées à la distribution des efforts par la présence d'ouvertures éventuelles.

13. Détermination de l'excentricité de calcul

131. *Excentricité initiale* e_0

L'excentricité initiale est la résultante :

— des excentricités structurelles,
— des excentricités accidentelles,
— des excentricités additionnelles.

1) *Excentricités structurelles*

Il s'agit des excentricités résultant, d'une part de la position excentrée de certaines charges ou surcharges (par exemple, excentrement dû aux changements d'épaisseur d'un mur pignon), d'autre part aux moments de flexion provoqués par d'autres éléments de la construction (par exemple, répercussion sur les murs de la flexion des planchers). Ces excentricités structurelles doivent être prises en compte avec leur signe propre.

2) *Excentricités accidentelles*

Il s'agit des excentricités résultant des défauts d'exécution (défauts de planéité, erreurs de position, etc...). A défaut d'analyse plus précise, il convient de prendre en compte une excentricité accidentelle totale, fixée forfaitairement à 2 cm; cette excentricité peut être réduite à 1,5 cm dans le cas d'une exécution remarquablement précise et soignée, mais elle doit être portée à 2,5 cm dans le cas de coffrages peu soignés, déformables ou difficiles à régler. L'excentricité accidentelle totale doit être prise en compte avec son signe le plus défavorable.

3) *Excentricités additionnelles*

Le projeteur doit également tenir compte d'excentricités additionnelles, dues à certaines natures de surcharges, correspondant notamment au moment de flexion transversal introduit par les efforts du vent (pression ou dépression) ou au moment de flexion transversal introduit par le gradient thermique pouvant exister entre les deux parements de la paroi ou du mur considéré. Ces

excentricités doivent être prises en compte avec leur signe propre, mais de façon à réaliser pour l'excentricité initiale la combinaison la plus défavorable.

132. *Excentricité complémentaire* e_c

La prise en compte du risque de flambement d'une paroi ou d'un mur porteur doit être effectuée par introduction d'une excentricité complémentaire (ou d'un moment de flexion complémentaire). La détermination de cette excentricité complémentaire dépend des liaisons existant le long des bords du panneau considéré, ainsi que du comportement du type de paroi ou de mur envisagé dans la construction. A défaut d'une connaissance expérimentale précise de ce comportement, les hypothèses suivantes doivent être adoptées :

a) La contrainte critique d'Euler, à introduire dans l'expression de l'excentricité complémentaire, doit être calculée dans l'hypothèse élastique suivant les méthodes de la théorie de la stabilité élastique;

b) les planchers doivent être considérés comme libres de se déplacer les uns par rapport aux autres dans le cas de structures unidirectionnelles, et comme fixes les uns par rapport aux autres dans le cas de structures bidirectionnelles ou multidirectionnelles;

c) les panneaux porteurs doivent être considérés comme articulés à leur bord supérieur et à leur bord inférieur; ils ne peuvent être considérés comme encastrés que si cet encastrement est physiquement justifié.

133. *Excentricité totale de calcul*

L'excentricité totale, à introduire dans le calcul, est prise égale à la résultante de l'excentricité initiale et de l'excentricité complémentaire :

$$e = e_0 \pm e_c.$$

2. Évaluation des effets des charges horizontales

Les efforts, correspondant à la fonction de contreventement des parois et des murs, doivent être calculés dans l'hypothèse élastique, suivant les méthodes dérivées de la théorie de l'élasticité.

Le projeteur peut, sous réserve de justification, associer entre eux plusieurs panneaux situés dans des plans différents, mais présentant des arêtes communes, en vue de réaliser des éléments de contreventement de plus grande inertie. Ces « consoles » composites verticales doivent être considérées comme des « poutres à parois minces ».

Ces « consoles » peuvent être soumises à des torsions importantes, lorsqu'elles sont soumises à des forces ne passant pas par le centre de torsion de la section correspondante. Par ailleurs, dans certains cas, les « poutres à parois minces », que constituent ces consoles, peuvent être empêchées de se gauchir librement par des diaphragmes (notamment pour les planchers). Enfin, il convient de veiller, avec un soin particulier, à la manière dont sont équilibrées les actions tangentes à la jonction de deux panneaux.

Le cas des panneaux comportant des ouvertures peut faire l'objet d'hypothèses simplificatrices :

a) dans le cas d'ouvertures de petites dimensions, laissant subsister entre elles des linteaux de raideur suffisante, les panneaux peuvent être calculés comme des panneaux plans. Les actions tangentes, qui se seraient manifestées dans les parties évidées en cas d'absence de ces ouvertures, sont supposées se reporter sur les linteaux ;

b) dans le cas d'ouvertures de grandes dimensions, ne laissant subsister entre elles que des linteaux de faible rigidité, les parties de panneaux, séparées par ces ouvertures, doivent être considérées comme butées les unes sur les autres et, par conséquent, astreintes à subir les mêmes déformations horizontales. Par ailleurs, les linteaux doivent pouvoir subir les contraintes occasionnées par les déformations qui leur sont imposées ;

c) dans le cas d'ouvertures de dimensions moyennes, laissant subsister entre elles des linteaux de rigidité moyenne, les panneaux doivent être calculés par une méthode appropriée, pour l'évaluation de la distribution des efforts dans un panneau ajouré.

5.222. Poutres cloisons

L'évaluation de la résistance d'une poutre cloison implique le calcul, en grandeur et en position, des efforts agissant sur la structure.

On désigne sous le nom de « poutres cloisons » les structures planes utilisées en position quelconque en vue d'équilibrer des forces parallèles à leur plan moyen et appuyées de façon discontinue sur le bord opposé aux forces. Leur résistance fait intervenir des flexions d'axe perpendiculaire à leur plan moyen. Éventuellement, ces pièces peuvent être également chargées perpendiculairement à leur plan.

Le calcul doit être conduit suivant les méthodes usuelles, dérivées de la théorie de l'élasticité et de la théorie des systèmes à déformation d'effort tranchant non négligeable. Le projeteur doit tenir compte du risque de flambement par déversement transversal, par application des méthodes usuelles dérivées de la théorie de la stabilité élastique, compte tenu des excentricités éventuelles introduites par les charges latérales.

Les poutres cloisons doivent être munies d'un système d'armatures principales et d'un système d'armatures transversales réparties, constituées par des cadres verticaux ; elles doivent comporter également des armatures horizontales réparties sur les deux faces de la paroi :

Si les charges ou surcharges sont appliquées à la partie inférieure de la poutre, les armatures verticales du réseau réparti doivent être majorées de la section correspondant à l'effort de suspension.

En ce qui concerne les calculs de résistance à l'effort tranchant, la contrainte de cisaillement à introduire dans ces calculs est celle qui résulte de la théorie des poutres homogènes, et non celle des poutres en béton armé.

Enfin, lorsqu'une poutre-cloison doit subir, non seulement les effets des charges parallèles à son plan, mais également ceux de flexions perpendiculaires à son plan, les contraintes correspondantes peuvent être évaluées, en première approximation, par addition des contraintes correspondant à chacune des flexions considérées séparément. Il y aura lieu, par ailleurs, de vérifier l'incidence de cette flexion transversale sur les conditions de flambement.

CHAPITRE 6

DÉTERMINATION DES SECTIONS

6.1. ACTIONS ET CONTRAINTES NORMALES

6.11. ÉTAT-LIMITE ULTIME

6.111. Flexion droite (simple ou composée)

1. *Hypothèses fondamentales de calcul*

Le calcul de la capacité de résistance en flexion droite dans l'état-limite ultime doit être basé sur les quatre hypothèses fondamentales suivantes :

11. Les *déformations des éléments d'une section* sont supposées toujours proportionnelles à la distance de ces éléments à l'axe neutre (*hypothèse de planéité des sections*, dite « hypothèse de Navier-Bernoulli »).

Cette hypothèse n'est pas strictement conforme à la réalité expérimentale, car, dans les conditions usuelles de service, les déformations longitudinales et les contraintes des pièces en béton armé n'obéissent plus, en raison des phénomènes de fissuration (systématique ou accidentelle), aux lois théoriques de la « Résistance des matériaux ». On peut constater, en effet, que :

a) les déformations longitudinales unitaires du béton et de l'acier ne sont pas constantes le long de la pièce, même sous l'action d'un moment fléchissant constant. En effet, ces déformations longitudinales sont plus importantes au droit des fissures et moins grandes entre les fissures;

b) la fissuration progressive de la zone tendue du béton provoque, entre chaque fissure, un glissement de l'armature par rapport au béton et, corrélativement, une variation locale de la contrainte d'adhérence et de la contrainte de traction de l'acier;

c) en conséquence, la position de l'axe neutre varie tout au long de la pièce.

La prise en compte systématique de tous ces phénomènes rendrait trop compliquée la tâche du calculateur. C'est pourquoi l'hypothèse de planéité des sections peut être considérée comme une approximation raisonnable et suffisante.

12. La *répartition des contraintes de compression du béton* dans la zone comprimée de la pièce est supposée conforme à un *diagramme-type contraintes-raccourcissements*, défini expérimentalement.

Des recherches théoriques et expérimentales ont montré que la relation entre les contraintes de compression et les raccourcissements unitaires du béton dans une section dépend, non seulement de la qualité du béton, mais de nombreux autres paramètres, parmi lesquels :

— la vitesse et la durée d'application des charges;
— la nature des sollicitations;
— la position de l'axe neutre dans l'état-limite ultime;
— la forme géométrique de la section;
— l'ambiance dans laquelle se trouve la pièce.

La prise en compte systématique de tous ces paramètres rendrait trop compliquée la tâche du calculateur. C'est pourquoi les recherches théoriques et expérimentales ont eu, comme objectif principal, la détermination de diagrammes-types simplifiés, facilement applicables dans les calculs usuels et conduisant à des résultats voisins des prévisions théoriques et des mesures expérimentales.

13. La *résistance à la traction du béton* est négligée.

14. Les *contraintes de traction (et de compression) de l'acier* sont déduites, après application de l'hypothèse de planéité des sections (§ 6.111.11), de *diagrammes conventionnels* de traction (et de compression) basés sur les diagrammes expérimentaux unifiés des aciers naturels et des aciers écrouis et valables jusqu'à un allongement unitaire de 10 $^{0}/_{00}$ (dix pour mille).

2. *Prise en compte du béton en compression*

21. Largeur de la zone comprimée

La notion de « largeur de la zone comprimée » ne présente de signification réelle que dans le cas des sections rectangulaires ou des sections assimilables à des sections rectangulaires.

Dans le cas des sections rectangulaires, la largeur de la zone comprimée correspond évidemment à la largeur de la section géométrique.

Dans le cas des poutres en T et des nervures associés à des hourdis de planchers, il est convenu d'introduire dans le calcul une *largeur efficace de la table de compression.* Cette largeur efficace définit, conventionnellement, la largeur de la zone comprimée qui participe effectivement à la capacité de résistance en flexion.

La détermination de la largeur efficace de la table de compression des sections en T dépend de nombreux paramètres, parmi lesquels :

— le mode d'appui de la poutre considérée (appuis libres ou appuis continus);
— le mode d'application des charges (charges réparties ou charges localisées);
— le rapport de la longueur de la poutre (entre appuis libres ou entre points de moment nul) à la largeur de la nervure et à la distance entre nervures consécutives;
— le rapport de l'épaisseur de la table à la hauteur de la poutre;
— la présence éventuelle de goussets de raccordement.

L'analyse de l'influence de ces divers paramètres a permis de définir une méthode pratique de détermination de la largeur efficace, facilement applicable dans les calculs usuels et conduisant à des résultats voisins des prévisions théoriques et des mesures expérimentales.

211. *Poutres en* T *sur appuis libres*

La largeur efficace de la table de compression des poutres en T sur appuis libres, présentant, soit une nervure unique, soit une succession de nervures parallèles associées à une même table, est définie aux tableaux suivants, qui indiquent, en fonction de divers paramètres géométriques, la largeur de table $\frac{b_e - b_0}{2}$ à prendre en compte de part et d'autre de la nervure. Ces tableaux numériques sont valables dans le cas de *charges réparties* (suivant une répartition uniforme ou pratiquement uniforme, triangulaire, parabolique ou sinusoïdale).

Dans le cas d'une *charge localisée*, appliquée sur une zone de largeur a, les valeurs indiquées à ces tableaux seront multipliées par le coefficient de réduction suivant :

	Coefficient de réduction de $\frac{b_e - b_0}{b - b_0}$	Valeurs de $\frac{2l}{b - b_0}$		
		0	10	20
Charge localisée	$a \approx 0$	0,6	0,7	0,9
	$0 < a < \frac{l}{10}$	Calcul par interpolation linéaire entre les valeurs extrêmes ci-dessus et ci-dessous		
	$a \geqslant \frac{l}{10}$	1,0	1,0	1,0

Par ailleurs, *au voisinage d'un appui libre*, la largeur de table $\frac{b_e - b_0}{2}$ à prendre en compte de part et d'autre de la nervure ne doit pas dépasser la distance entre l'appui et la section considérée.

212. *Poutres en* T *sur appuis continus*

Pour les poutres en T continues, et plus généralement, pour les poutres en T dans lesquelles se présentent, dans un état de sollicitations déterminé, des changements de signe du moment fléchissant, la méthode de détermination de la largeur efficace de table de compression est la même que pour les poutres en T sur appuis simples (§ 6.111.211), sous réserve de substituer à la valeur de la portée libre l celle de la *distance entre les points de moment nul.*

Largeur de table $\frac{b_e - b_0}{2}$ à prendre en compte de part et d'autre de la nervure à mi-portée, pour une charge uniforme appliquée à la poutre.

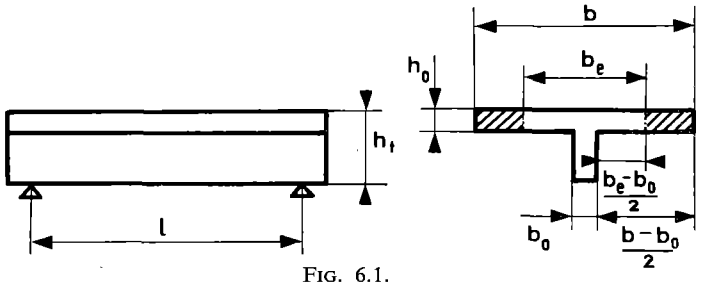


FIG. 6.1.

TABLEAU DES VALEURS DE $\frac{b_e - b_0}{b - b_0}$

Valeurs de $\frac{h_0}{h_t}$	Valeurs de $\frac{l}{b_0}$	Valeurs de $\frac{2l}{b - b_0}$											
		0	1	2	3	4	6	8	10	12	14	16	18
Table sans raideur en flexion	—	0	0,18	0,36	0,52	0,64	0,73	0,85	0,92	0,95	0,97	0,98	= 18 0,99 > 18 1,00
0,10	10	0	0,18	0,36	0,53	0,65	0,78	0,87	0,92	0,95	0,98	0,99	1,00
	50	0	0,19	0,37	0,54	0,66	0,79	0,87	0,92	0,95	0,98	0,99	1,00
	100	0	0,21	0,40	0,56	0,67	0,80	0,87	0,92	0,96	0,98	0,99	1,00
	150	0	0,23	0,43	0,56	0,69	0,81	0,88	0,92	0,96	0,98	0,99	1,00
	200	0	0,27	0,47	0,62	0,71	0,81	0,88	0,93	0,96	0,98	0,99	1,00
0,15	10	0	0,19	0,37	0,53	0,66	0,79	0,87	0,92	0,95	0,98	0,99	1,00
	50	0	0,22	0,42	0,58	0,69	0,81	0,88	0,92	0,96	0,98	0,99	1,00
	100	0	0,30	0,51	0,66	0,74	0,83	0,89	0,93	0,96	0,98	0,99	1,00
	150	0	0,36	0,60	0,73	0,80	0,86	0,91	0,94	0,96	0,98	0,99	1,00
	200	0	0,40	0,65	0,79	0,85	0,89	0,92	0,95	0,97	0,98	0,99	1,00
0,20	10	0	0,21	0,40	0,57	0,68	0,81	0,87	0,92	0,96	0,98	0,99	1,00
	50	0	0,30	0,52	0,69	0,78	0,86	0,90	0,94	0,96	0,98	0,99	1,00
	100	0	0,40	0,65	0,79	0,86	0,89	0,92	0,95	0,97	0,98	0,99	1,00
	150	0	0,44	0,70	0,85	0,91	0,94	0,95	0,97	0,97	0,98	0,99	1,00
	200	0	0,45	0,73	0,89	0,93	0,96	0,96	0,97	0,98	0,99	1,00	1,00
0,30	10	0	0,28	0,48	0,63	0,72	0,81	0,87	0,92	0,96	0,98	0,99	1,00
	50	0	0,42	0,65	0,83	0,87	0,90	0,92	0,94	0,96	0,98	0,99	1,00
	100	0	0,45	0,73	0,90	0,92	0,94	0,95	0,96	0,97	0,98	0,99	1,00
	150	0	0,46	0,75	0,91	0,93	0,95	0,97	0,97	0,98	0,99	1,00	1,00
	200	0	0,46	0,77	0,92	0,94	0,96	0,97	0,98	0,99	0,99	1,00	1,00

Largeur de table $\frac{b_e - b_0}{2}$ à prendre en compte de part et d'autre des nervures à mi-portée, pour une charge uniforme appliquée à l'ensemble des poutres.

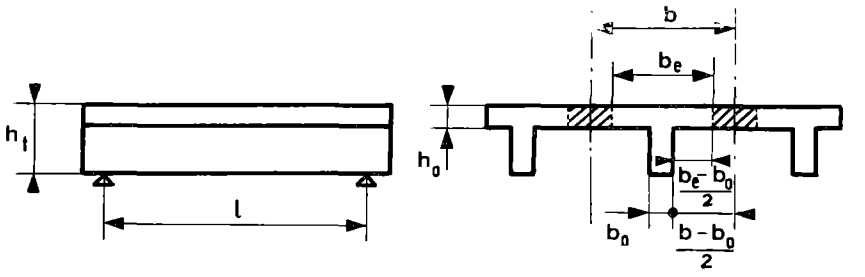


FIG. 6.2.

TABLEAU DES VALEURS DE $\frac{b_e - b_0}{b - b_0}$

Valeurs de $\frac{h_0}{h_t}$	Valeurs de $\frac{l}{b_0}$	Valeurs de $\frac{2l}{b - b_0}$							
		0	1	2	3	4	6	8	$\geqslant 10$
Table sans raideur en flexion	—	0	0,19	0,38	0,57	0,71	0,88	0,96	= 10 0,99 > 10 1,00
0,10	10	0	0,19	0,38	0,57	0,72	0,89	0,96	1,00
	50	0	0,19	0,39	0,58	0,73	0,89	0,96	1,00
	100	0	0,21	0,42	0,60	0,75	0,89	0,96	1,00
	150	0	0,24	0,45	0,62	0,75	0,90	0,96	1,00
	200	0	0,27	0,48	0,64	0,77	0,90	0,96	1,00
0,15	10	0	0,19	0,39	0,58	0,72	0,89	0,97	1,00
	50	0	0,23	0,44	0,62	0,74	0,90	0,97	1,00
	100	0	0,31	0,53	0,68	0,78	0,91	0,97	1,00
	150	0	0,37	0,61	0,74	0,83	0,92	0,97	1,00
	200	0	0,41	0,66	0,80	0,87	0,93	0,98	1,00
0,20	10	0	0,21	0,42	0,61	0,74	0,90	0,97	1,00
	50	0	0,30	0,54	0,71	0,82	0,92	0,97	1,00
	100	0	0,41	0,66	0,80	0,87	0,94	0,98	1,00
	150	0	0,44	0,71	0,86	0,91	0,96	0,98	1,00
	200	0	0,45	0,74	0,89	0,93	0,97	0,99	1,00
0,30	10	0	0,28	0,50	0,65	0,77	0,91	0,97	1,00
	50	0	0,42	0,69	0,83	0,88	0,93	0,97	1,00
	100	0	0,45	0,74	0,90	0,94	0,96	0,98	1,00
	150	0	0,46	0,76	0,92	0,95	0,97	0,99	1,00
	200	0	0,47	0,77	0,92	0,96	0,98	0,99	1,00

213. *Poutres en* T *à goussets*

Si, dans la poutre en T considérée, la nervure se trouve raccordée à la table de compression par des goussets de largeur b_s et de hauteur h_s, la largeur réelle b_0 de la nervure doit être remplacée dans le calcul par une largeur fictive b_1 prise égale à :

$$b_1 = b_0 + 2b_s \quad \text{si} \quad b_s \leqslant h_s$$

ou :

$$b_1 = b_0 + 2h_s \quad \text{si} \quad b_s \geqslant h_s$$

22. Raccourcissement unitaire maximal du béton

Le raccourcissement unitaire maximal du béton en flexion droite (simple ou composée) est pris conventionnellement égal à 2 °/₀₀ (deux pour mille).

Les mesures expérimentales montrent que la valeur du raccourcissement unitaire maximal du béton dans l'état-limite ultime peut varier, dans des proportions importantes, en fonction de la vitesse et de la durée d'application des charges, du milieu ambiant, de la forme géométrique de la section, du pourcentage d'armature, de l'excentricité de l'effort normal appliqué et de la position correspondante de l'axe neutre La figure suivante, relative à des essais de courte durée en flexion simple, montre, à titre d'exemple, quelle peut être l'importance de ces variations :

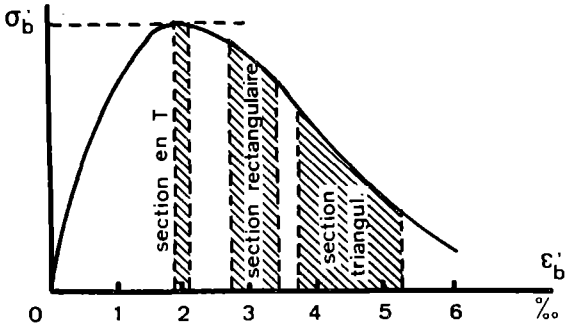


Fig. 6.3.

On voit ainsi que l'influence de la forme géométrique et du pourcentage d'armature de la section conduit, toutes choses égales par ailleurs, à des variations du raccourcissement unitaire maximal du béton, de :

1,9 à 2,1 °/₀₀ pour une section en T,
2,7 à 3,4 °/₀₀ pour une section rectangulaire,
3,7 à 5,2 °/₀₀ pour une section triangulaire.

Ces valeurs seraient encore plus importantes dans le cas d'essais de longue durée et pourraient même atteindre 10 à 15 °/₀₀.

Mais pratiquement, par raison de simplification, il a paru raisonnable de limiter le raccourcissement unitaire maximal du béton à une valeur uniforme et conventionnelle de 2 °/₀₀, applicable à toutes les sollicitations de flexion-compression, c'est-à-dire à tout le domaine compris entre la flexion simple et la compression contrée. Expérimentalement, la valeur de 2 °/₀₀ correspond au cas des sections entièrement comprimées ou à celui des tables de compression des sections fléchies des poutres en T, c'est-à-dire au minimum des valeurs du raccourcissement unitaire maximal du béton dans l'état-limite ultime de flexion.

La valeur 2 °/₀₀ se situe donc, en toutes circonstances, du côté de la sécurité. Comme, par ailleurs, l'incidence des variations du raccourcissement unitaire maximal du béton sur le résultat final du calcul de flexion-compression est peu importante dans la pratique, l'erreur correspondant à l'adoption de la valeur uniforme conventionnelle 2 °/₀₀ peut être considérée comme acceptable.

23. Diagramme de répartition des contraintes du béton

Le diagramme de répartition des contraintes du béton de la zone comprimée est assimilé à un rectangle, dont la largeur est prise égale à la résistance de base du béton $\bar{\sigma}'_b$ (définie au § 4.22) et dont la hauteur est prise égale, en fonction de la distance x de l'axe neutre à la face la plus comprimée de la pièce, à

$$\begin{cases} \dfrac{3}{4}x & , \quad \text{lorsque } x \leqslant h \quad \text{(flexion simple et flexion composée)} \\ \dfrac{x-\dfrac{3}{4}h}{x-\dfrac{2}{3}h}\cdot h, & \quad \text{lorsque } x \geqslant h \quad \text{(compression excentrée)} \end{cases}$$

expressions dans lesquelles h représente la hauteur utile de la section.

Les recherches théoriques et expérimentales permettent d'établir les diagrammes contraintes-raccourcissements unitaires du béton en fonction des divers paramètres du phénomène (§ 6.111.12). Les diagrammes suivants, donnés à titre indicatif, montrent l'influence de l'âge du béton lors de la mise en charge (28 jours ou 1 an), de la vitesse et de la durée de chargement :

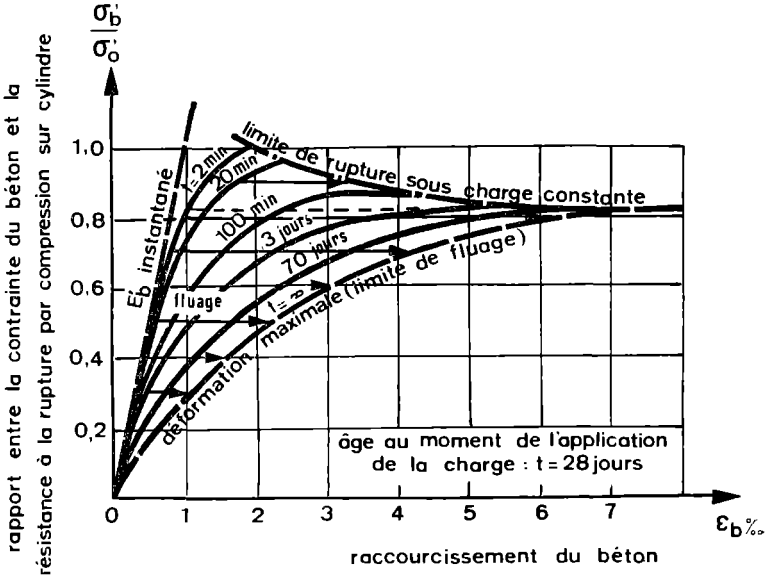


FIG. 6.4.

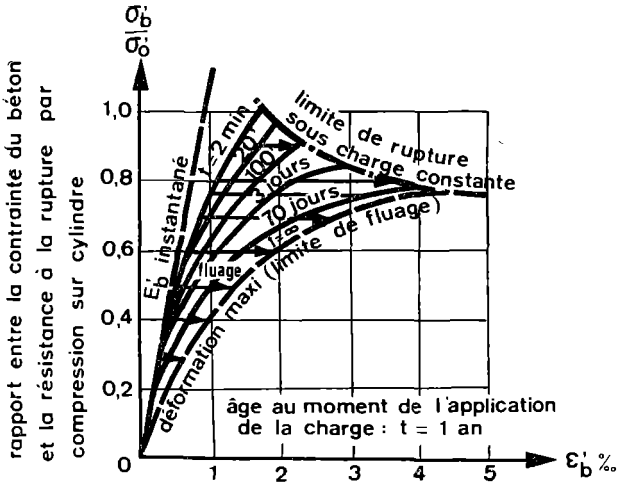


FIG. 6.5.

Mais des recherches complémentaires montrent également que, dans les cas courants, la sollicitation la plus défavorable correspond généralement à l'application de la pleine charge de calcul, durant un jour, lorsque le béton a 28 jours d'âge. Dans ces conditions, il devient possible de substituer aux familles de diagrammes tenant compte des divers paramètres du phénomène un *diagramme unique*, utilisable pour toutes les qualités de béton, pour toutes les positions de l'axe neutre et pour toutes les formes géométriques de sections. Ce diagramme unique, justifié par l'interprétation statistique d'un grand nombre d'essais, et couvrant tous les modes de sollicitation les plus défavorables, est constitué par la juxtaposition d'un diagramme parabolique du second degré et d'un diagramme rectangulaire, dont la largeur est prise égale aux quatre-vingt-deux centièmes (0,82) de la résistance de base du béton $\bar{\sigma}'_b$, conformément au schéma suivant (*diagramme parabole-rectangle*) :

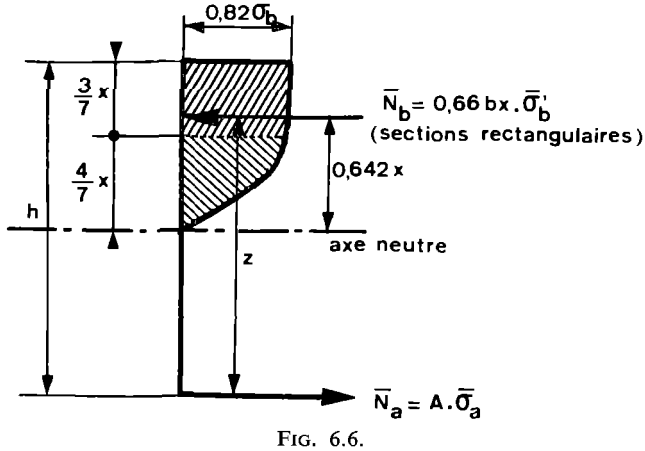


FIG. 6.6.

Pratiquement, ce diagramme est voisin du diagramme parabolique du second degré, dont le sommet se situe sur la face la plus comprimée de la pièce, supposée soumise à la

résistance de base du béton $\bar{\sigma}'_b$ (*diagramme parabolique*). Les différences de résultats dans le calcul de l'état-limite ultime sont faibles et se situent du côté de la sécurité.

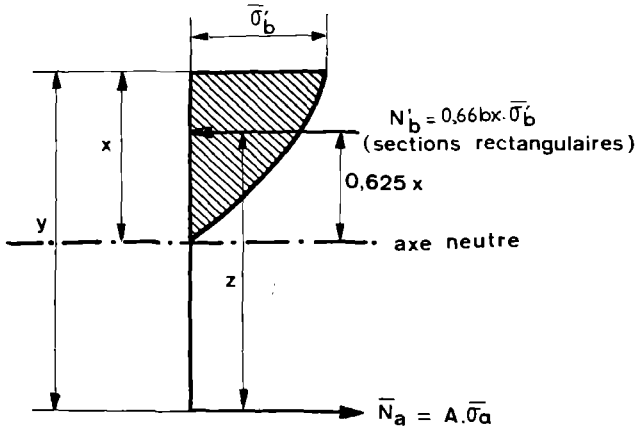


FIG. 6.7.

Une autre simplification consiste à transformer le diagramme parabole-rectangle en un diagramme rectangulaire, limité à une fraction de la hauteur de la zone comprimée, cette fraction tenant compte de la position de l'axe neutre et permettant une solution de continuité entre le cas des sections fléchies et celui des sections comprimées (*diagramme rectangulaire plafonné*) :

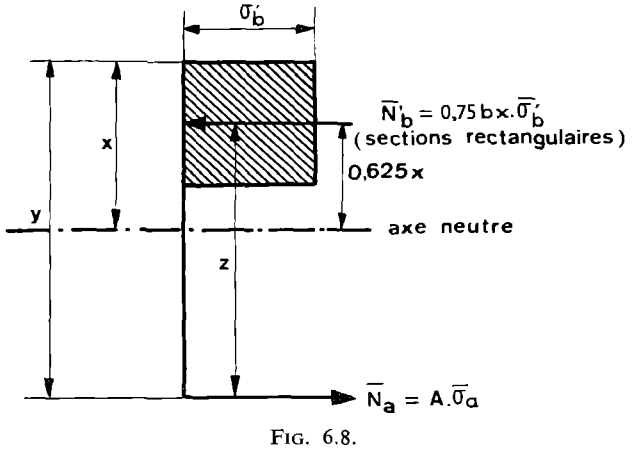


FIG. 6.8.

Le diagramme rectangulaire plafonné permet une simplification importante de tous les calculs courants de dimensionnement des sections, qui constituent la grande majorité des travaux quotidiens des bureaux d'études. Néanmoins, il existe certains cas où son caractère de discontinuité au voisinage de l'axe neutre peut constituer un obstacle à l'analyse précise du comportement réel d'une pièce de section géométrique compliquée. Dans ces conditions exceptionnelles, il est conseillé de se référer au diagramme parabole-rectangle ou au diagramme parabolique. Il en est de même dans tous les cas où la discontinuité du diagramme rectangulaire plafonné peut constituer une difficulté à l'établissement d'un programme de calcul électronique.

La valeur du moment résistant dû aux contraintes de compression du béton (abstraction faite de l'apport éventuel d'une armature de compression) est limitée à la valeur du moment (par rapport aux aciers tendus ou situés du côté le moins comprimé) des forces agissant sur la section totale utile, supposée soumise à une contrainte uniforme égale aux trois-quarts (0,75) de la résistance de base du béton $\bar{\sigma}'_b$.

L'introduction d'une limite supérieure du moment résistant, dite *moment-plafond* équivaut à réduire graduellement la contrainte du béton de la valeur de base $\bar{\sigma}'_b$ à la valeur 0,75 $\bar{\sigma}'_b$, au fur et à mesure qu'augmente l'étendue de la zone comprimée, depuis une valeur limite (pour laquelle le moment-plafond est atteint) jusqu'à la hauteur utile h.

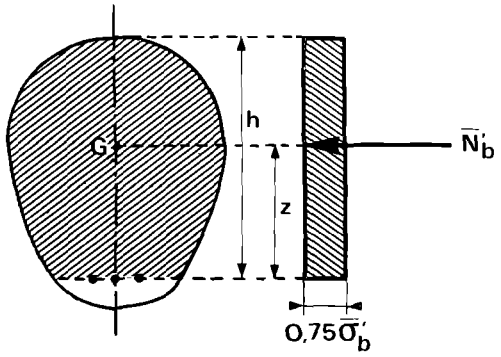


FIG. 6.9.

La valeur du « moment-plafond » est égale à $\bar{N}'_b \cdot z$. soit, pour une section rectangulaire :

$$0{,}75\bar{\sigma}'_b \cdot bh \cdot \frac{h}{2} = 0{,}375 \cdot bh^2 \cdot \bar{\sigma}'_b$$

Cette valeur du « moment plafond » est supposée indépendante de la qualité du béton, bien que certaines études expérimentales mettent en évidence une variation de cette valeur. Cette variation a été négligée par souci de simplification, mais il en a été tenu compte dans la détermination des valeurs du coefficient de minoration γ béton (§ 4.22).

3. *Prise en compte de l'armature de traction*

Le *diagramme de base* de l'acier est déduit du diagramme type de traction (§ 3.132) par une affinité de direction parallèle à la droite de Hooke et de rapport :

$$\frac{1}{\gamma_{\text{acier}}} = \frac{1}{1{,}80} = 0{,}556$$

L'allongement unitaire de l'acier dans l'état-limite ultime est limité supérieurement à 10 $^0/_{00}$.

A titre d'exemple, le diagramme de base d'un *acier naturel* est représenté ci-dessous :

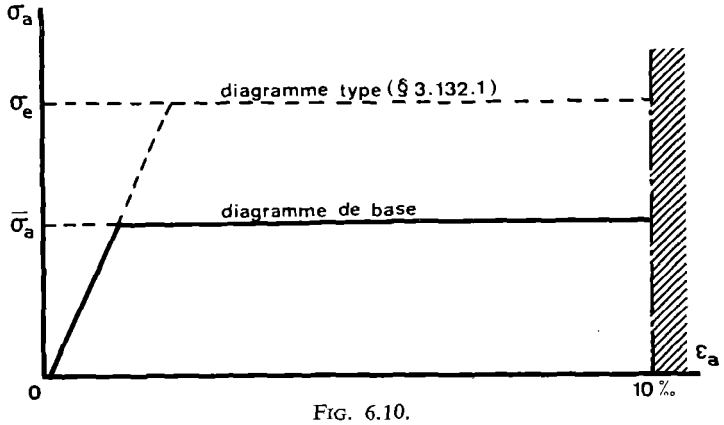


FIG. 6.10.

De même pour le diagramme de base d'un acier écroui :

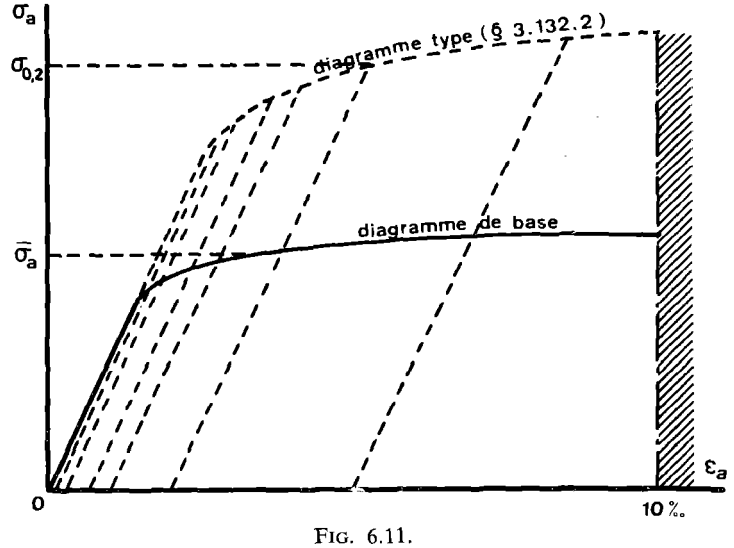


FIG. 6.11.

L'allongement unitaire de l'acier de 10 °/₀₀ est considéré comme la limite maximale de déformation plastique. Pour les pièces très faiblement armées, dont la rupture effective n'est atteinte que pour des allongements unitaires de l'acier supérieurs à 10 °/₀₀, l'état-limite ultime est donc défini, non pas par la rupture, mais par l'excès de déformation plastique. La diminution correspondante du moment résistant est négligeable dans le cas des aciers naturels; elle l'est aussi dans le cas des aciers écrouis, si, dans le calcul, la contrainte de l'acier a été fixée à la valeur qui correspond à l'allongement-limite de 10 °/₀₀.

4. *Prise en compte de l'armature de compression*

La prise en compte de l'armature de compression ne peut être envisagée que si les barres de diamètre ∅, qui composent cette armature sont maintenues

par des cadres ou étriers transversaux de section convenable et d'espacement inférieur à 12 $\varnothing$.

Le raccourcissement unitaire de l'acier dans l'état-limite ultime étant déterminé d'après l'hypothèse de planéité des sections (§ 6.111.11), la contrainte de compression de l'acier, à introduire dans le calcul de résistance, est déduit du *diagramme de base* de compression, qui est supposé analogue, sous réserve de renversement des signes, au diagramme de base de traction, défini au § 6.111.3.

Si d' représente la distance du centre de gravité de l'armature de compression à la face la plus comprimée et x la hauteur de la zone comprimée de béton dans l'état-limite ultime, le raccourcissement unitaire de l'acier comprimé, déterminé par l'hypothèse de planéité des sections, est égal à :

$$\varepsilon'_a = \varepsilon'_0 \times \frac{x - d'}{x} = 2 \cdot \overline{10}^{-3} \left(1 - \frac{d'}{x}\right)$$

Le diagramme de base de l'acier (§ 6.111.3) permet de lire la contrainte de compression correspondant au raccourcissement unitaire ε'_a. Ce raccourcissement étant toujours inférieur à 2 °/₀₀, l'utilisation du diagramme de base en compression est limitée à la zone comprise entre l'origine et un raccourcissement maximal de 2 °/₀₀.

6.112. Flexion déviée (simple ou composée)

Le calcul de la capacité de résistance en flexion déviée dans l'état-limite ultime, — en d'autres termes, le calcul du moment-limite ultime et de l'effort normal correspondant, — doit être basé sur les mêmes hypothèses fondamentales (§ 6.111.1) que le calcul en flexion droite.

La flexion est dite « déviée » lorsque l'axe du couple de flexion ne coïncide pas avec l'un des axes centraux d'inertie de la section.

Toutefois, le calcul en flexion déviée peut être généralement évité dans le cas fréquent des poutres de rive des dalles nervurées. Du fait de leur asymétrie, ces poutres de rive sont sollicitées en flexion déviée, mais pratiquement leurs sections peuvent être dimensionnées en flexion droite, car la rigidité de la dalle qui leur est associée suffit généralement à empêcher une déviation sensible de leur axe neutre.

6.113. Compression centrée

1. *Pièces non frettées*

11. Hypothèses fondamentales de calcul

Le calcul de la capacité de résistance en compression centrée dans l'état-limite ultime doit être basé sur les mêmes hypothèses fondamentales (§ 6.111.1) que le calcul en flexion monoaxiale.

Ces hypothèses fondamentales sont valables, de manière parfaitement continue, dans tout le domaine de flexion monoaxiale, simple ou composée, c'est-à-dire dans tout le domaine compris entre la flexion simple et la compression centrée.

Le calcul de la capacité de résistance en compression centrée dans l'état-limite ultime est considéré comme suffisant pour toutes les pièces comprimées dont l'élancement au sens d'Euler (§ 6.121) ne dépasse pas 40. Dans le cas

contraire, ce calcul doit être complété par celui de la capacité de résistance dans l'état-limite d'instabilité (§ 6.122).

12. Raccourcissement-limite du béton et de l'acier

Le raccourcissement unitaire du béton et de l'acier dans l'état-ultime est pris conventionnellement égal à 2 °/₀₀ (deux pour mille).

Cette hypothèse s'identifie à l'hypothèse § 6.111.22 du calcul en flexion monoaxiale.

13. Prise en compte du béton en compression

La contrainte de compression du béton dans l'état-limite est prise égale aux soixante-quinze centièmes (0,75) de la résistance de base du béton $\bar{\sigma}'_b$ (définie au § 4.22).

Cette hypothèse s'identifie à l'hypothèse § 6.111.23 du calcul en flexion monoaxiale.

14. Prise en compte de l'armature de compression

La prise en compte de l'armature de compression ne peut être envisagée que si les barres de diamètre $\varnothing$, qui composent cette armature, sont maintenues par des cadres ou étriers transversaux de section convenable et d'espacement inférieur à 12 $\varnothing$.

Le raccourcissement unitaire de l'acier dans l'état-limite ultime étant fixé à 2 °/₀₀ (§ 6.113.12), la contrainte de compression de l'acier $\bar{\sigma}'_a$ à introduire dans le calcul de résistance est déduite du *diagramme de base* de compression, qui est supposé analogue, sous réserve de renversement des signes, au diagramme de base de traction, défini au § 6.111.3.

Cette hypothèse s'identifie à l'hypothèse § 6.111.4 de calcul en flexion monoaxiale.

De l'application de cette hypothèse, ainsi que de l'hypothèse précédente, il résulte que la valeur de l'effort-limite ultime se présente comme la *somme* :

— d'un effort égal au produit de l'aire totale de la section transversale de béton de la pièce par les soixante-quinze centièmes (0,75) de la résistance de base du béton $\bar{\sigma}'_b$ et

— d'un effort égal au produit de l'aire totale de la section transversale de l'armature de compression par la contrainte $\bar{\sigma}'_a$ correspondant à une déformation de deux pour mille (2 °/₀₀) sur le diagramme de base de l'acier :

Soit :

$$\bar{N}' = B \cdot 0{,}75 \cdot \bar{\sigma}'_b + A \cdot {}'\bar{\sigma}'_a$$

2. *Pièces frettées*

21. Objet du frettage

Le frettage des pièces comprimées peut être employé dans le but d'améliorer la résistance aux efforts localisés, la résistance aux chocs, ainsi que la ductilité à rupture de ces pièces, mais il doit être strictement réservé à ces usages particuliers.

Le principe du frettage est de s'opposer au gonflement transversal du béton comprimé au moyen d'armatures très serrées, appelées « frettes » et d'obtenir ainsi un accroissement apparent de la résistance du béton.

Pratiquement, le frettage doit être réservé à des renforcements locaux, par exemple aux articulations et aux appuis de charges concentrées. En aucun cas il ne doit être considéré comme un artifice de calcul, permettant de satisfaire en toutes circonstances à la vérification de l'état-limite ultime en compression.

22. Conditions nécessaires d'efficacité du frettage

L'effet du frettage ne peut être pris en considération dans le calcul de l'état-limite ultime en compression centrée que si les quatre conditions suivantes sont satisfaites :

221. *Hauteur maximale de la zone frettée*

La hauteur de la zone frettée d'une pièce comprimée ne doit pas dépasser deux fois la plus petite dimension transversale de cette pièce.

Le frettage n'est efficace que dans des pièces courtes. Dans le cas de pièces longues frettées, la grande déformation du noyau fretté à l'état de plastification crée un danger de flambement, qui peut entraîner la destruction prématurée par éclatement.

222. *Épaisseur minimale de la zone frettée*

La plus petite dimension transversale de la zone frettée d'une pièce comprimée doit être au moins égale à 0,25 mètre.

Le frettage ne peut pas être correctement exécuté, si les dimensions de la pièce sont trop faibles.

223. *Nature et disposition des frettes*

Le frettage doit être réalisé par l'un ou l'autre des dispositifs d'armature transversale suivants, à l'exclusion de tout autre.

a) Frettage en hélices ou en cerces :

Le frettage d'une pièce de section circulaire peut être réalisé par une hélice circulaire continue ou par des cerces fermées. Le pas de l'hélice ou l'espacement des cerces ne doit pas dépasser le cinquième (0,20) du diamètre de la section du noyau fretté.

b) Frettage en nappes :

Le frettage d'une pièce de section rectangulaire peut être réalisé par des quadrillages, composés de barres repliées sur elles-mêmes en « épingles à cheveux » alternées, disposés alternativement dans deux directions perpendiculaires et convenablement ancrés dans la masse du béton. La distance de deux nappes consécutives ne doit pas dépasser le cinquième (0,20) de la plus petite dimension de la section du noyau fretté.

224. *Pourcentage minimal des frettes*

Le pourcentage géométrique des frettes, rapporté au volume total de la zone frettée de la pièce comprimée, doit être au moins égal à six pour mille ($6\,{}^{0}/_{00}$).

23. Prise en compte de l'effet de frettage

231. *Section de référence d'une pièce frettée*

Le calcul de l'effort-limite ultime d'une pièce frettée doit être référé, non pas à la section totale de la pièce, mais seulement à la *section du noyau fretté*, limité par le bord extérieur de l'armature transversale.

232. *Contrainte de compression d'une pièce frettée*

La contrainte de compression du béton d'une pièce frettée dans l'état-limite ultime est prise égale aux soixante-quinze centièmes (0,75) de la résistance de base du béton $\bar{\sigma}'_b$ (définie au § 4.22), multipliée par un coefficient de majoration tenant compte de l'effet du frettage (« coefficient de frettage »).

233. *Coefficient de frettage*

Suivant le dispositif d'armature transversale, le coefficient de frettage est pris égal à l'une des deux valeurs suivantes, sans jamais dépasser la limite supérieure 2,50 :

a) Frettage en hélices ou en cerces :

$$(1 + 20\varpi'_0)\left(1 + \frac{5}{3} \cdot \frac{\bar{\sigma}_a}{\bar{\sigma}'_b} \cdot \varpi_i\right) \leqslant 2{,}50$$

b) Frettage en nappes :

$$(1 + 20\varpi'_0)\left(1 + \frac{2}{3\,\varnothing} \cdot \frac{\bar{\sigma}_a}{\bar{\sigma}'_b} \cdot \varpi_i\right) \leqslant 2{,}50$$

expressions dans lesquelles ϖ'_0 représente le pourcentage géométrique de l'armature longitudinale de compression et ϖ_i le pourcentage géométrique de l'armature transversale de frettage, tous deux rapportés au volume total de la zone frettée de la pièce comprimée. Dans la seconde expression, $\varnothing$ désigne le diamètre (en centimètres) des aciers de l'armature transversale de frettage.

6.114. Traction centrée

Le calcul de la capacité de résistance en traction dans l'état-limite ultime est basé sur la seule prise en compte de la capacité de résistance de l'armature de traction, à l'exclusion de toute prise en compte du béton tendu.

Cette hypothèse fondamentale de calcul est valable, non seulement dans le cas de la traction centrée, mais aussi dans les cas de traction accompagnée de flexion, pour autant que toute la section de béton soit effectivement tendue. S'il n'en est pas ainsi, la zone comprimée de la section de béton peut être prise en considération dans le calcul de la capacité de résistance.

Le calcul de l'état-limite ultime en traction centrée doit être complété par la vérification de l'état-limite de fissuration (§ 6.13), compte tenu des conditions d'ambiance et d'exploitation de la pièce considérée.

Il se peut toutefois que la fissuration, quelle que soit son importance, soit rigoureusement inacceptable en raison de circonstances particulières (par exemple, structures devant assurer l'étanchéité d'enceintes nucléaires). Dans ce cas, le calcul de l'état-limite ultime doit être remplacé par un calcul d'état-limite d'allongement du béton, qui doit permettre de vérifier que l'allongement unitaire du béton reste inférieur à l'allongement de rupture en traction (que l'on peut, par exemple, prendre égal à 0,1 $^{o}/_{oo}$). De plus, il faut tenir compte, dans ce cas, de l'effet défavorable du retrait, sans pouvoir introduire l'effet favorable éventuel du fluage. Enfin, malgré ces conditions très sévères, la capacité de résistance en traction du béton, même supposé non fissuré, doit être, comme dans les cas courants, considérée comme négligeable.

6.12. ÉTAT-LIMITE D'INSTABILITÉ

6.121. Hypothèses fondamentales de calcul

Le calcul de la capacité de résistance critique en flexion monoaxiale dans l'état-limite d'instabilité, — en d'autres termes, le calcul du moment-limite de flambement et de l'effort normal correspondant, — peut être ramené au calcul de la capacité de résistance ultime (§ 6.11) par l'introduction conventionnelle d'une excentricité complémentaire de l'effort normal.

Cette hypothèse, valable pour la vérification du flambement en flexion monoaxiale, peut être étendue à la vérification du flambement en flexion biaxiale. Mais elle ne peut être utilisée pour la vérification du flambement en flexion-torsion, c'est-à-dire pour la vérification de la résistance au déversement transversal; dans ce cas, le projeteur doit se référer aux théories classiques de la stabilité des constructions.

Dans la pratique, l'hypothèse précédente consiste à transformer le calcul de l'état-limite d'instabilité en un calcul usuel d'état-limite ultime en compression excentrée ou en flexion composée.

En effet, si l'on considère une pièce soumise à une compression longitudinale, on constate que, dans une section transversale quelconque, l'effort normal présente une excentricité totale, composée :

a) de l'excentricité connue ou intentionnelle, résultant des dispositions prévues de la construction;

b) de l'excentricité accidentelle et inévitable, résultant des défauts de l'exécution;

c) de la flèche, correspondant aux déformations de flexion qui résultent des deux composantes précédentes *a*) et *b*) de l'excentricité.

Il semble ainsi que, dans la réalité du comportement des ouvrages, la compression centrée ne soit qu'une sollicitation idéale qui, en fait, se complique toujours de flexion. Il est donc contestable d'appliquer aux pièces et structures en béton armé la théorie classique du flambement élastique. C'est pourquoi il est apparu judicieux, pour la vérification de l'état-limite d'instabilité, de s'orienter vers un calcul analogique, basé sur la connaissance des déformations maximales de la pièce à l'état-limite ultime et permettant d'évaluer simplement la capacité de résistance critique de flambement par application de la méthode usuelle de calcul-limite en compression excentrée et en flexion composée.

En conclusion, la prise en compte du risque de flambement revient à ajouter, de manière conventionnelle et arbitraire, un moment complémentaire de flexion au système initial de sollicitation, qui sert de base au calcul de la section dans l'état-limite ultime.

Le calcul de la capacité de résistance critique dans l'état-limite d'instabilité est nécessaire pour toutes les pièces comprimées dont l'élancement au sens d'Euler égale ou dépasse 40. Dans le cas contraire, le calcul de la capacité de résistance dans l'état-limite ultime est considéré comme suffisant.

Il est rappelé que l'élancement λ d'une pièce est défini par Euler comme le rapport de la longueur de flambement l_c au rayon de giration i de la section droite de béton (seul) dans le plan correspondant :

$$\lambda = \frac{l_c}{i}$$

La valeur de la longueur de flambement l_c dépend des dispositions constructives de la structure. Si l désigne la longueur géométrique de la pièce considérée, la longueur de flambement l_c est égale à :

$l_c = 2l$, si la pièce est libre à une extrémité et encastrée à l'autre.

$l_c = l$, si la pièce est articulée aux deux extrémités, — ou bien encore, si la pièce peut être considérée comme encastrée à ses deux extrémités, mais si ces extrémités peuvent se déplacer, l'une par rapport à l'autre, suivant une direction perpendiculaire à l'axe longitudinal de la pièce et située dans le plan principal pour lequel on étudie le flambement.

$l_c = \frac{l}{\sqrt{2}}$, si la pièce est articulée à une extrémité et encastrée à l'autre.

$l_c = \frac{l}{2}$, si la pièce peut être considérée comme encastrée à ses deux extrémités, sans que ces extrémités ne puissent se déplacer.

Dans les cas fréquents de bâtiments à étages multiples, où la continuité des poteaux et de leur section est assurée, la longueur de flambement l_c peut être égale à :

$l_c = \frac{l}{\sqrt{2}}$, si le poteau est, à ses extrémités, soit encastré dans un massif de fondation, soit assemblé à des poutres de plancher ayant au moins la même inertie que lui dans le sens considéré et le traversant de part en part.

$l_c = \frac{l}{1{,}15}$, dans tous les autres cas.

Pratiquement, l'une des difficultés du calcul consiste à apprécier correctement le *degré d'encastrement* effectif de la liaison entre la pièce considérée et les autres éléments de la construction. Un moyen empirique commode consiste à comparer, à chaque nœud, dans un plan donné, la rigidité de la pièce porteuse à la somme des rigidités des pièces portées :

Si le rapport de la rigidité de la pièce porteuse à la somme des rigidités des pièces portées est inférieur à 25, le nœud peut être considéré comme « encastrement ». Par contre, si ce rapport est égal ou supérieur à 25, le nœud doit être considéré comme « articulation ».

D'autres difficultés peuvent également se présenter dans l'évaluation de la longueur géométrique de la pièce considérée, lorsque l'ouvrage présente des dispositions constructives particulières :

1. · *Cas des planchers-dalles*

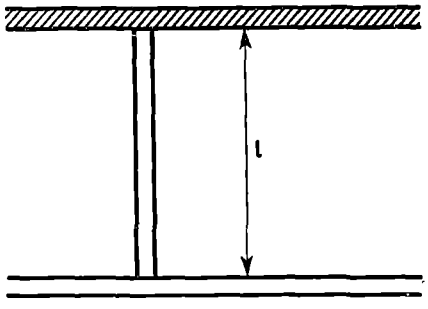


FIG. 6.12.

La définition de la longueur géométrique l du poteau est évidente : elle s'identifie à la distance nette entre nus des planchers.

2. *Cas des planchers-champignons*

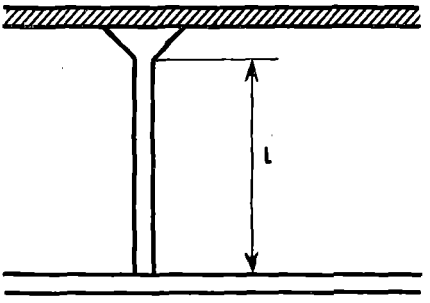


FIG. 6.13.

La longueur géométrique l du poteau est prise égale à la distance entre le nu supérieur du plancher-bas et la base du chapiteau.

3. *Cas des planchers nervurés*

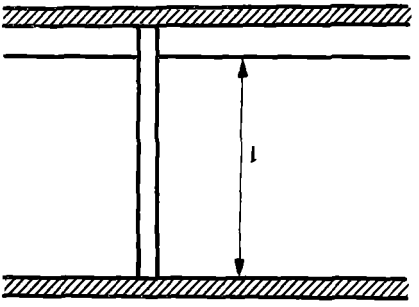


FIG. 6.14.

La longueur géométrique l du poteau est prise égale à la distance entre le nu supérieur du plancher-bas et la base de la poutre la plus haute, supposée traverser le poteau de part en part.

4. *Cas d'un groupe de poteaux entretoisés*

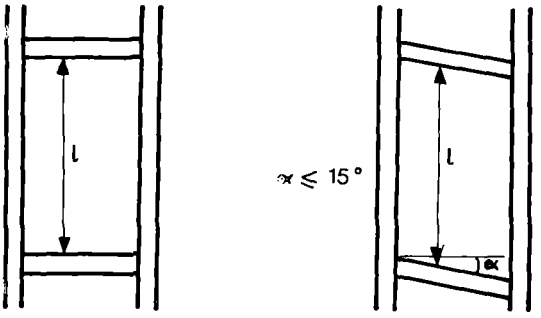


FIG. 6.15.

La longueur géométrique l du poteau est prise égale à la distance nette entre deux entretoises consécutives dans chaque plan vertical, sous réserve que de telles entretoises résistent

elles-mêmes à la flexion latérale et rencontrent les poteaux suivant une direction normale (ou ne s'écartant pas de plus de 15° de la normale).

5. *Cas de jonctions par goussets*

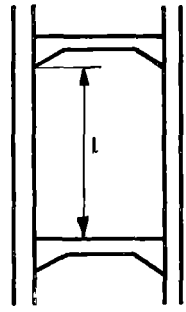


FIG. 6.16.

Dans ce cas, la longueur géométrique l du poteau est prise égale entre le nu supérieur de l'entretoise inférieure et la base du gousset, sous réserve que la largeur transversale de ce gousset soit au moins égale à celle de l'entretoise et à la moitié de celle du poteau.

6.122. État-limite d'instabilité des poteaux et colonnes en compression centrée

Le calcul de la capacité de résistance critique des poteaux et colonnes en compression centrée dans l'état-limite d'instabilité, — en d'autres termes, le calcul de l'effort-limite d'instabilité —, est ramené au calcul de la capacité de résistance ultime de ces poteaux et colonnes sous l'effet du *moment complémentaire*

$$M_c = N' \cdot \frac{E'_{bo}}{3\,000 \cdot \sigma'_E} \cdot h_t$$

expression dans laquelle N' représente la valeur caractéristique de l'effort normal de compression (supposé calculé suivant la théorie du premier ordre), h_t la hauteur géométrique totale de la section (mesurée parallèlement au plan de flambement), E'_{bo} le module de déformation instantanée du béton et σ'_E la contrainte critique d'Euler.

Dans le cas des poteaux et colonnes de section constante, la contrainte critique d'Euler peut être exprimée sous la forme :

$$\sigma'_E = \frac{\pi^2 E'_{bo} I}{(l_e)^2 B}$$

où l_e représente la longueur de flambement, I le moment d'inertie de la section droite de béton (seul) dans le plan de flambement et B l'aire de la section droite de béton. En introduisant le rayon de giration i de la section et l'élancement λ correspondant (§ 6.121), on peut écrire l'expression de la contrainte critique d'Euler sous la forme simple :

$$\sigma'_E = \frac{\pi^2}{\lambda^2} \cdot E'_{bo}$$

Le moment complémentaire à introduire dans le calcul de la capacité de résistance ultime est donc égal à :

$$M_c = N' \cdot \frac{\lambda^2}{30\,000} \cdot h_t$$

Le calcul de la capacité de résistance critique en compression centrée dans l'état-limite d'instabilité est ainsi ramené au calcul de la capacité de résistance ultime en compression excentrée, par application de l'excentricité conventionnelle e_c :

$$e_c = \frac{\lambda^2}{30\,000} \cdot h_t$$

à l'effort normal caractéristique de compression N', calculé suivant la théorie du premier ordre.

Ce processus de calcul est valable dans le cas de charges instantanées. La prise en compte éventuelle du fluage, dû à l'application de charges de longue durée, est considérée au § 6.125.

6.123. État-limite d'instabilité des poteaux et colonnes en compression excentrée

Le calcul de la capacité de résistance critique des poteaux et colonnes en compression excentrée dans l'état-limite d'instabilité, — en d'autres termes, le calcul du moment-limite de flambement et de l'effort normal correspondant —, est ramené au calcul de la capacité de résistance ultime de ces poteaux et colonnes, au moyen de l'introduction d'un *moment complémentaire :*

$$M_c = N' \cdot \frac{E'_{bo}}{3\,000 \cdot \sigma'_E} (h_t + e_c)$$

qui doit être ajouté au système initial de sollicitations (M et N') résultant de l'application de la théorie du premier ordre à la structure considérée (cf. notations § 6.122). Ce mode de calcul n'est applicable qu'à condition que l'excentricité initiale e_0 de l'effort normal N' ne dépasse pas la hauteur géométrique totale h_t de la section (mesurée parallèlement au plan de flambement), c'est-à-dire $e_0 \leqslant h_t$.

Dans le cas des poteaux et colonnes de section constante, le moment complémentaire à introduire dans le calcul de la capacité de résistance ultime est égal, compte tenu de l'expression de la contrainte critique d'Euler (§ 6.122), à :

$$M_c = N' \cdot \frac{\lambda^2}{30\,000} (h_t + e_0)$$

Le calcul de la capacité de résistance critique en compression excentrée dans l'état-limite d'instabilité est ainsi ramené au calcul de la capacité de résistance ultime en compression excentrée ou flexion composée, par application de l'excentricité conventionnelle complémentaire e_c :

$$e_c = \frac{\lambda^2}{30\,000} (h_t + e_0)$$

à l'effort normal caractéristique de compression N', calculé suivant la théorie du premier ordre.

Ce processus de calcul est valable dans le cas de charges instantanées. La prise en compte éventuelle du fluage, dû à l'application de charges de longue durée, est considérée au § 6.125.

6.124. État-limite d'instabilité des plaques chargées parallèlement à leur plan

Le calcul de la capacité de résistance critique des plaques comprimées parallèlement à leur plan dans l'état-limite d'instabilité, — en d'autres termes, le calcul de l'effort-limite d'instabilité —, est ramené au calcul de la capacité de résistance ultime de ces plaques en flexion, au moyen de l'introduction d'un moment complémentaire M_{cx} suivant la direction principale x et d'un moment complémentaire M_{cy} suivant la direction principale y :

$$M_{cx} = N'_x \cdot \frac{E'_{bo}}{3\,000 \cdot \sigma'_{Ex}} (h_t + e_y) + N'_y \cdot \frac{E'_{bo}}{3\,000 \cdot \sigma'_{Ey}} (h_t + e_y)$$

$$M_{cy} = N'_x \cdot \frac{E'_{bo}}{3\,000 \cdot \sigma'_{Ey}} (h_t + e_x) + N'_y \cdot \frac{E'_{bo}}{3\,000 \cdot \sigma'_{Ey}} (h_t + e_y)$$

expressions dans lesquelles la contrainte critique d'Euler σ_{Ex} suivant la direction principale x est supposée inférieure à la contrainte critique d'Euler σ'_{Ey} suivant la direction principale y.

6.125. Prise en compte de l'effet de fluage

La prise en compte de l'effet du fluage, dû à l'action d'une charge de longue durée, dans le calcul de l'état-limite d'instabilité, est effectuée par majoration des valeurs du moment complémentaire M_c, indiquées aux §§ 6.122, 6.123 et 6.124. Ces valeurs doivent être multipliées par le coefficient $\left(1 + \frac{\psi}{3}\right)$, expression dans laquelle ψ représente le rapport de la charge de longue durée à la charge totale de la pièce considérée.

6.13. ÉTAT-LIMITE DE FISSURATION

6.131. Hypothèses fondamentales de calcul

1. *Définition de l'état-limite de fissuration.*

La fissuration est un phénomène spécifique du béton armé, car les éléments de structures, sollicités en traction ou en flexion, sont normalement fissurés dans leurs conditions usuelles de service. Toutefois, la durabilité des ouvrages exige que certaines limites de fissuration, — plus précisément, certaines valeurs maximales des ouvertures de fissures —, ne soient pas dépassées. Ces valeurs maximales des ouvertures de fissures définissent, dans chaque cas, compte tenu des conditions d'ambiance et d'exploitation des ouvrages, l'état-limite de fissuration de la pièce ou de la structure considérée.

L'attention des constructeurs est appelée sur le fait que le processus de corrosion des armatures ne dépend pas uniquement de l'importance de l'ouverture des fissures, mais également de leur direction (parallèle ou perpendiculaire à la direction des barres), de la

qualité du béton d'enrobage (notamment de sa compacité), de l'épaisseur de recouvrement et de la dimension propre des barres. C'est pourquoi la limitation systématique de l'ouverture des fissures ne peut pas être considérée dans tous les cas comme devant constituer une protection absolue contre la corrosion, notamment lorsque la diminution de l'ouverture maximale des fissures ne peut être obtenue qu'au moyen de l'utilisation de barres de très faibles diamètres qui, en pratique, sont plus sensibles aux effets de la corrosion.

La méthode théorique de calcul de l'état-limite de fissuration en traction ou en flexion est exposée, en annexe, au chapitre 5 « Calcul de la fissuration en traction et en flexion » du *Manuel d'Application*.

Mais cette méthode n'a pas un domaine d'application tout à fait général, car elle n'envisage que les fissures perpendiculaires aux armatures principales. Elle ne considère ni les fissures parallèles aux armatures principales (que peuvent provoquer dans une poutre les actions tangentes entre l'âme et la zone de l'armature principale de traction), ni les fissures obliques (qui peuvent se développer dans l'âme sous l'action de l'effort tranchant, combiné ou non avec celle des autres sollicitations). Pourtant, ces fissures longitudinales et obliques sont souvent plus dangereuses, en ce qui concerne la corrosion, que les fissures transversales de la zone d'enrobage de l'armature principale de traction

2. *Bases de vérification pratique de la fissuration*

Le calcul de l'état-limite de fissuration en flexion et en traction doit se limiter, dans les cas courants, à la vérification de *Règles de bonne construction* dans le dimensionnement et la répartition de l'armature, préalablement définie par le calcul de l'état-limite ultime. Ces règles pratiques de dimensionnement et de répartition de l'armature définissent, dans chaque cas, pour une section totale donnée, le diamètre maximal des barres, en fonction du pourcentage, de la limite élastique et des qualités d'adhérence de l'acier, ainsi que de la capacité de résistance en traction du béton.

Dans les cas courants, il n'est pas nécessaire d'imposer, de manière générale et systématique, le calcul théorique de l'état-limite de fissuration de tous les éléments de structures. Ce calcul est réservé à l'analyse détaillée de certains cas particuliers, nécessitant des justifications spéciales.

Pratiquement, il s'agit surtout d'orienter le projeteur vers des dispositions constructives appropriées (concernant notamment le diamètre et la répartition des aciers) et d'éviter certaines erreurs grossières de conception, qui pourraient conduire à des concentrations ou à des ouvertures dangereuses des fissures. C'est pourquoi le calcul pratique de la fissuration doit se limiter à la vérification de règles de bonne construction.

Ces règles ne font pas apparaître, de manière explicite, la limite maximale des ouvertures de fissures, car la mesure et le contrôle de telles ouvertures se heurteraient à des difficultés insolubles et n'auraient généralement qu'une valeur illusoire. Par contre, ces règles tiennent compte des conditions d'ambiance et d'exploitation des ouvrages.

3. *Classification des ouvrages d'après les conséquences de la fissuration*

Pour tenir compte de leurs diverses conditions d'ambiance et d'exploitation, les structures sont réparties en trois classes, dont la définition dépend des conséquences éventuelles de la fissuration sur le comportement et la durabilité des ouvrages :

31. Classe (1)

Éléments devant assurer une étanchéité ou soumis à des actions agressives.

Il s'agit d'éléments pour lesquels l'ouverture des fissures est *très préjudiciable*, soit parce que les zones tendues de ces éléments doivent assurer une étan-

chéité (comme, par exemple, les parois de réservoirs, d'écluses ou de formes de radoub), soit parce que ces éléments sont exposés à un milieu particulièrement agressif.

32. CLASSE (2)

Éléments de constructions ordinaires non protégées.

Il s'agit d'éléments pour lesquels la fissuration des zones tendues est *préjudiciable*, soit parce qu'ils sont exposés aux intempéries (c'est le cas des ouvrages extérieurs comme, par exemple, les ponts et les ouvrages d'art), soit parce qu'ils sont exposés à une atmosphère humide et agressive (c'est le cas de certains ouvrages industriels, couvertures d'usines ou d'ateliers susceptibles d'importants dégagements de vapeur d'eau). On peut également faire entrer dans cette catégorie les pièces devant servir de support à des revêtements fragiles, pour lesquels les excès de fissuration et de déformation peuvent avoir des conséquences néfastes sur la tenue de ces revêtements.

33. CLASSE (3)

Éléments de constructions ordinaires protégées

Il s'agit d'éléments pour lesquels la fissuration *n'est pas nuisible* et ne compromet gravement ni la conservation des aciers, ni la durabilité de l'ouvrage. Dans cette catégorie, on peut indiquer, par exemple, les éléments intérieurs des bâtiments en atmosphère normale.

La correspondance entre le calcul théorique de l'état-limite de fissuration et la vérification des règles pratiques de dimensionnement est obtenue pour les valeurs maximales suivantes de l'ouverture des fissures :

Classe 1 : $w \leqslant 0{,}1$ mm
Classe 2 : $w \leqslant 0{,}2$ mm
Classe 3 : $w \leqslant 0{,}3$ mm

Ces valeurs définissent l'état-limite de fissuration, dans tous les cas où une justification particulière nécessite le calcul théorique complet de cet état-limite. Toutefois, dans la pratique elles ne constituent qu'un ordre de grandeur et ne peuvent, en aucun cas, servir de référence à un contrôle *in situ*.

6.132. Règles générales de vérification de la fissuration

1. *Conditions de validité des règles*

La validité des Règles est limitée au dimensionnement des sections, comportant des dispositions de ferraillage conformes aux usages courants, consacrés par l'expérience des ingénieurs.

Il est notamment supposé que les pièces comportent des lits normaux d'armatures, réparties de manière sensiblement uniforme, dont le recouvrement de béton est au moins égal au diamètre de la barre et au plus égal à 4 cm. Il est également, supposé que le béton d'enrobage possède une compacité satisfaisante, car cette compacité constitue en toutes circonstances la meilleure garantie contre le danger de corrosion de l'armature.

2. *Définition de la section de béton d'enrobage de l'armature*

Les Règles de vérification de la fissuration sont basées sur la considération du pourcentage *local* de l'armature principale de traction, référé à la section de béton d'enrobage de cette armature.

21. Dans le cas de pièces sollicitées en traction (tirants) ou de pièces fléchies comportant un talon, la section de béton de l'armature principale de traction est la section totale du tirant ou du talon.

22. Dans le cas de pièces fléchies ne comportant pas de talon, la section de béton d'enrobage de l'armature principale de traction est prise égale, par définition, à la section de béton ayant même centre de gravité que l'armature.

Cette définition équivaut à considérer la zone d'enrobage de l'armature comme un « tirant » indépendant, découpé dans la pièce par les fissures longitudinales que provoquent les actions tangentes entre l'âme et la zone d'enrobage de l'armature principale de traction (*analogie du tirant*).

Dans les pièces fléchies comportant un talon, il existe réellement une fissuration longitudinale à la jonction entre l'âme et le talon, car en raison de la minceur de l'âme les actions tangentes y sont très importantes; il y a donc toujours découpage du « tirant ».

Par contre, dans les pièces fléchies ne comportant pas de talon, il n'y a fissuration longitudinale et découpage du « tirant » que lorsque la pièce est suffisamment mince, — pratiquement lorsque la largeur de la pièce ne dépasse pas 4 fois la somme des diamètres des barres de l'armature principale (dans le cas des aciers lisses) ou 2 fois cette même somme (dans le cas des aciers à haute adhérence). S'il n'en est pas ainsi, les règles de vérification de la fissuration sont un peu plus sévères que le calcul théorique de l'état-limite de fissuration en flexion.

3. *Détermination du diamètre maximal des barres de l'armature*

Le diamètre maximal $\varnothing$ des barres d'armature ne doit pas dépasser la plus grande des valeurs suivantes :

$$\varnothing \leqslant \varphi \cdot \left(\frac{7\,000}{\sigma_e}\right)^2 \qquad (\varnothing \text{ en mm, } \sigma_e \text{ en bars}) \tag{31}$$

$$\varnothing \leqslant \varphi \cdot \frac{750\,000}{\sigma_e} \cdot \frac{\varpi_o}{1 + 10\varpi_o} \qquad (\varnothing \text{ en mm, } \sigma_e \text{ en bars}) \tag{32}$$

expressions dans lesquelles σ_e est la limite élastique minimale garantie de l'acier (évaluée en bars) et ϖ_o le pourcentage géométrique de l'armature principale de traction par rapport à la section de béton d'enrobage.

La grandeur φ est prise égale, pour les différentes classes (1) (2) (3) aux valeurs suivantes :

Valeurs de φ (Unités : mm, bars)	Aciers lisses	Aciers à haute adhérence
Classe (1)	1,0	1,8
Classe (2)	2,0	3,6
Classe (3)	3,0	5,4

Ces règles pratiques de vérification de la fissuration constituent une application simplifiée du calcul théorique de l'état-limite de fissuration, exposé en annexe au chapitre 5 du *Manuel d'application*. La première règle concerne plus particulièrement les pièces à pourcentage faible d'armature dont la fissuration ne présente pas de caractère systématique.

La seconde règle concerne plus particulièrement les pièces à pourcentage normal d'armature dont la fissuration se développe progressivement suivant un processus systématique.

L'application pratique de ces règles au dimensionnement des barres de l'armature principale de traction, pour un acier et un pourcentage donnés, est facilitée par les abaques suivants, indiqués à titre de commentaires :

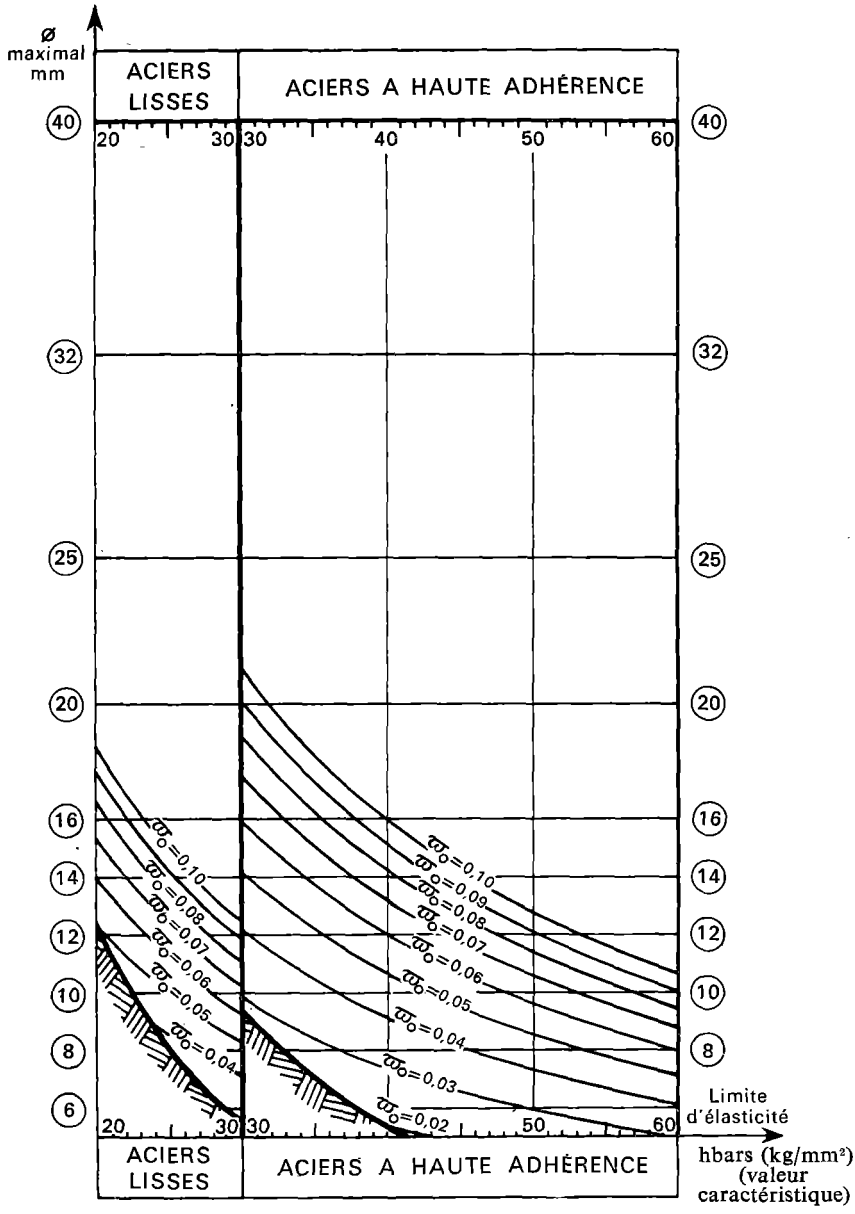


FIG. 6.17. — Classe 1.

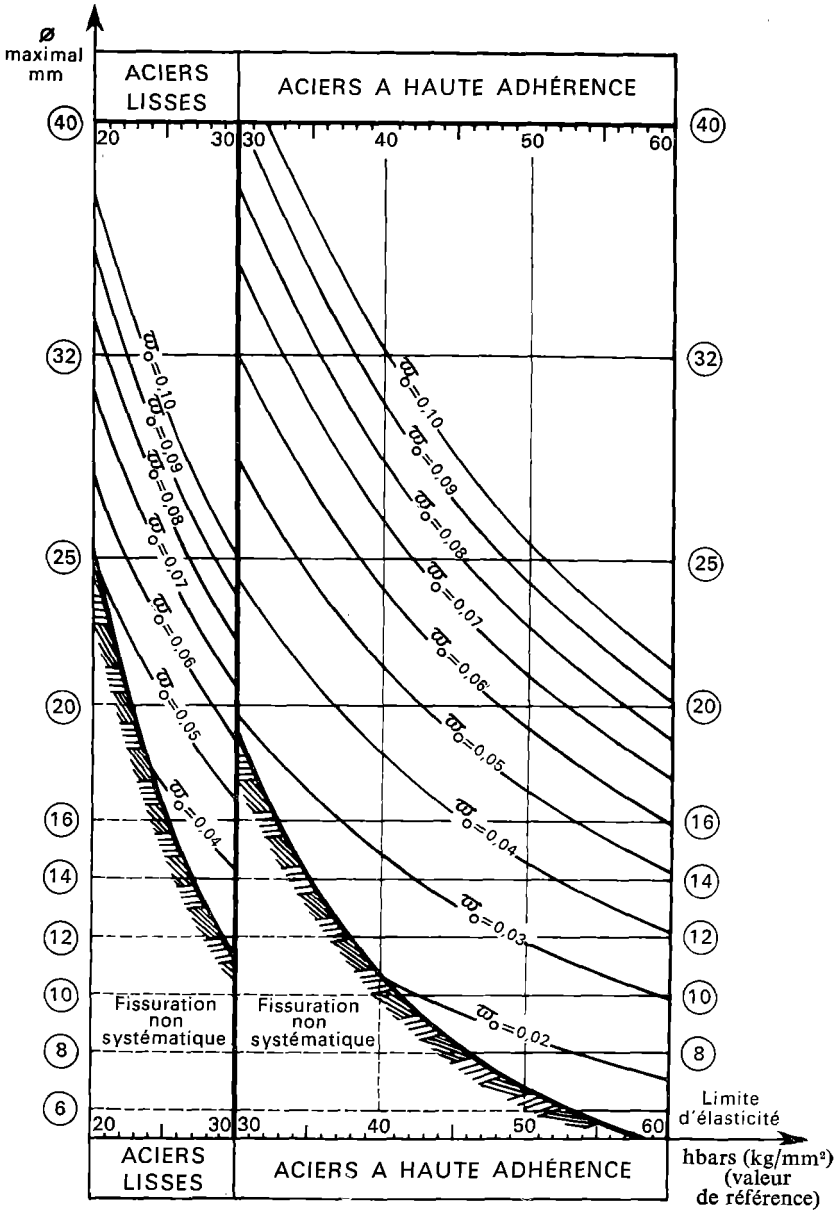


FIG. 6.18. — Classe 2.

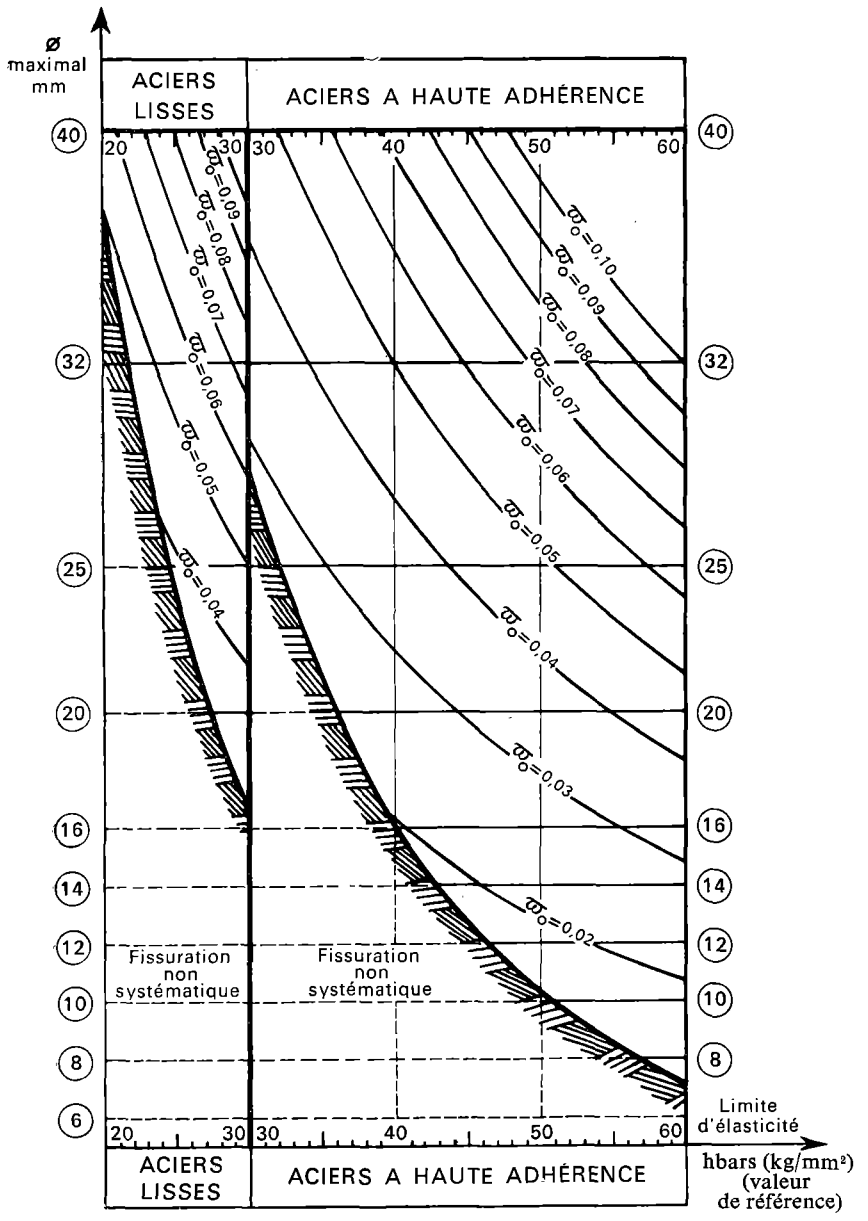


FIG. 6.19. — Classe 3.

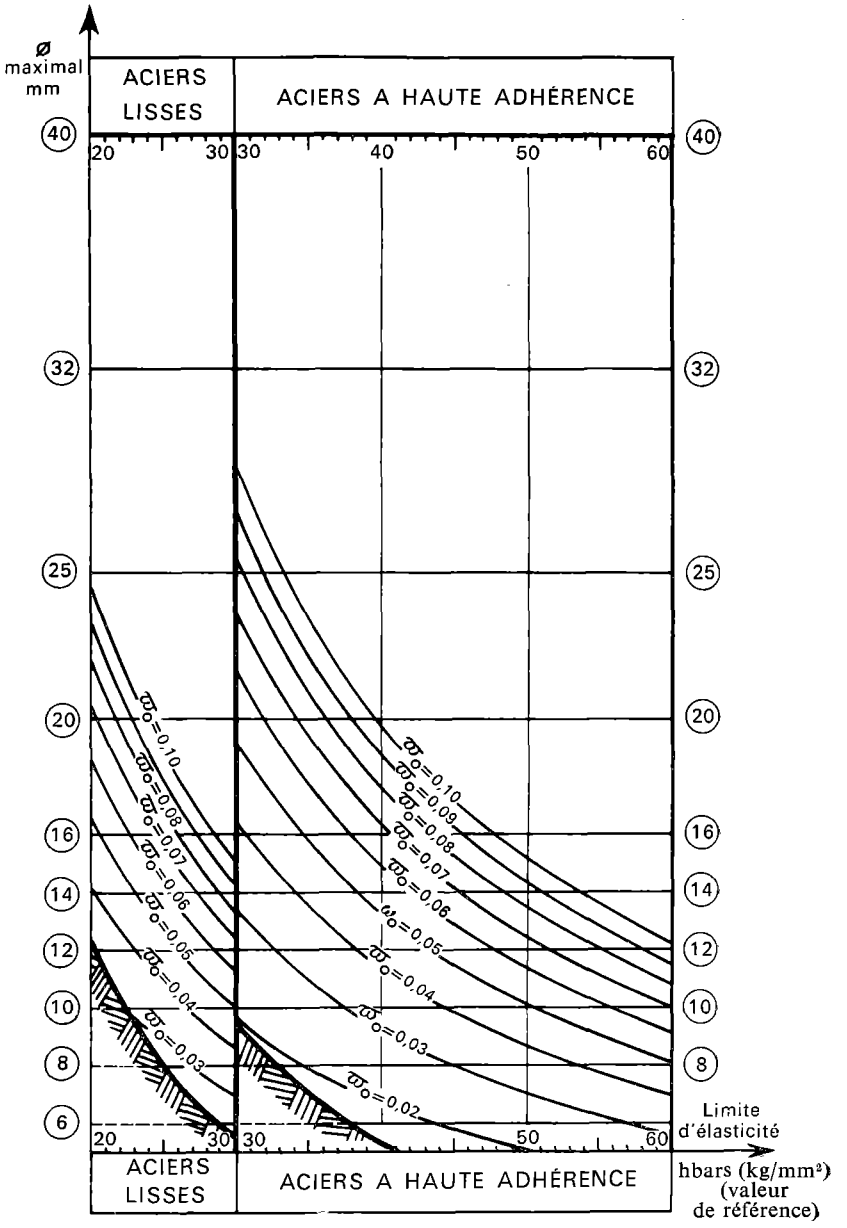


FIG. 6.20. — Éléments de classe 1 en contact permanent avec l'eau.

4. *Prise en compte de l'effet du gonflement du béton*

Dans le cas particulier des ouvrages de la classe (1) *en contact permanent avec l'eau*, l'effet favorable du gonflement du béton peut être pris en compte en substituant à la limite élastique minimale garantie une limite élastique fictive, prise égale, par convention, à :

σ_e — 500 bars, dans le cas des aciers lisses.

σ_e — 800 bars, dans le cas des aciers à haute adhérence.

Il a été vérifié expérimentalement, notamment dans les parois de réservoirs d'eau, que le phénomène de gonflement du béton réduisait effectivement l'ouverture des fissures. La règle précédente est basée sur l'interprétation des mesures expérimentales.

L'application pratique de cette règle du dimensionnement des barres de l'armature, pour un acier et un pourcentage donnés, est facilitée par l'abaque ci-contre, indiqué à titre de commentaire.

6.133. Règles particulières à certains éléments de structures

1. *Poutres de grande hauteur*

Si la hauteur de l'âme (exprimée en mètres) dépasse la valeur $1 - \overline{10}^{-4}\sigma_e$ (exprimée en bars), le projeteur doit prévoir une armature longitudinale de l'âme, — dite « armature de peau » —, de même nuance que l'armature principale de traction. Le pourcentage géométrique de cette « armature de peau », rapporté à la section de l'âme en dehors de la section d'enrobage de l'armature principale de traction, doit être au moins égal sur chacune des deux faces à cinq dix-millièmes (0,5 $^{0}/_{00}$). Par ailleurs, l'espacement des barres individuelles de cette armature ne doit pas dépasser 20 cm.

En effet, dans les poutres de grande hauteur, le béton se trouve soumis, au-dessus de la zone d'enrobage des armatures principales, à des efforts complexes de cisaillement et de traction. Les sollicitations obliques qui en résultent provoquent la concentration d'un certain nombre de fissures (préalablement formées dans la zone des armatures principales) en une *fissure unique dans l'âme*, dont l'ouverture dépasse sensiblement celle de chacune des fissures élémentaires.

Un des moyens propres à répartir la fissuration d'âme consiste à y placer des armatures longitudinales de petit diamètre, au voisinage du parement (« armature de peau »). L'expérience montre que, si le pourcentage d'une telle armature est suffisant, son efficacité est assurée.

On peut également répartir graduellement sur une fraction notable de la partie inférieure de la poutre, les barres du faisceau principal d'armatures, en tenant compte de leur emplacement exact dans l'évaluation du bras de levier du couple de flexion et dans le calcul de la capacité de résistance ultime.

2. *Dalles et structures planes*

Dans les dalles et structures planes, armées suivant une ou deux directions, ayant une épaisseur inférieure à 30 cm, l'espacement des barres individuelles

de l'armature principale ne doit pas dépasser les valeurs suivantes évaluées en centimètres :

Limite élastique garantie de l'acier σ_e	2 000 bars	3 000 bars	4 000 bars	5 000 bars	6 000 bars
Barres lisses	20	20	—	—	—
Barres à haute adhérence	20	20	20	17,5	15
Fils tréfilés lisses (treillis soudés). ...	20	20	17,5	15	10

De plus, si l'armature principale est réalisée en treillis soudé, le plus grand côté b de la maille ne doit pas dépasser trois fois le plus petit côté a ($b \leqslant 3a$). Par ailleurs, $\frac{a+b}{2}$ ne doit pas dépasser les valeurs indiquées au tableau précédent.

6.14. ÉTAT-LIMITE DE DÉFORMATION

6.141. Hypothèses fondamentales de calcul

1. *Définition de l'état-limite de déformation*

Les déformations constituent un phénomène spécifique du béton armé, car les éléments de structures, sollicités en flexion, en compression ou en traction, sont normalement déformés dans leurs conditions usuelles de service. Toutefois, l'exploitation et la durabilité des ouvrages exigent que certaines limites de déformations, — plus précisément certaines valeurs maximales des flèches — ne soient pas dépassées. Ces valeurs maximales définissent, dans chaque cas, compte tenu de la nature et de l'importance des dommages éventuels, l'état-limite de déformation de la pièce ou de la structure considérée.

2. *Bases de calcul pratique des déformations*

Le calcul des déformations des pièces prismatiques, sollicitées en flexion-compression, doit tenir compte, de manière aussi exacte que possible des divers phénomènes physiques et mécaniques qui caractérisent le comportement élasto-plastique du béton comprimé et la fissuration du béton tendu.

En pratique, compte tenu du caractère incertain et aléatoire de nombreux paramètres, le calcul des déformations peut être effectué, avec une approximation suffisante, au moyen d'une méthode générale basée sur les trois hypothèses fondamentales suivantes :

21. Les sections géométriques de la pièce considérée doivent être préalablement rendues « homogènes » sous la forme :

$$B + \frac{E_a}{E_b} \cdot A$$

expression dans laquelle A et B représentent respectivement les aires des sections de l'acier et du béton, E_a le module de déformation longitudinale de l'acier (pris égal à 2 100 000 bars, cf. § 3.132) et E'_b le module de déformation longitudinale du béton (pris égal au module instantané E'_{bo} ou au module différé $E'_{b\infty}$ suivant qu'il s'agit de charges de courte durée ou de charges de longue durée (cf. §§ 3.221 et 3.222).

22. Les valeurs de base de l'allongement unitaire de l'acier ε_a dans les diverses sections, à introduire dans le calcul classique des déformations d'une pièce non entièrement comprimée, doivent tenir compte des phénomènes de fissuration du béton tendu et des effets correspondants de l'adhérence de l'armature principale de traction.

23. Les valeurs de base du raccourcissement unitaire du béton ε'_b dans les diverses sections, à introduire dans le calcul classique des déformations, doivent tenir compte des phénomènes de plasticité instantanée, de plasticité différée et de retrait du béton.

3. *Valeurs maximales des flèches admissibles*

31. Ponts et ouvrages d'art

Dans le cas des ponts et ouvrages d'art, les valeurs maximales des flèches, définissant l'état-limite de déformation, sont définies par le maître de l'œuvre. Ces valeurs ne peuvent pas faire l'objet d'une évaluation forfaitaire de caractère général, car elles dépendent directement de la nature et des conditions d'exploitation de chaque construction.

Si les excès de déformation peuvent compromettre la stabilité de la structure, le constructeur doit également étudier les répercussions des déformations sur le comportement des autres éléments de la construction. Si cela est nécessaire, il doit en modifier les dispositions de manière à réduire convenablement l'importance de ces déformations. Cette vérification doit être faite notamment lorsque l'ouvrage peut être soumis, en service, à des actions dynamiques pouvant entraîner une amplification très importante des déformations par effet de résonance.

32. Bâtiments a usage public ou privé

Dans le cas des bâtiments à usage public ou privé, les valeurs maximales suivantes des flèches, définissant l'état-limite de déformation, peuvent être adoptées par le constructeur, sous réserve d'accord préalable du maître de l'œuvre et sous réserve que les excès de déformations ne puissent compromettre en aucun cas la stabilité d'ensemble de la structure ou la stabilité individuelle de certains éléments de cette structure :

321. Si les excès de déformations d'un élément de la structure peuvent entraîner des dommages d'ordre *technologique* dans d'autres éléments non-porteurs de la construction (cloisons ou revêtements fragiles), la valeur maximale de la flèche sous l'action des sollicitations caractéristiques (définies au § 4.1) est prise égale au trois-centième (1/300) de la portée.

322. Si les excès de déformations d'un élément de la structure peuvent entraîner des dommages d'ordre *psychologique ou esthétique*, la valeur maximale de la flèche sous l'action des sollicitations caractéristiques (définies au § 4.1) est prise égale au trois-centième (1/300) de la portée pour les planchers de service des bâtiments à usage public (bâtiments scolaires, bâtiments d'exposition, salles de sport ou de réunion, etc...) ou au cent-cinquantième (1/150) de la portée pour les planchers de service des bâtiments à usage privé (immeubles d'habitation), ainsi que pour les planchers de couverture (toitures et terrasses) de tous bâtiments à usage public ou privé.

6.142. Règles générales de calcul

Le calcul général des déformées et des flèches consiste :

a) à établir, pour un nombre suffisant de sections réparties le long de la pièce considérée, l'expression géométrique de la courbure en fonction des déformations unitaires de base de l'acier et du béton dans l'état-limite de déformation;

b) à en déduire la loi de variation de la courbure sur toute la longueur de la pièce considérée;

c) à déterminer la déformée au moyen d'une double intégration.

L'ordonnée maximale de la déformée définit la flèche de la pièce considérée.

1. *Cas des pièces fissurées*

Pour les pièces sollicitées en flexion simple ou en flexion composée, partiellement tendues et fissurées, la courbure dans une section quelconque d'abscisse x est égale à :

$$\frac{1}{r} = \frac{\mathrm{d}^2 f}{\mathrm{d}x^2} = \frac{|\varepsilon_a| - |\varepsilon'_b|}{h}$$

expression dans laquelle $\frac{\mathrm{d}^2 f}{\mathrm{d}x^2}$ représente la dérivée seconde de la déformée par rapport à l'abscisse de la section considérée, ε_a et ε'_b les déformations unitaires de base de l'acier et du béton évaluées dans l'état-limite de déformation et h la hauteur utile de la section.

2. *Cas des pièces non fissurées*

Pour les pièces sollicitées en compression excentrée, entièrement comprimées et non fissurées, la courbure dans une section quelconque d'abscisse x est égale à :

$$\frac{1}{r} = \frac{\mathrm{d}^2 f}{\mathrm{d}x^2} = \frac{|\varepsilon'_b| - |\varepsilon'_{bi}|}{h_t}$$

expression dans laquelle $\frac{d^2f}{dx^2}$ représente la dérivée seconde de la déformée par rapport à l'abscisse de la section considérée, ε'_b le raccourcissement unitaire de base du béton sur la fibre la plus comprimée (correspondant à la résistance de base du béton $\bar{\sigma}'_b$, suivant § 6.142.12), ε'_{bi} le raccourcissement unitaire du béton sur la fibre la moins comprimée et h_t la hauteur géométrique totale de la section.

6.143. Règles simplifiées pour les bâtiments courants

Dans le cas des bâtiments à usage public ou privé, ne présentant pas de caractère exceptionnel, le calcul de l'état-limite de déformation peut être remplacé par la limitation de l'élancement des éléments fléchis de la structure, c'est-à-dire par la fixation d'un rapport maximal entre la portée l et la hauteur utile h de ces éléments.

Cette valeur maximale de l'élancement est fixée à :

$$\left(\frac{l}{h}\right)_{\text{maximal}} = \frac{4{,}5 \cdot \overline{10}^{-7}}{\sigma_e} \cdot \frac{1 - 2\varpi}{1 + 2\psi} \cdot \left(\frac{f}{l}\right)_{\text{maximal}}$$

expression dans laquelle σ_e représente la limite élastique minimale garantie de l'acier (évaluée en bars), ϖ le pourcentage mécanique de l'armature principale de traction, ψ la proportion des charges permanentes et surcharges fixes par rapport à l'ensemble des sollicitations caractéristiques, $\left(\frac{f}{l}\right)$ maximal la valeur maximale des flèches admissibles (fixée au § 6.141.32).

Cette vérification n'est applicable qu'aux pièces fléchies dont le pourcentage mécanique d'armature ϖ ne dépasse pas 0,25.

Une simplification supplémentaire peut être adoptée dans le cas des bâtiments courants, ne présentant pas un caractère exceptionnel, pour lesquels on peut prendre forfaitairement :

$\psi = \frac{1}{5}$ pour les planchers de service des bâtiments à usage public,

$\psi = \frac{1}{4}$ pour les planchers de service des bâtiments à usage privé,

$\psi = \frac{1}{3}$ pour les planchers de couverture de tous bâtiments.

La correspondance entre cette condition d'élancement-limite et les méthodes de calcul détaillé des flèches est développé, en annexe, au chapitre 6 « Calcul des déformations » du *Manuel d'application.*

6.2. ACTIONS ET CONTRAINTES TANGENTES

6.21. RÈGLES GÉNÉRALES DE CALCUL

6.211 Définition des coutures

La résistance d'une pièce sollicitée par des actions tangentes doit être assurée, non pas par le béton, mais par des armatures transversales, traversant les surfaces sur lesquelles s'exercent ces actions tangentes et convenablement ancrées de part et d'autre de ces surfaces. Par définition, ces armatures transversales sont appelées *coutures.*

Certaines surfaces, intérieures aux éléments de structures, sont sollicitées, parallèlement à elles-mêmes, par des « actions tangentes ». C'est, par exemple, le cas du plan neutre d'une pièce fléchie (lieu des axes neutres des sections transversales) sollicitée par un effort tranchant. C'est également le cas du plan de jonction entre la table et la nervure d'une poutre en T. Plus généralement, on considère comme « actions tangentes » toutes les sollicitations d'effort tranchant, d'adhérence et de torsion.

En raison de sa faible résistance à la traction et au cisaillement, le béton ne peut résister seul aux actions tangentes. Il y a une fissuration. En l'absence de coutures, cette fissuration tend à provoquer la dislocation de la pièce par écartement des blocs situés de part et d'autre de chaque fissure. Par contre, en présence de coutures, la liaison mutuelle de ces blocs s'oppose à la dislocation de la pièce.

Mais les coutures ne sont efficaces que si elles sont parfaitement ancrées dans les zones non fissurées et peuvent, par association à ces éléments demeurés intacts, assurer l'équilibre général des efforts.

6.212. Hypothèses fondamentales de calcul

(« Règle des coutures »)

Le calcul de la capacité de résistance aux actions tangentes dans l'état-limite ultime doit être basé sur les trois hypothèses fondamentales suivantes :

1. Les fissures développées dans le béton par les actions tangentes sont supposées inclinées à 45°.

En d'autres termes, les fissures, qui se produisent au voisinage d'une surface plane P sollicitée par une action tangente, sont supposées :

a) Perpendiculaires au plan de l'action tangente, c'est-à-dire au plan N, normal à la surface considérée P et contenant le vecteur représentatif de la contrainte tangente τ (ou contrainte de cisaillement) avant fissuration.

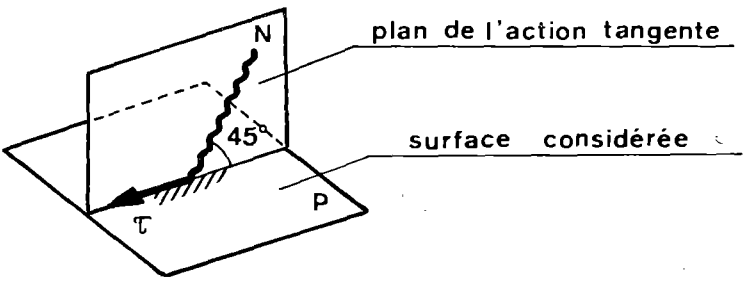


FIG. 6.21.

b) Inclinées à 45° sur la surface plane considérée et orientées dans le sens suivant lequel l'action tangente tend à redresser les blocs de béton découpés par la fissuration.

Cette inclinaison de 45° n'est pas toujours conforme à la réalité expérimentale, notamment dans le cas des sollicitations par effort tranchant dans les parties fléchies; il ne s'agit donc que d'une approximation, conforme à la sécurité et susceptible d'être améliorée dans certains cas.

Par ailleurs, les composantes normales des forces susceptibles d'agir sur la surface considérée peuvent être négligées dans le calcul de la résistance aux actions tangentes. C'est notamment le cas du plan d'encastrement de la table de compression d'une poutre en *T* :

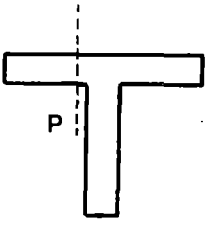


FIG. 6.22.

dans ce plan, peuvent exister un couple de flexion propre de la table, suivant un axe parallèle à celui de la poutre, et un effort normal secondaire engendré par la courbure des isostatiques de compression dans la table; ces influences peuvent être négligées.

2. Les coutures doivent être, soit normales à la surface plane considérée, soit inclinées sur elle de plus de 45° en sens inverse des fissures.

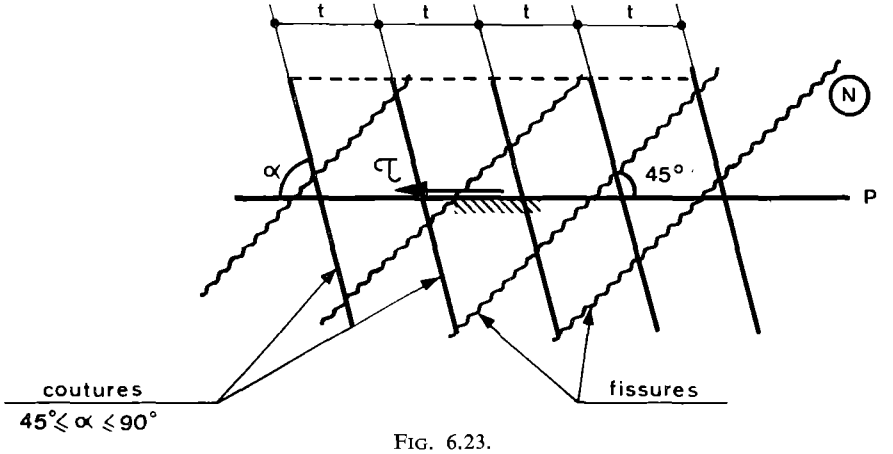


FIG. 6.23.

Les hypothèses (1) et (2) permettent le calcul de la contrainte de traction σ_a des armatures de couture.

On désigne par α l'inclinaison des coutures sur la surface plane considérée *P* (compris entre 45° et 90°), par *t* l'espacement des coutures, par A_t l'aire de la section droite individuelle de chaque couture, par *b* l'épaisseur de la pièce, par ω_{to} le pourcentage géométrique d'armature de couture, rapporté au volume de béton compris entre deux coutures consécutives.

$$\omega_{to} = \frac{A_t}{t \cdot b \cdot \sin \alpha}$$

On considère les forces agissant sur l'*unité de surface* du plan considéré *P*.

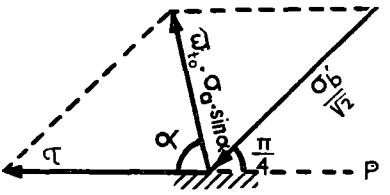


FIG. 6.24.

L'effort de compression des bielles de béton, inclinées à 45° et comprimées sous la contrainte σ'_b est égal à

$$\frac{\sigma'_b}{\sqrt{2}}$$

L'effort de traction des armatures de couture, tendues sous la contrainte σ_a est égal à :

$$\frac{\sigma_a \cdot A}{t \cdot b} = \varpi_{to} \cdot \sigma_a \cdot \sin\alpha$$

La résultante de ces deux efforts doit équilibrer l'effort tangent *T*.

En exprimant cette condition d'équilibre par projection sur *P* et sur la normale à *P*, on trouve :

$$\begin{cases} \sigma_a = \dfrac{\tau}{\varpi_{to} \cdot (\sin\alpha + \cos\alpha)\sin\alpha} \\ \sigma'_b = \dfrac{2\tau \sin\alpha}{\sin\alpha + \cos\alpha} \end{cases}$$

Si les coutures sont normales à *P*, on obtient :

$$\alpha = 90^\circ \begin{cases} \sigma_a = \dfrac{\tau}{\varpi_{to}} \\ \sigma'_b = 2\tau \end{cases}$$

de même, dans le cas extrême où les formes sont inclinées à 45° sur *P* :

$$\alpha = 45^\circ \begin{cases} \sigma_a = \dfrac{\tau}{\varpi_{to}} \\ \sigma'_b = \tau \end{cases}$$

Ces relations sont souvent désignées sous le nom de *règle des coutures.*

3. Les bielles de béton, découpées par les fissures (supposées inclinées à 45° sur le plan considéré), sont supposées sollicitées en compression centrée. Les armatures de couture (inclinées de 45° à 90° sur ce même plan, mais dans le sens inverse) sont supposées sollicitées en traction centrée. Par leur association, les bielles et les coutures constituent un treillis multiple, qui doit pouvoir équilibrer les actions tangentes (*Hypothèse du treillis*).

Dans le cas particulier d'une poutre sollicitée par un effort tranchant, l'« hypothèse du treillis » conduit à admettre l'équivalence de la poutre fissurée avec une poutre à treillis multiple dont :

a) la membrure comprimée est constituée par la zone comprimée;

b) la membrure tendue est constituée par l'armature principale de traction;

c) les éléments de triangulation sont constitués par les bielles de béton en compression et par les aciers de couture en traction.

6.22. EFFORT TRANCHANT

6.221. Base du calcul de la résistance à l'effort tranchant

Le calcul de la résistance à l'effort tranchant dans l'état-limite ultime doit être basé sur les trois hypothèses fondamentales du calcul de la résistance aux actions tangentes (§ 6.212), notamment sur l'« hypothèse du treillis » (§ 6.212.3). Toutefois, l'analyse statistique des essais montre que l'hypothèse du treillis est souvent trop prudente et qu'elle doit être corrigée, dans de nombreux cas courants, par une prise en compte appropriée de la capacité de résistance à l'effort tranchant du béton de la zone comprimée.

Les essais montrent que, dans de nombreux cas, l'hypothèse du treillis à 45° (théorie de Ritter-Mörsch) ne représente pas le comportement réel de la pièce. Elle se situe toujours du côté de la sécurité, mais présente l'inconvénient, dans de nombreux cas courants, de surestimer le dimensionnement de l'armature transversale et de conduire ainsi à une dépense exagérée d'acier.

Il existe plusieurs moyens de pallier cet inconvénient, tout en conservant l'hypothèse du treillis comme base de calcul.

Un moyen consiste à considérer les bielles inclinées de béton comme sollicitées en compression excentrée (et non plus en compression centrée), ce qui équivaut à tenir compte d'un phénomène d'encastrement des bielles inclinées dans la zone comprimée de la pièce et à faire participer cette zone comprimée à la résistance à l'effort tranchant.

Un autre moyen consiste à ajouter, de manière empirique, à la capacité de résistance T_a de l'armature transversale (telle qu'elle résulte de l'hypothèse du treillis), une contribution complémentaire T_b du béton de la zone comprimée, définie expérimentalement. Les rédacteurs du Code ont choisi cette seconde solution.

Ces hypothèses permettent le calcul de la résistance à l'effort tranchant dans l'état-limite ultime. Ce calcul peut être considéré comme suffisant pour la justification de la résistance de la pièce à l'effort tranchant. En conséquence, le calcul des états-limites de fissuration et de déformation par effort tranchant n'est pas envisagé.

6.222. Pourcentage minimal de l'armature transversale

Toute pièce sollicitée par un effort tranchant doit comporter une armature transversale, dont le pourcentage mécanique doit être au moins égal à deux pour cent (0,02) et dont les nappes successives ne doivent pas être espacées, parallèlement à la ligne moyenne de la pièce, de plus des quatre-vingt centièmes de la hauteur utile de la pièce ($t < 0{,}80 \cdot h$).

La nécessité de l'armature transversale résulte de l'application du § 6.211.

Les seules exceptions possibles concernent les coques et les dalles (de hauteur inférieure à 25 cm), exécutées sans discontinuité de bétonnage (§ 6.223.4), dont les faibles épaisseurs ne permettent pas la mise en place d'une armature transversale.

Il est rappelé, par ailleurs, que le pourcentage mécanique ω_t de l'armature transversale est déterminé par la relation :

$$\varpi_t = \varpi_{to} \cdot \frac{\bar{\sigma}_t}{\bar{\sigma}'_b} = \frac{A_t}{t \cdot b \cdot \sin \alpha} \cdot \frac{\bar{\sigma}_t}{\bar{\sigma}'_b} \geqslant 0{,}02.$$

expression dans laquelle $\bar{\sigma}_t$ représente la résistance de base de traction de l'acier de l'armature transversale (§ 4.21). $\bar{\sigma}'_b$ la résistance de base de compression du béton (§ 4.22), les autres notations étant définies aux commentaires et aux figures du § 6.212.2.

6.223. Règles pratiques de calcul

1. *Calcul des poutres et nervures*

La capacité de résistance des poutres et nervures à l'effort tranchant dans l'état-limite ultime doit être déterminé par addition de la capacité de résistance T_a de l'armature transversale (calculée d'après l'hypothèse du treillis — § 6.212.3) et de la capacité de résistance T_b du béton de la zone comprimée (calculée d'après la formule expérimentale, indiquée ci-après au § 12).

Cette règle est applicable, non seulement au dimensionnement des âmes des poutres, mais également à celui des nervures de planches (assimilables aux âmes de poutres en T).

11. Capacité de résistance a l'effort tranchant de l'armature transversale

La capacité de résistance à l'effort tranchant T_a de l'armature transversale est prise égale à :

$$T_a = 0{,}9 \cdot \bar{\sigma}_t \cdot A_t \cdot \frac{h}{t} (\sin \alpha + \cos \alpha)$$

expression dans laquelle $\bar{\sigma}_t$ représente la résistance de base de traction de l'acier de l'armature transversale (§ 4.21), A_t l'aire de la section droite individuelle de chaque nappe d'armature transversale, t l'espacement des nappes d'armature transversale (mesuré parallèlement à la ligne moyenne de la pièce), α l'inclinaison de l'armature transversale (par rapport à la ligne moyenne de la pièce) et h la hauteur utile de la section.

L'expression de T_a suppose que le bras de levier du couple de flexion est égal à $0{,}9h$. Dans le cas où l'armature transversale est perpendiculaire à la ligne moyenne de la pièce (par exemple, cas des étriers verticaux), la formule se simplifie de la manière suivante :

$$T_a = 0{,}9\bar{\sigma}_t \cdot A_t \cdot \frac{h}{t}$$

12. Capacité de résistance a l'effort tranchant du béton de la zone comprimée

La capacité de résistance à l'effort tranchant T_b du béton de la zone comprimée ne peut être prise en compte qu'à la condition qu'aucun effort normal

de traction n'agisse sur la section considérée et que le moment fléchissant M dans cette section soit au moins égal à $1{,}5 \cdot T \cdot h$.

La première condition exclut la prise en compte de la contribution du béton dans le cas d'une pièce sollicitée en flexion-traction. Le calcul d'une telle pièce doit être basé sur l'application directe des hypothèses fondamentales de calcul des coutures (§§ 6.212.1 et 2. Règle des coutures.) On peut démontrer, en effet, que l'application de ces hypothèses aux sollicitations de cisaillement-traction, comme aux sollicitations de cisaillement-compression, peut être considérée comme légitime.

La seconde condition exclut les zones voisines des appuis. Ces zones doivent faire l'objet, dans chaque cas, d'un examen particulier (§ 6.223.4); il faut notamment y vérifier le mode de transmission des efforts et modifier éventuellement les dispositions constructives, de manière à assurer efficacement cette transmission.

Cette capacité de résistance T_b varie entre un minimum $\frac{3}{8} \cdot \bar{\sigma}_b \cdot b_0 \cdot h$

et un maximum $\frac{3}{4} \cdot \bar{\sigma}_b \cdot b_0 \cdot h \sqrt{1 + 0{,}03 \cdot \frac{|N'|}{b_0 h}}$

$$\frac{3}{8} \cdot \bar{\sigma}_b \cdot b_0 \cdot h \leqslant T_b \leqslant \frac{3}{4} \cdot \bar{\sigma}_b \cdot b_0 \cdot h \sqrt{1 + 0{,}03 \cdot \frac{|N'|}{b_0 h}}$$

expression dans laquelle l'effort normal éventuel de compression N' est exprimé en bars.

121. Lorsque l'armature longitudinale de traction est surabondante et peut résister, dans l'état-limite ultime, à un moment fictif

$$|M| + 1{,}5\,|T|\,h - 0{,}5\,|N'|\,h$$

(le moment fléchissant M, l'effort tranchant T et l'effort normal de compression N' étant exprimés en valeurs absolues), la capacité de résistance à l'effort tranchant T_b du béton de la zone comprimée est prise égale à

$$T_b = \frac{3}{8} \cdot \bar{\sigma}_b \cdot b_0 \cdot h \left(0{,}90 + 0{,}10 \frac{\varpi}{\varpi_\mu}\right) \leqslant \frac{3}{4} \cdot \bar{\sigma}_b \cdot b_0 \cdot h \sqrt{1 + 0{,}03 \frac{|N'|}{b_0 h}}$$

avec la limitation complémentaire suivante :

$$\varpi_\mu \geqslant 0{,}05 \cdot \frac{\bar{\sigma}_a}{\bar{\sigma}'_b} \cdot \frac{b_0}{b}$$

expressions dans lesquelles ϖ représente le pourcentage mécanique des barres de l'armature longitudinale de traction (complètement ancrées au-delà de la section considérée), ϖ_μ le pourcentage mécanique des barres de l'armature longitudinale de traction strictement nécessaires pour résister au moment fictif $|M| + 1{,}5\,|T|\,h - 0{,}5\,|N'|\,h$, b la largeur de la zone comprimée de la

poutre (ou la largeur efficace de la table de compression, dans le cas d'une poutre en T ou d'un plancher nervuré), b_a la largeur de l'âme (dans le cas d'une poutre) ou de la nervure (dans le cas d'un plancher nervuré), $\bar{\sigma}_q$ la résistance de base de traction de l'acier de l'armature longitudinale de traction, $\bar{\sigma}'_b$ la résistance de base de compression du béton et $\bar{\sigma}_b$ la résistance de base de traction du béton.

122. Lorsque l'armature longitudinale de traction ne peut pas résister, dans l'état-limite ultime, à un moment fictif $|M| + 1{,}5\,|T|\,h - 0{,}5\,|N'|\,h$, la capacité de résistance à l'effort tranchant T_b du béton de la zone comprimée est prise égale à :

$$T_b = \frac{3}{8} \cdot \bar{\sigma}_b \cdot b_0 \cdot h$$

Ces valeurs et ces limites sont déduites de l'interprétation statistique des résultats d'essais existants.

Elles sont applicables à tous les cas de flexion-compression.

En flexion simple ($N' = 0$), les formules de calcul se simplifient notablement et la capacité de résistance T_b du béton de la zone comprimée se trouve comprise entre :

$$\frac{3}{8} \cdot \bar{\sigma}_b \cdot b_0 \cdot h \leqslant T_b \leqslant \frac{3}{4} \cdot \bar{\sigma}_b \cdot b_0 \cdot h$$

13. Capacité totale de résistance a l'effort tranchant

La capacité totale de résistance des poutres et nervures à l'effort tranchant dans l'état-limite ultime est prise égale à :

$$T_a + T_b$$

mais elle doit être plafonnée à la valeur maximale $2\bar{\sigma}_b b_0 h$ dans le cas d'une poutre sans table de compression et à la valeur maximale $2{,}5\bar{\sigma}_b b_0 h$ dans le cas d'une poutre à table de compression ou d'un plancher nervuré.

Ces limites maximales peuvent être majorées de 40 %, lorsque l'armature transversale est constituée :

— soit d'un réseau orthogonal d'armatures ayant même pourcentage dans les deux directions;

— soit d'un système mixte d'étriers normaux à la ligne moyenne de la pièce et de barres longitudinales relevées à 45° environ ($\alpha \neq 45°$) et convenablement ancrées;

— soit d'étriers obliques inclinés à 65° environ sur la fibre moyenne ($\alpha \neq 65°$) et convenablement ancrés.

Ces valeurs-limites sont déduites de l'interprétation statistique des résultats d'essais existants.

2. *Calcul des zones d'appui des poutres*

Lorsqu'une charge et une réaction sont appliquées, sur deux faces opposées d'une poutre, à une distance mutuelle inférieure aux trois-quarts de la hauteur utile (0,75*h*), la fraction de la charge équilibrée par la réaction n'est pas à prendre en compte pour le dimensionnement de l'armature transversale dans la région de la poutre comprise entre ces deux forces.

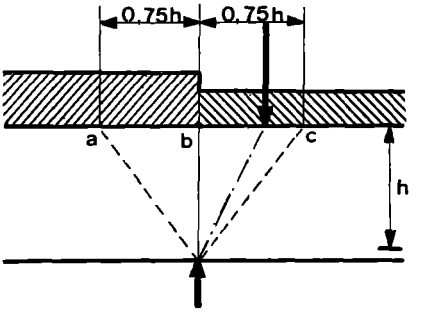


FIG. 6.25.

Les charges agissant dans la zone *abc* peuvent être négligées dans le calcul de la résistance à l'effort tranchant, pour autant qu'elles soient équilibrées par la réaction d'appui.

Par contre, il faut vérifier, — d'une part, que la résistance des bielles inclinées de béton est suffisante pour assurer la transmission directe des charges à l'appui, — d'autre part, que l'ancrage des barres longitudinales peut équilibrer la poussée de ces bielles.

Il se peut également que la charge ou la réaction soit appliquée, non pas sur les faces opposées de la pièce, mais à des niveaux intermédiaires. De ce fait, elle n'intéresse pas, directement ou par compression du béton, la fraction de la hauteur de la poutre qui, à cet emplacement, résiste effectivement à l'effort tranchant. Il est donc indispensable de transférer la charge ou la réaction au niveau adéquat, au moyen d'*armatures de suspension*, convenablement ancrées.

3. *Calcul des jonctions tables-nervures*

Les sections droites de la table de compression, parallèles à la ligne moyenne de la pièce et, plus particulièrement, le plan de jonction entre la table et la nervure, doivent être vérifiées du point de vue de leur résistance à l'effort tranchant.

La capacité correspondante de résistance à l'effort tranchant doit être déterminée conformément aux hypothèses fondamentales de calcul des coutures (§§ 6.212.1 et 2 — Règle des coutures), sans tenir compte de la contribution éventuelle du béton à cette résistance. Elle doit être limitée à la valeur maximale $3\bar{\sigma}_b \cdot b_e \cdot h$, expression dans laquelle b_e représente la largeur efficace de la table de compression (§ 6.111.21).

Le calcul peut négliger l'influence du couple de flexion propre de la table ou du hourdis (suivant un axe parallèle à la ligne moyenne de la poutre ou de la nervure), ainsi que celle

de l'effort normal secondaire, engendré par la courbure des isostatiques de compression de la table.

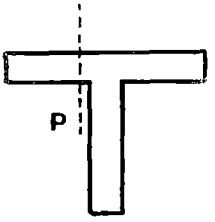


FIG. 6.26.

Les armatures propres de la table ou du hourdis, généralement normales à la ligne moyenne de la poutre, peuvent être considérées comme armatures de « couture », indépendamment du rôle qu'elles jouent dans la capacité de résistance en flexion de la table ou du hourdis. Le plus souvent, ce rôle est déterminant. Il suffit alors de vérifier que leurs conditions d'ancrage leur permettent de jouer efficacement le rôle de « coutures » et que leur contribution T_a à la résistance à l'effort tranchant est suffisante.

Cette contribution T_a est égale, par application de la règle des coutures (§ 6.212.2) à :

$$T_a = \bar{\sigma}_a \cdot \varpi_{to} \cdot b_e \cdot z = \bar{\sigma}_a \cdot \frac{A_t}{t \cdot b_e} \cdot b_e \cdot z$$

Soit :

$$T_e = 0{,}9 \cdot \bar{\sigma}_a \cdot A_t \cdot \frac{h}{t}$$

Cette valeur de T_a est limitée supérieurement à $3\ \bar{\sigma}_b \cdot b_e \cdot h$, soit

$$T' = T_a = 0{,}9 \cdot \bar{\sigma}_a \cdot A_t \cdot \frac{h}{t} \leqslant 3 \cdot \bar{\sigma}_b \cdot b_e \cdot h$$

Il faut alors vérifier que cette capacité de résistance à l'effort tranchant est suffisante.

4. *Calcul des dalles et des coques*

Par dérogation à la Règle § 6.222 prescrivant un pourcentage minimal d'armature transversale dans toute pièce sollicitée par un effort tranchant, les dalles et les coques peuvent être dépourvues d'armature transversale, à condition :

41. que leur comportement soit effectivement celui d'une dalle ou d'une coque;

En d'autres termes, si une sollicitation tend à produire une fissure d'effort tranchant, il faut que la résistance de flexion dans le sens perpendiculaire puisse empêcher l'ouverture de cette fissure.

42. qu'en chaque point, le rapport des moments fléchissants de même signe sur deux sections perpendiculaires, — c'est-à-dire le rapport des moments provoquant des courbures de même signe dans deux directions perpendiculaires, — soit, dans l'état-limite ultime, au moins égal à quatre (4);

43. que leur bétonnage soit effectué sans discontinuité et ne comporte aucune reprise dans le sens de l'épaisseur.

Dans ces conditions, la capacité de résistance des dalles et coques à l'effort tranchant dans l'état-limite ultime est prise égale à la valeur $0{,}8 \cdot \bar{\sigma}_b \cdot h$ par unité de largeur.

6.23. ADHÉRENCE

6.230. Définition de l'adhérence

La notion d'adhérence comporte deux fonctions distinctes : l'adhérence par *ancrage* et l'adhérence par *entraînement* :

1. *Adhérence par ancrage*

L'ancrage d'une barre d'armature est défini par la nécessité de transmettre au béton par adhérence, à chacune des extrémités de cette barre, l'effort axial de traction ou de compression qui lui est appliqué.

2. *Adhérence par entraînement*

L'adhérence par entraînement intervient dans les zones courantes d'une barre (c'est-à-dire en dehors de ses extrémités) et équilibre les variations de l'effort axial de traction qui lui est appliqué.

6.231. Ancrage des armatures

1. *Principes de base des calculs d'ancrage*

11. VÉRIFICATION DE L'ANCRAGE

La vérification de l'ancrage doit être faite dans l'état-limite ultime; elle doit être effectuée sur chaque barre, considérée *individuellement*, même si cette barre appartient à un groupement de barres.

Cette vérification doit être basée sur les trois hypothèses fondamentales suivantes :

111. sur toute la longueur de barre intéressée par l'ancrage, la contrainte-limite d'adhérence $\bar{\tau}_d$ est supposée constante;

112. dans les parties courbes d'un ancrage, un effort de frottement se superpose à l'effort-limite d'adhérence; cet effort de frottement est pris égal au produit du coefficient de frottement acier-béton par la réaction de courbure de la barre, assimilée à un fil enroulé sur un cylindre;

113. l'ancrage de l'armature est considéré comme « total », lorsque, dans l'état-limite ultime, l'effort de traction $A \cdot \bar{\sigma}_a$ de la barre considérée est équilibré par les efforts d'adhérence et de frottement.

12. DIMENSIONNEMENT DES COUTURES D'ATTACHE

Au voisinage de l'armature, l'adhérence doit être assimilée à une action tangente, susceptible de provoquer une fissuration à 45° du béton d'enrobage. Mais les bielles, découpées par cette fissuration, ne peuvent équilibrer que des efforts de compression. Il faut donc, pour équilibrer les composantes de trac-

tion correspondantes, prévoir des coutures transversales, dites *coutures d'attache*. Ces coutures d'attache sont indispensables à l'efficacité de l'ancrage.

Les coutures d'attache doivent entourer la barre à ancrer (ou le groupement de barres correspondant) vers l'extérieur de la pièce; par ailleurs, elles doivent être convenablement ancrées dans la masse du béton.

Si l'on désigne par $\bar{\tau}_d$ la contrainte d'adhérence dans l'état-limite ultime, par $\bar{\sigma}_t$ la résistance de base de l'armature de couture, par A_t l'aire de la section droite totale de la couture et par p le périmètre de la barre à ancrer, on peut considérer la condition d'équilibre :

$$p \cdot t \cdot \bar{\tau}_d = A_t \cdot \bar{\sigma}_t$$

c'est-à-dire :

$$A_t = p \cdot t \cdot \frac{\bar{\tau}_d}{\bar{\sigma}_t}$$

Les armatures transversales déjà existantes, par exemple les armatures d'effort tranchant, peuvent jouer le rôle de coutures d'attache des armatures principales de traction, aux arrêts et aux coupures des barres constitutives de ces armatures. Mais on doit vérifier si elles sont suffisantes en tant que telles ou si, au contraire, elles doivent être complétées.

Le cas des pièces minces (dalles et coques) pose des problèmes particuliers, car la faible épaisseur de ces structures ne permet pas la mise en place de coutures d'attache. Une justification spéciale de l'efficacité des ancrages doit alors être effectuée par le projeteur.

2. *Ancrage droit*

21. Ancrage d'une armature de traction

Sur la longueur intéressée par l'ancrage, la contrainte-limite d'adhérence, supposée constante (§ 6.231.111), est prise égale, pour les barres lisses, à :

$$\bar{\tau}_d = \frac{2\bar{\sigma}_b}{\left(1 + \frac{\varnothing}{d}\right)^2} \geqslant 0{,}75 \cdot \bar{\sigma}_b$$

et, pour les barres à haute adhérence, à :

$$\bar{\tau}_d = \frac{4\bar{\sigma}_b}{\left(1 + \frac{\varnothing}{d}\right)^2} \geqslant 1{,}50 \cdot \bar{\sigma}_b$$

expressions dans lesquelles $\varnothing$ représente le diamètre nominal, d la distance du centre de gravité de la barre à la paroi du béton la plus voisine et $\bar{\sigma}_b$ la résistance de base de traction du béton (§ 4.22).

L'effort-limite d'adhérence correspondant est rapporté au périmètre utile p de la barre considérée.

Le périmètre utile p à introduire dans la vérification d'ancrage est pris égal :

a) pour une barre isolée ou un groupement de deux barres, au périmètre nominal, soit, pour chaque barre : $\pi \varnothing$

b) pour un groupement de trois barres, au périmètre nominal diminué de deux fois l'arc de périmètre intérieur, soit, pour chaque barre : $\frac{2\pi}{3}$.

La *longueur de scellement droit* l_d, assurant l'ancrage total d'une barre de l'armature de traction, est prise égale à :

$$l_d = \frac{A}{p} \cdot \frac{\bar{\sigma}_a}{\bar{\tau}_d}$$

expression dans laquelle A représente l'aire de la section droite de la barre considérée, p le périmètre utile de cette barre, $\bar{\sigma}_a$ la résistance de base de l'armature de traction, $\bar{\tau}_d$ la contrainte-limite d'adhérence par ancrage.

L'expression de la longueur de scellement droit est déduite de l'équation d'équilibre § 6.231.113.

$$p \cdot l_d \cdot \bar{\tau}_d = A \cdot \bar{\sigma}_a$$

Pour une barre isolée ou un groupement de deux barres, le périmètre utile p est pris égal à $\pi \varnothing$. Soit :

$$l_d = \frac{\varnothing}{4} \cdot \frac{\bar{\sigma}_a}{\bar{\tau}_d}$$

Pour un groupement de trois barres, le périmètre utile p est pris égal à $\frac{2\pi}{3} \varnothing$. Soit :

$$l_d = \frac{3\varnothing}{8} \cdot \frac{\bar{\sigma}_a}{\bar{\tau}_d}$$

Dans le cas où, quel que soit l'état de sollicitation de la pièce considérée, l'ancrage de l'armature de traction se trouve réalisé dans une zone comprimée, le projeteur peut, sous réserve de justification de l'équilibre général des efforts, réduire la longueur de scellement droit à la valeur :

$$\frac{2}{3} l_d$$

22. Ancrage d'une armature de compression

La « longueur de scellement droit » l'_d, assurant l'ancrage total d'une barre de l'armature de compression, est prise égale à :

$$l'_d = \frac{A'}{p} \cdot \frac{\bar{\sigma}'_a}{\bar{\tau}_d}$$

expression dans laquelle $\bar{\sigma}'_a$ représente la résistance de base de l'armature de compression, les autres notations étant identiques à celles de l'expression § 6.231.21.

3. *Ancrage par courbure*

31. Ancrage d'une armature de traction

311. *Processus de calcul*

Le calcul d'un ancrage par courbure est basé sur l'équation différentielle suivante, conforme aux trois hypothèses §§ 6.231.11 :

$$A \cdot d\sigma_a = (p \cdot r \cdot \bar{\tau}_d + \varphi \cdot A \cdot \sigma_a) d\theta$$

expression dans laquelle A désigne l'aire de la section droite de la barre considérée individuellement, p le périmètre utile de cette barre, r le rayon de courbure de cette barre (mesuré sur son axe), $\bar{\tau}_d$ la contrainte-limite d'adhérence par ancrage (supposé constante, § 6.231.111), σ_a la contrainte de traction de l'armature (nulle à l'extrémité de la barre, cette contrainte de traction atteint la valeur-limite $\bar{\sigma}_a$ au point où l'ancrage est total), θ l'angle au centre de courbure (le sens positif de mesure est celui du glissement supposé de l'acier par rapport au béton, c'est-à-dire celui des valeurs croissantes de σ_a), φ le coefficient de frottement acier-béton (pris égal à 0,40 pour les barres curvilignes).

L'intégration de l'équation différentielle conduit, pour un tronçon curviligne IJ, à la relation suivante :

$$(\sigma_a)_J = (\sigma_a)_I \cdot e^{-\varphi\theta} - \frac{p \cdot r}{A} \cdot \bar{\tau}_d \cdot \frac{1 - e^{-\varphi\theta}}{\varphi}$$

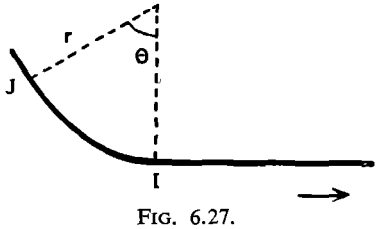


FIG. 6.27.

Pour $\theta = 0$, cette relation reproduit le calcul d'ancrage d'un tronçon rectiligne de longueur l :

$$(\sigma_a)_J = (\sigma_a)_I - \frac{p \cdot l}{A} \cdot \bar{\tau}_d$$

312. *Condition de non-écrasement du béton*

Dans un tronçon curviligne d'une barre tendue (qu'il s'agisse d'un ancrage ou de tout autre changement de direction de l'armature de traction), le rayon de courbure r (mesure sur l'axe de la barre) doit satisfaire à l'une des conditions suivantes :

a) pour une barre curviligne isolée ou appartenant à un seul lit :

$$r \geqslant 0{,}20\, \varnothing \left(1 + \frac{\varnothing}{e}\right) \cdot \frac{\bar{\sigma}_a}{\bar{\sigma}'_b}$$

b) pour une barre curviligne appartenant à un ensemble de deux lits :

$$r \geqslant 0{,}30\, \varnothing \left(1 + \frac{\varnothing}{e}\right) \cdot \frac{\bar{\sigma}_a}{\bar{\sigma}'_b}$$

c) pour une barre curviligne appartenant à un ensemble de trois lits :

$$r \geqslant 0{,}40\, \varnothing \left(1 + \frac{\varnothing}{e}\right) \cdot \frac{\sigma_a}{\bar{\sigma}'_b}$$

expressions dans lesquelles $\varnothing$ désigne le diamètre nominal de la barre considérée, e, la distance de son centre de courbure à la paroi la plus voisine, $\bar{\sigma}_a$ la résistance de base de traction de l'acier, $\bar{\sigma}'_b$ la résistance de base de compression du béton.

La pression qu'une barre curviligne tendue exerce à l'intérieur de sa concavité peut constituer un danger de rupture du béton. Ce danger est négligeable en pleine masse; par contre, il est plus sensible au voisinage de la paroi, surtout si le plan moyen de la barre est parallèle à cette paroi. Il faut donc limiter la pression exercée par la barre, en limitant son rayon de courbure. Il est également recommandé d'incliner le tronçon curviligne de l'ancrage vers la masse du béton.

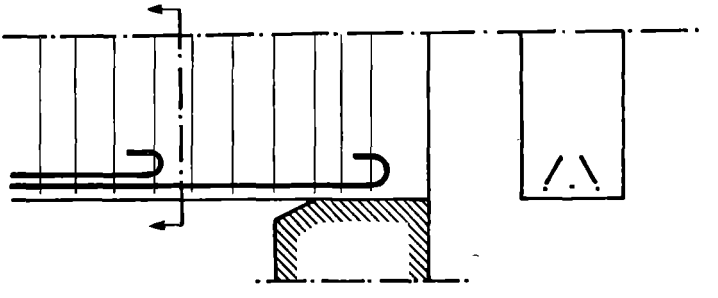


FIG. 6.28.

313. *Crochets normaux*

Un « crochet normal » (également nommé « crochet Considère ») comprend un tronçon semi-circulaire de diamètre intérieur égal à cinq fois le diamètre de la barre (correspondant à un rayon de courbure de trois fois le diamètre de la barre), suivi d'un retour rectiligne de longueur égale à deux fois le diamètre de la barre.

Un tel crochet doit toujours être considéré comme nécessaire pour les barres lisses; par contre, il peut souvent être évité pour les barres à haute adhérence, dont le scellement droit suffit généralement à garantir l'efficacité de l'ancrage, sous réserve des coutures d'attache nécessaires.

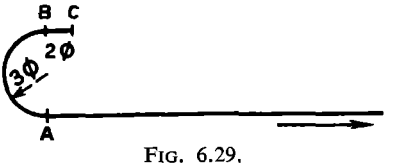


FIG. 6.29.

L'application du calcul de l'ancrage par courbure au cas du crochet normal induit aux résultats suivants :

$$\begin{cases} (\sigma_a)_c = 0 = (\sigma_a)_B - \dfrac{p \cdot 2\varnothing}{A} \cdot \bar{\tau}_d \\ (\sigma_a)_B = 0{,}28 \cdot (\sigma_a)_A - 1{,}79 \cdot \dfrac{p \cdot 3\varnothing}{A} \cdot \bar{\tau}_d \end{cases}$$

L'ancrage est considéré comme total si :

$$(\sigma_a)_A = 26{,}3 \cdot \frac{p\,\varnothing}{A} \cdot \bar{\tau}_d = 105 \cdot \bar{\tau}_d \geqslant \bar{\sigma}_a$$

ce qui signifie qu'un crochet normal équivaut à un scellement droit de longueur 26,3 $\varnothing$. Si l'ancrage n'est pas total en A, il doit être complété par un ancrage droit de longueur appropriée.

On peut également admettre que l'effort-limite de traction de l'armature, disponible à l'origine d'un crochet normal (point A), est approximativement égal à :

$60 \cdot \varnothing^2 \cdot \bar{\sigma}_b$ dans le cas d'une barre lisse, et à :

$120 \cdot \varnothing^2 \cdot \bar{\sigma}_b$ dans le cas d'une barre à haute adhérence.

314. *Ancrage des cadres et étriers*

Sauf justifications spéciales, le rayon de courbure des cadres et étriers est fixé à trois fois leur diamètre $\varnothing$. Cette valeur conduit à utiliser, sur chantier, un mandrin de pliage de 5 $\varnothing$.

De plus, l'ancrage dans la masse de béton ne doit être considéré comme total que si les tronçons curvilignes des cadres et étriers sont prolongés :

a) dans le cas des aciers lisses, par des retours rectilignes à 180° d'une longueur minimale de 5 $\varnothing$, à l'exclusion de toute autre disposition;

b) dans le cas des aciers à haute adhérence, par des retours rectilignes à 180° d'une longueur minimale de 5 $\varnothing$, — ou bien par des retours rectilignes à 135° d'une longueur minimale de 10 $\varnothing$, — ou bien par des retours rectilignes à 90° d'une longueur minimale de 15 $\varnothing$.

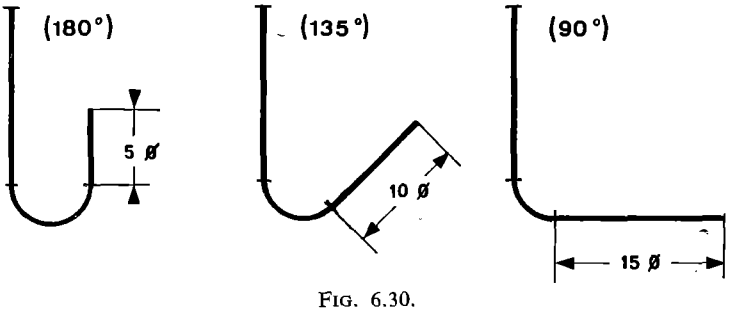


FIG. 6.30.

32. ANCRAGE D'UNE ARMATURE DE COMPRESSION

321. *Danger de l'ancrage par courbure en compression*

L'ancrage par courbure des armatures de compression n'est pas autorisé.

La mise en compression d'un ancrage par courbure tend à faire fléchir la barre au point de variation brusque de sa courbure. Les réactions, nées de cette flexion, peuvent constituer des « poussées au vide », susceptibles de faire éclater le béton de couverture de la barre.

La seule exception éventuelle concerne les pièces, sollicitées alternativement en compression excentrée et en flexion composée, dans lesquelles les barres d'armature principale peuvent être successivement comprimées ou tendues et doivent comporter, de ce fait, un ancrage par courbure. Dans ce cas, il faut vérifier que les « poussées au vide » correspondantes sont équilibrées par des coutures d'attache, de tracé et de section appropriés.

Un ancrage particulièrement dangereux est celui qui comporte un retour rectiligne parallèle à une paroi et à proximité immédiate de cette paroi. Une simple ligature (d'un diamètre de l'ordre du quart du diamètre de la barre ancrée), reliant ce retour rectiligne à la masse du béton, suffit souvent, dans ce cas à prévenir le danger d'éclatement (fig. 6.31).

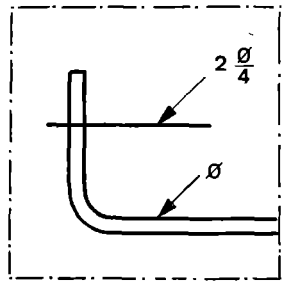


FIG. 6.31.

Une autre solution, vivement recommandée, consiste à incliner ce retour rectiligne vers la masse du béton. Les armatures transversales déjà existantes suffisent généralement, dans ce cas, à équilibrer la poussée au vide (fig. 6.32).

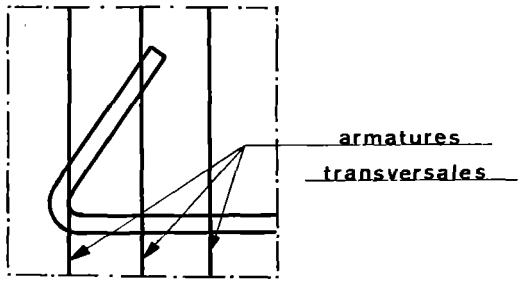


FIG. 6.32.

322. *Poussée au vide*

De manière générale, il y a « poussée au vide » d'une barre curviligne lorsque sa réaction de courbure est dirigée vers la paroi extérieure de la pièce, au lieu d'être dirigée vers la masse du béton. La réaction de courbure est égale, par unité de longueur, au quotient de l'effort normal dans cette barre par son rayon de courbure; elle est située dans le plan de courbure et dirigée vers la convexité de la courbe si l'armature est comprimée (ou vers la concavité si l'armature est tendue).

Lorsque la mise en charge d'une barre curviligne provoque l'apparition d'une poussée au vide vers la paroi extérieure de la pièce, cette barre doit être

ligaturée par des coutures d'attache (§ 6.231.12). Ces coutures doivent être normales à la barre, l'entourer complètement et bénéficier d'un ancrage total dans la masse du béton.

Le dimensionnement des coutures d'attache, destinées à équilibrer la poussée au vide, est effectué selon le processus suivant :

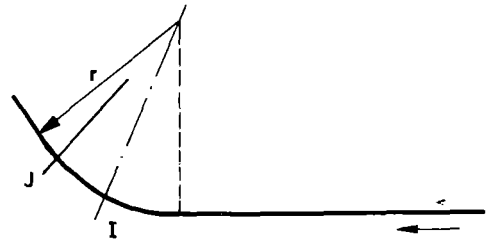


FIG. 6.33.

Si l'on désigne par $\bar{\sigma}_t$ la résistance de base de l'armature de couture, par A_t la section totale de la couture (ou des deux branches de la couture), par t l'espacement IJ de deux coutures consécutives, on peut, en première approximation, écrire l'équation d'équilibre :

$$t \cdot \frac{A \cdot \sigma'_a}{r} = A_t \cdot \bar{\sigma}_t$$

Dans le cas où les caractères mécaniques de l'armature principale et de l'armature de couture sont identiques, l'équation de dimensionnement se réduit, en première approximation, à :

$$A_t = \frac{t}{r} \cdot A$$

Certaines structures minces, notamment les coques, donnent lieu à des difficultés. En effet, la faible épaisseur de ces structures ne permet pas la mise en place des coutures d'attache nécessaire. En raison de cette impossibilité, on peut considérer comme admissible la poussée au vide d'une barre curviligne, si son rayon de courbure a satisfait à la condition suivante, valable en traction comme en compression :

$$r \geqslant \frac{5}{6} \cdot \varnothing \cdot \frac{\bar{\sigma}_a}{\bar{\sigma}_b} \left(1 + \frac{\varnothing}{e_a}\right)$$

expression dans laquelle $\varnothing$ désigne le diamètre nominal de la barre considérée, e_a la distance de son axe à la paroi extérieure (du côté de la poussée au vide), $\bar{\sigma}_a$ la résistance de base de traction ou de compression de l'acier (suivant le cas) et $\bar{\sigma}_b$ la résistance de base de traction du béton.

4. *Arrêt des armatures longitudinales*

La vérification de l'ancrage des armatures longitudinales à leurs extrémités est effectuée sur la base du diagramme des moments, opportunément décalé pour tenir compte de la nécessité d'absorber les composantes horizontales des bielles comprimées du treillis fictif.

Ce diagramme décalé, qui sert de base au dimensionnement des armatures longitudinales, est obtenu par translation de la courbe-enveloppe des moments

fléchissants, parallèlement à l'axe de la pièce et dans le sens le plus défavorable, d'une quantité égale à la hauteur utile h de la section. Les armatures longitudinales doivent être ancrées à partir de ce diagramme décalé.

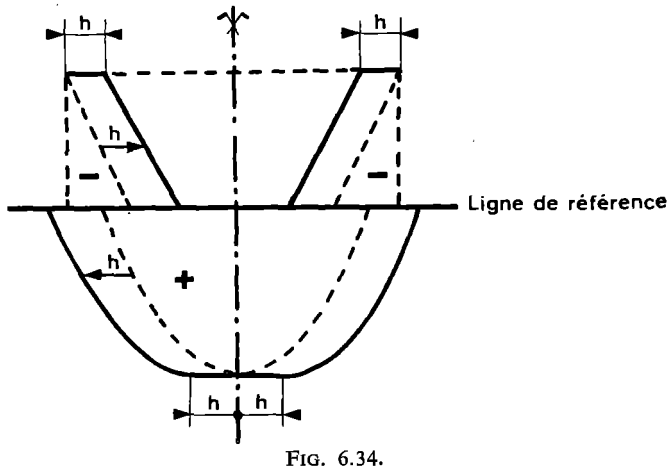


FIG. 6.34.

En fait, la valeur du décalage peut varier entre $\frac{h}{2}$ et h selon l'efficacité de l'armature transversale.

La valeur h se situe donc du côté de la sécurité.

5. *Jonction des armatures par recouvrement*

La vérification de la jonction de deux barres parallèles identiques par recouvrement est effectuée conformément aux trois hypothèses fondamentales § 6.231.11. Les coutures d'attache sont dimensionnées conformément au § 6.231.12.

51. RECOUVREMENT DES ARMATURES DE TRACTION

511. *Barres sans dispositifs d'ancrage (barres droites)*

Si la distance entre axes des barres considérées ne dépasse pas cinq fois leur diamètre nominal, la longueur de recouvrement doit être au moins égale à la longueur de scellement droit (§ 6.231.21). Dans le cas contraire, la longueur de recouvrement doit être au moins égale à la somme de la longueur de scellement droit et de la distance entre axes des barres.

Dans le cas particulier des armatures en treillis soudés, la longueur de recouvrement doit être au moins égale à :

$$2a + 10\,\varnothing_a$$

expression dans laquelle a désigne l'écartement entre axes des fils de répartition et $\varnothing_a$ le diamètre des fils porteurs. De plus, le recouvrement doit comporter au moins trois soudures sur chacune des nappes.

512. *Barres avec dispositifs d'ancrage (crochets)*

Si la distance entre axes des barres considérées ne dépasse pas cinq fois leur diamètre nominal, la longueur de recouvrement doit être au moins égale au six-dixièmes (0,60) de la longueur de scellement droit. Dans le cas contraire, la longueur de recouvrement doit être au moins égale à la somme des six-dixièmes (0,60) de la longueur de scellement droit et de la distance entre axes des barres.

52. RECOUVREMENT DES ARMATURES DE COMPRESSION

La longueur de recouvrement doit être au moins égale aux six-dixièmes (0,60) de la longueur de scellement droit (§ 6.231.22). Dans le cas particulier où la structure est soumise à des vibrations ou à des chocs, elle sera prise égale à la longueur de scellement droit. Les dispositifs d'arrêt par courbure doivent être évités, conformément au § 6. 231.32.

6.232. Entraînement des armatures

1. *Entraînement global de l'ensemble des barres d'armature*

La vérification de l'entraînement de l'armature de traction peut être effectuée sur l'ensemble des barres constituant cette armature, qu'il s'agisse de barres isolées ou de groupements de barres.

Il est rappelé que cette vérification concerne l'adhérence des barres en dehors de leurs zones d'ancrage (c'est-à-dire en dehors de leurs extrémités) et vise essentiellement la transmission des actions tangentes, qui font varier l'effort longitudinal exercé sur l'armature.

2. *Vérification de l'entraînement dans l'état-limite ultime*

Pour la vérification de l'entraînement de l'armature de traction dans l'état-limite ultime, par action de l'effort tranchant tout au long des barres constituant cette armature, on doit supposer que :

21. en dehors de la zone intéressée par l'ancrage, la contrainte-limite d'adhérence est constante et égale, pour les barres lisses, à :

$$\overline{\tau_{dl}} = \frac{3\bar{\sigma}_b}{\left(1 + \frac{\varnothing}{d}\right)^2} \nearrow 1{,}35 \cdot \bar{\sigma}_b \qquad \text{dans le cas des poutres,}$$

$$\overline{\tau_{dl}} = \frac{4\bar{\sigma}_b}{\left(1 + \frac{\varnothing}{d}\right)^2} \nearrow 1{,}70 \cdot \bar{\sigma}_b \qquad \text{dans le cas des coques,}$$

et, pour les barres à haute adhérence, à :

$$\overline{\tau_{dl}} = \frac{6\bar{\sigma}_b}{\left(1 + \frac{\varnothing}{d}\right)^2} \nearrow 2{,}70 \cdot \bar{\sigma}_b$$

expressions dans lesquelles $\varnothing$ représente le diamètre nominal et d la distance de l'axe de la barre à la paroi de béton la plus voisine.

L'effort-limite d'adhérence correspondant est rapporté au périmètre utile p de la barre ou du groupement de barres considéré.

Le périmètre utile p à introduire dans la vérification d'entraînement est pris égal :

1) pour une barre isolée, au périmètre nominal, soit :

$$\pi \varnothing ;$$

2) pour un groupement de deux barres, au périmètre minimal circonscrit à la section droite, soit :

$$(\pi + 2) \varnothing ;$$

3) pour un groupement de trois barres, au périmètre nominal circonscrit à la section droite, diminué du périmètre du vide extérieur, soit :

$$\left(\frac{\pi}{2} + 3\right) \varnothing .$$

22. L'entraînement de l'armature est effectif lorsque, dans l'état-limite ultime, l'effort tranchant est équilibré par les efforts d'adhérence de l'ensemble des barres constituant cette armature.

Pour un tronçon élémentaire dx de l'armature, l'équation d'équilibre s'exprime par la relation :

$$A \cdot \mathrm{d}\bar{\sigma}_a = n \cdot p \cdot \bar{\tau}_{dl}$$

expression dans laquelle n représente le nombre de barres constituant l'armature de section totale A.

En faisant apparaître l'effort tranchant T, le bras de levier z et la hauteur utile h de la section, cette équation d'équilibre s'écrit :

$$T = \frac{\mathrm{d}\bar{M}}{\mathrm{d}x} = z \cdot A \cdot \frac{\mathrm{d}\bar{\sigma}_a}{\mathrm{d}x} \approx 0{,}9 \cdot h \cdot A \cdot \frac{\mathrm{d}\bar{\sigma}_a}{\mathrm{d}x}$$

ou encore :

$$T = 0{,}9 \cdot h \cdot n \cdot p \cdot \bar{\tau}_{dl}$$

6.24. TORSION

6.241. Base du calcul de la résistance à la torsion

Le calcul de la résistance à la torsion dans l'état-limite ultime doit être basé sur l'« hypothèse du treillis » (§ 6.212.3). Toutefois, l'analyse des essais montre que l'hypothèse du treillis est souvent trop prudente et qu'elle doit être corrigée par une prise en compte appropriée de la capacité de résistance à la torsion du béton de la zone comprimée.

Les essais montrent que, dans de nombreux cas, l'hypothèse du treillis, qui se situe toujours du côté de la sécurité, présente l'inconvénient de surestimer le dimensionnement de l'armature de torsion et de conduire ainsi à une dépense exagérée d'acier.

Le moyen adopté dans les prescriptions du Code pour pallier cet inconvénient consiste à ajouter, de manière empirique, à la capacité de résistance M_{ta} de l'armature de torsion (calculée sur la base de l'hypothèse du treillis et affectée d'un coefficient pondérateur expérimental), la capacité de résistance M_{tb} du béton de la zone comprimée.

6.242. Pourcentage minimal de l'armature transversale

Toute pièce sollicitée par un moment de torsion doit comporter une armature transversale, dont le pourcentage mécanique doit être au moins égal à :

$$\frac{h_t}{b_{at} + h_{at}} \cdot \frac{10}{\bar{\sigma}'_b}$$

expression dans laquelle $\bar{\sigma}'_b$ représente la résistance de base de compression du béton (*exprimée en bars*), h_t la hauteur géométrique totale de la section, h_{at} la hauteur des cadres et b_{at} la largeur des cadres.

L'armature transversale doit être constituée de cadres fermés, orthogonaux à l'axe longitudinal de la pièce, dont l'espacement ne doit être supérieur, ni à b_{at}, ni à $\frac{h_{at}}{2}$. Les extrémités de chaque cadre doivent être, soit munies de crochets d'ancrage convenablement recourbés autour de la barre d'armature longitudinale, soit reliées par une soudure capable de résister à l'effort développé par l'acier du cadre sous une contrainte égale à sa limite élastique.

La condition de pourcentage mécanique minimal de l'armature transversale de torsion peut s'écrire :

$$\varpi_t = \varpi_{t0} \cdot \frac{\bar{\sigma}_t}{\bar{\sigma}'_b} = \frac{A_t}{b \cdot t} \cdot \frac{\bar{\sigma}_t}{\bar{\sigma}'_b} \geqslant \frac{h_t}{b_{at} + h_{at}} \cdot \frac{10}{\bar{\sigma}'_b}$$

suivant les notations usuelles, les contraintes étant évaluées en bars ou en kg/cm².

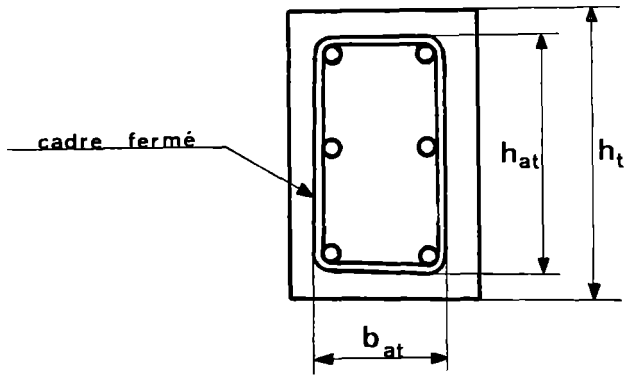


FIG. 6.35.

La nécessité d'un pourcentage mécanique minimal d'armature transversale résulte de ce que le moment résistant du béton de la zone comprimée à la torsion est très inférieur au moment de torsion correspondant à l'apparition des fissures inclinées. Il est donc indispensable, pour que le moment résistant total à la torsion soit supérieur au moment de torsion correspondant à l'apparition de la fissuration, que l'armature transversale de torsion ait un pourcentage suffisant. Cette condition exclut la dangereuse éventualité d'une rupture fragile, sans signes avertisseurs.

Dans le cas d'une pièce soumise à la torsion, les fissures inclinées sont susceptibles d'apparaître sur toutes les faces. C'est pourquoi il est indispensable de prévoir des cadres fermés, afin d'assurer la couture de toutes les fissures éventuelles. La limitation de l'espacement de ces cadres $\left(t \leqslant b_{at} \text{ et } t \leqslant \frac{h_{at}}{2}\right)$ correspond à cette même préoccupation.

6.243. Règles pratiques de calcul

La capacité de résistance des pièces à la torsion dans l'état-limite ultime doit être déterminée par addition de la contribution M_{ta} de l'armature transversale (calculée d'après l'hypothèse du treillis — § 6.212.3) et de la contribution M_{tb} du béton de la zone comprimée (calculée d'après la formule expérimentale indiquée ci-après au § 2).

1. *Contribution de l'armature transversale à la résistance à la torsion*

La contribution M_{ta} de l'armature transversale à la résistance d'une pièce à la torsion est prise égale à :

$$M_{ta} = \alpha \cdot \bar{\sigma}_t \cdot \frac{A_t}{t} \cdot b_{at} \cdot h_{at}$$

expression dans laquelle :

α est un coefficient égal à $0{,}33 + 0{,}16 \cdot \frac{h_{at}}{b_{at}}$ mais ne pouvant pas dépasser 0,75;

$\bar{\sigma}_t$ est la résistance de base de traction de l'acier de l'armature transversale;

A_t est l'aire de la section droite totale des deux branches d'un cadre;

t est l'espacement des cadres (mesuré parallèlement à la moyenne de la pièce);

b_{at} est la largeur des cadres;

h_{at} est la hauteur des cadres.

L'expression de M_{ta} est conforme à l'application de l'« hypothèse du treillis », pondérée par l'intervention d'un coefficient réducteur α, justifié par les résultats des essais réalisés aux Laboratoires de la Portland Cement Association, Illinois, U.S.A.

L'armature de torsion ne doit pas comporter seulement des cadres transversaux : elle doit être obligatoirement complétée par une armature longitudinale, de section totale :

$$A_T = \frac{A_t}{t}(b_{at} + h_{at})$$

Cette armature longitudinale doit comporter au moins quatre barres, disposées respectivement aux quatre angles des cadres transversaux. Mais, si $h_{at} > 2\, b_{at}$, elle doit comporter aussi des barres longitudinales sur les grands côtés des cadres transversaux, l'espacement de ces barres ne devant pas dépasser $\frac{4}{3} b_{at}$.

Par ailleurs, le diamètre des barres de l'armature longitudinale doit être au moins égal au diamètre des cadres, sans pouvoir être inférieur à ∅ 10 mm.

L'ensemble des cadres transversaux et des barres longitudinales correspondantes constitue l'*armature de torsion.*

Pour que le mécanisme du « treillis » soit effectif, il faut que les réactions des bielles de béton, découpées par les fissures de torsion, soient équilibrées dans la direction transversale et dans la direction longitudinale. D'où la nécessité d'une double armature transversale et longitudinale.

Cette double « armature de torsion » s'ajoute à l'armature requise pour assurer la résistance à la flexion (armature longitudinale de flexion, cf. § 6.1) et la résistance à l'effort tranchant (armature transversale d'effort tranchant, cf. § 6.22).

La répartition des barres longitudinales de l'armature de torsion sur le pourtour des cadres transversaux doit être aussi uniforme que possible, afin d'assurer une couture efficace des fissures de torsion.

2. *Contribution du béton à la zone comprimée à la résistance à la torsion*

La contribution M_{bt} du béton de la zone comprimée à la résistance d'une pièce à la torsion ne peut être prise en compte qu'à la condition qu'aucun effort normal de traction n'agisse sur la section considérée. Cette contribution est prise égale à :

$$M_{tb} = \beta \cdot \bar{\sigma}_b \cdot \frac{b_0^2}{4}\left(h_t - \frac{b_0}{3}\right)$$

expression dans laquelle :

β est un coefficient réducteur égal à

$$\frac{1}{\sqrt{1 + \left[1{,}3 \cdot \frac{b_0}{h}\left(h_t - \frac{b_0}{3}\right) \cdot \frac{T}{M_t}\right]^2}}$$

T représente l'effort tranchant total (§ 6.223.13), pris en compte dans la vérification de l'état-limite ultime ($T = T_a + T_b$);

M_t représente le moment de torsion total, pris en compte dans la vérification de l'état-limite ultime ($M_t = M_{ta} + M_{tb}$);

b_0 représente la largeur de la zone comprimée (largeur de l'âme);

h_t représente la hauteur géométrique totale de la section;

h représente la hauteur utile de la section;

$\bar{\sigma}_b$ représente la résistance de base de traction du béton.

Par ailleurs, lorsqu'une section est soumise à un moment de torsion, la contribution T_b du béton de la zone comprimée à la résistance à l'effort tranchant (§ 6.223.12) doit être affectée du coefficient réducteur β, défini ci-dessus.

Les essais ont montré que la contribution du béton de la zone comprimée à la résistance ultime d'une pièce soumise à la torsion pure était sensiblement égale à la moitié du moment de torsion correspondant à l'apparition des fissures inclinées. On admet que la valeur du moment résistant du béton seul correspond à une contrainte de cisaillement de

torsion égale à $0{,}5\bar{\sigma}_b$, calculée en admettant une répartition plastique des contraintes et en supposant que seule, l'âme d'une poutre nervurée résiste à la torsion. Ces hypothèses conduisent à :

$$M_{tb} = 0{,}5 \cdot \bar{\sigma}_b \times \frac{b_0^2}{2}\left(h_t - \frac{b_0}{3}\right)$$

Mais, lorsque la torsion est combinée avec un effort tranchant, la contribution du béton à la résistance en torsion est réduite. Les essais ont montré que la courbe d'interaction entre le moment de torsion et l'effort tranchant était assimilable à un arc de cercle centré à l'origine. Cette approximation conduit au coefficient réducteur β :

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{1 + \left[1{,}3 \cdot \frac{b_0}{h}\left(h_t - \frac{b_0}{3} \cdot \frac{T}{M_t}\right)\right]^2}}$$

Corrélativement, la contribution T_b du béton à la résistance à l'effort tranchant est réduite lorsque la section est également soumise à un moment de torsion. Il convient, dans ce cas, d'appliquer à T_b un coefficient réducteur résultant de l'application de la courbe d'interaction et dont l'expression est :

$$\frac{1}{\sqrt{1 + \left[\frac{0{,}77}{h_t - \frac{b_o}{3}} \cdot \frac{h}{b_o} \cdot \frac{M_t}{T}\right]^2}}$$

3. *Capacité totale de résistance à la torsion*

La capacité totale de résistance d'une pièce à la torsion dans l'état-limite ultime est prise égale à :

$$M_t = M_{ta} + M_{tb}$$

mais elle doit être plafonnée à la valeur maximale $5M_{tb}$, soit :

$$M_t \geqslant 5\beta \cdot \bar{\sigma}_b \cdot \frac{b_0^2}{4}\left(h_t - \frac{b_0}{3}\right)$$

Cette valeur-limite a pour objet d'assurer que, conformément aux hypothèses admises dans le calcul, l'armature transversale est susceptible d'atteindre sa résistance de base à l'état-limite ultime. Le coefficient 5 résulte de l'interprétation des résultats des essais effectués aux laboratoires de la Portland Cement Association, Illinois, U.S.A.

6.25. POINÇONNEMENT

6.251. Hypothèses d'applicabilité du calcul

Le calcul est applicable à la vérification de la résistance au poinçonnement d'une dalle (ou d'une structure plane), sous l'effet d'une force localisée, normale au plan moyen de la dalle, agissant uniformément sur une faible portion de sa surface, limitée par un contour supposé convexe.

La force localisée envisagée peut être, soit une surcharge, soit une réaction d'appui.

Le calcul est donc applicable non seulement aux hourdis, planchers-dalles et planchers-champignons, sollicités par des surcharges localisées (poinçonnement sur les poteaux), mais également aux semelles de fondation sous points d'appui isolés.

Si la force localisée agit par l'intermédiaire d'un revêtement, on admet, comme contour de l'aire d'application de la force localisée sur la surface de la dalle proprement dite un contour parallèle au contour de l'aire d'application sur le revêtement et situé à une distance égale, soit à l'épaisseur de ce revêtement (si celui-ci est constitué de béton ou d'un matériau analogue), soit aux trois-quarts de l'épaisseur de ce revêtement (si celui-ci est moins résistant que le béton, par exemple s'il est constitué d'asphalte coulé ou de béton bitumineux). Cette règle est également applicable au cas où la dalle comporte une surépaisseur au droit de la force localisée et, plus précisément, au cas des planchers-champignons et des semelles de fondation sous points d'appui isolés. L'approximation qui en résulte se situe toujours du côté de la sécurité.

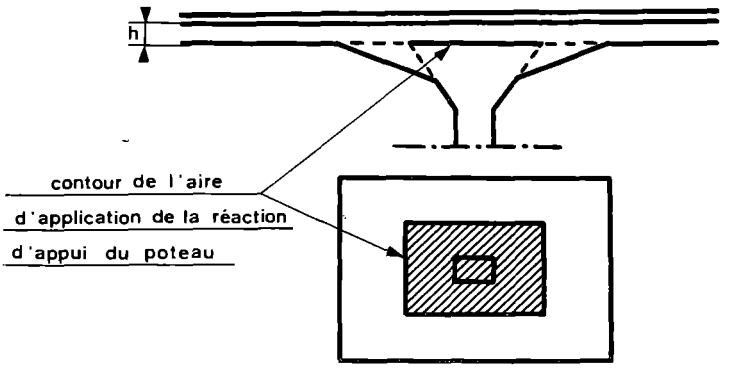


FIG. 6.36.

1er exemple d'application : plancher-champignon;
2e exemple d'application : semelle de fondation.

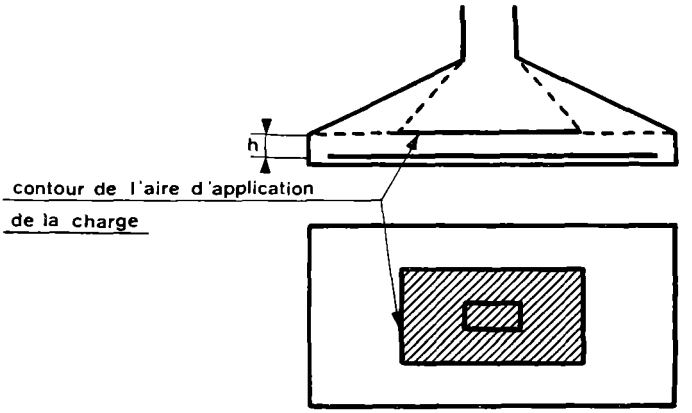


FIG. 6.37.

Si le contour délimitant l'aire d'application de la force localisée n'est pas convexe, le calcul reste applicable, à condition de remplacer ce contour non

convexe par un contour convexe fictif C, enveloppant l'aire réelle d'application mais présentant le périmètre minimal.

Exemples :

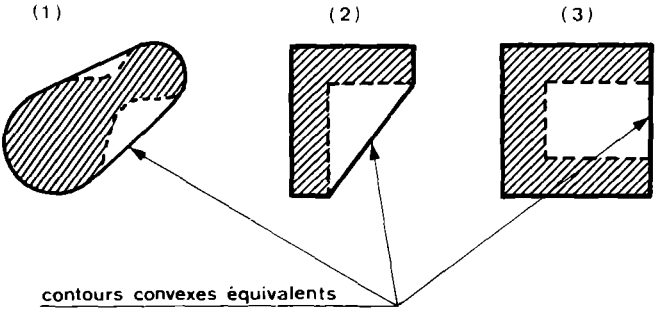


FIG. 6.38.

6.252. Détermination de la résistance au poinçonnement

La résistance-limite au poinçonnement d'une force localisée, agissant uniformément sur une faible portion de la surface d'une dalle, de contour convexe C (réel ou équivalent — cf. § 6.251) est prise égale à :

$$\frac{3}{4}\bar{\sigma}_b \cdot h \cdot p'$$

expression dans laquelle $\bar{\sigma}_b$ représente la résistance de base de traction du béton; h la hauteur utile de la dalle au droit du contour C; p' le périmètre d'un contour C' extérieur et parallèle au contour C, à une distance horizontale égale à $\frac{h}{2}$.

1. *Cas particulier d'un contour de forme allongée*

Si la plus grande dimension a du contour C, dépasse 3 fois la plus petite dimension b ($a > 3b$), la valeur du périmètre p' doit être limitée à $8b + 4h$ ($p' \leqslant 8b + 4h$).

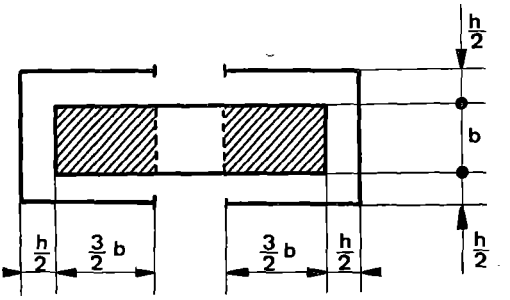


FIG. 6.39.

Cette condition revient à limiter la grande dimension a à la valeur $3b$, soit :

$$p' = 2(a + b + 2h) \leqslant 8b + 4h$$

2. *Cas particulier de la présence d'une ouverture*

Si la dalle comporte une ouverture au voisinage du contour C, l'effet de cette ouverture sur la résistance au poinçonnement est pris en compte par une

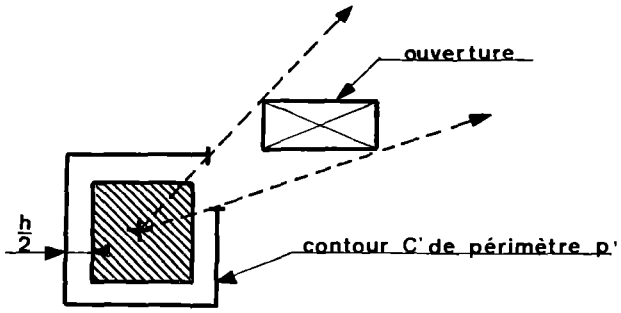


FIG. 6.40.

diminution appropriée de la valeur du périmètre p'. Cette diminution est prise égale à la longueur interceptée par les deux demi-droites, issues du centre de gravité de l'aire du contour C' et tangentes à l'ouverture considérée.

3. *Cas particulier du voisinage d'un bord libre*

Si la force localisée agit au voisinage d'un bord libre, celui-ci doit être considéré comme une ouverture de dimension infinie dans la direction parallèle à ce bord libre.

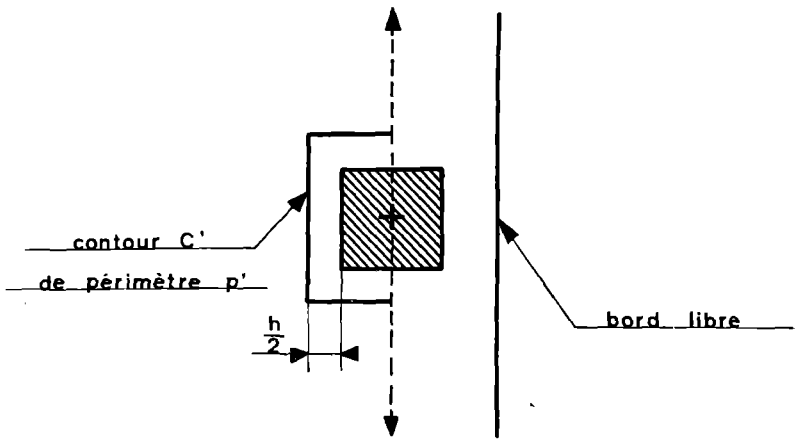


FIG. 6.41.

4. *Cas particulier du voisinage d'un angle libre*

Si la force localisée au voisinage d'un angle libre, celui-ci doit être considéré comme une ouverture de dimensions infinies dans les deux directions parallèles aux côtés de l'angle.

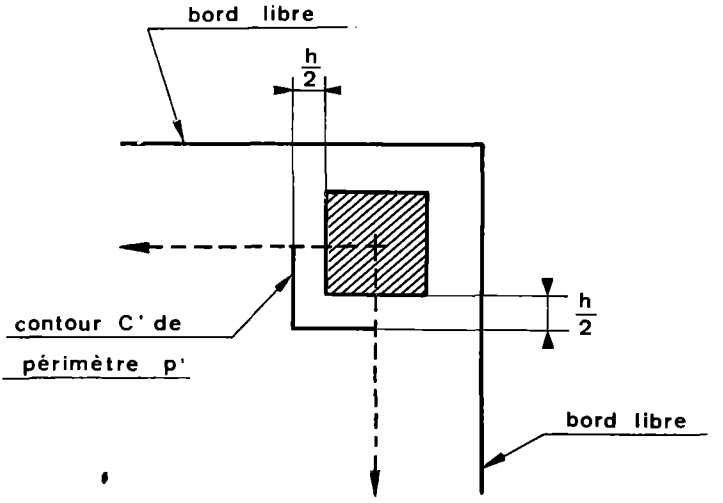


FIG. 6.42.

CHAPITRE 7

DISPOSITIONS CONSTRUCTIVES

7.0. CONFORMITÉ DES DISPOSITIONS CONSTRUCTIVES AVEC LES HYPOTHÈSES DE CALCUL

Les dispositions constructives doivent être compatibles avec les données de base et les hypothèses fondamentales du calcul de dimensionnement, notamment en ce qui concerne :

— le comportement physique et mécanique des matériaux;

— la nature des diverses liaisons entre éléments constitutifs de la structure (articulations, encastrements, continuités, etc...);

— ainsi que la succession des différentes phases d'exécution (qui doit être prévue et indiquée sans ambiguïté dans la note de calcul).

Tous les renseignements utiles concernant ces données et ces hypothèses doivent être fournis au constructeur par l'ingénieur-projeteur. Si ces renseignements sont jugés insuffisants par le constructeur, ce dernier doit exiger de l'ingénieur-projeteur tous renseignements complémentaires.

7.1. DISPOSITIONS GÉNÉRALES RELATIVES AUX ARMATURES

7.11. UTILISATION SIMULTANÉE DE DIVERSES NUANCES OU TYPES D'ACIERS

La coexistence de diverses nuances ou de divers types d'aciers dans un même élément de structure doit être évitée dans toute la mesure du possible; elle ne peut être autorisée que s'il n'existe aucun danger réel de confusion entre les barres de différentes nuances ou de différents types.

Dans la pratique, on peut autoriser l'utilisation simultanée de deux nuances ou de deux types différents d'aciers, d'une part pour les armatures principales, d'autre part pour les étriers et armatures de couture d'un même élément de structure. Mais, dans ce cas, le projeteur doit :

a) introduire chacune de ces deux nuances ou chacun de ces deux types d'aciers, avec sa propre résistance de référence et sa propre résistance de base, dans le calcul de dimensionnement;

b) tenir compte des répercussions possibles des caractères respectifs de ces différents aciers sur la vérification de la condition de compatibilité des déformations dans chaque section.

L'utilisation simultanée de deux nuances ou de deux types distincts d'aciers est rigoureusement interdite dans tous les cas où existe le moindre danger possible de confusion. Cette interdiction s'applique notamment aux barres constitutives de l'armature principale d'un élément de structure.

Par contre, les résultats de nombreux essais et les expériences des constructeurs durant plusieurs dizaines d'années permettent d'autoriser l'utilisation simultanée, dans les éléments fléchis, d'aciers mi-durs à haute adhérence pour les armatures longitudinales (armatures de traction, armatures de compression, « chapeaux » de faible longueur) et d'aciers doux lisses pour les armatures transversales (étriers, cadres, coutures) ainsi que pour les barres de montage et les barres d'attente (qui doivent subir des façonnages successifs et présenter de ce fait une capacité de pliage-dépliage supérieure à celle des barres longitudinales). Bien que les conditions géométriques de compatibilité des déformations ne puissent être rigoureusement satisfaites dans tous les cas, cet usage se trouve justifié par le fait que, d'une part, on n'a pas pu lui opposer d'objections majeures, et que, d'autre part, le renoncement à cet usage entraînerait, dans de nombreux cas simples, un désavantage économique.

7.12. COURBURES ADMISSIBLES DES BARRES D'ARMATURE

Les rayons de courbure des barres d'armature doivent être déterminés en fonction :

— du risque d'écrasement du béton sous l'effet des pressions localisées dans la courbure;

— des caractères de ductilité de l'acier et de ses possibilités de façonnage sans risques anormaux de rupture immédiate ou de production d'amorces de rupture difficilement décelables;

— de la conduite des opérations de façonnage à l'atelier de ferraillage ou sur le chantier (§ 9.22).

7.121. Condition de non-écrasement du béton

Lors de l'établissement du plan d'exécution des divers éléments de structures, l'ingénieur-projeteur doit vérifier, pour toutes les courbures des barres d'armatures, la condition (§ 6.231.312) de non écrasement du béton.

Cette vérification n'est pratiquement nécessaire que si toutes les barres d'un même lit (ou toutes les barres des différents lits d'armature) de la section considérée doivent être obligatoirement pliées au même endroit, comme par exemple à l'angle d'un portique ou d'un auvent. De même, dans le cas d'une barre curviligne isolée, la vérification de la condition de non-écrasement de béton est généralement superflue, si le rayon de courbure est supérieur à 10 $\varnothing$.

7.122. Condition de façonnage de l'acier

Les valeurs nominales admissibles des rayons de courbure r des barres (mesurés sur l'axe des barres), ainsi que les valeurs minimales admissibles des diamètres correspondants des mandrins de cintrage, sont fixées aux tableaux suivants :

1. *Rayons minimaux de courbure*

Rayons minimaux de courbure	Aciers doux ($\sigma_e < 3\,000$ bars)		Aciers mi-durs ($3\,000$ bars $\leqslant \sigma_e \leqslant 5\,000$ bars)		Aciers durs ($\sigma_e > 5\,000$ bars)	
	$\varnothing \leqslant 12$ mm	$\varnothing > 12$ mm	$\varnothing \leqslant 12$ mm	$\varnothing > 12$ mm	$\varnothing \leqslant 12$ mm	$\varnothing > 12$ mm
Étriers et cadres	$2\varnothing$		$3\varnothing$			
Ancrages	$3\varnothing$	$4{,}5\varnothing$	$5{,}5\varnothing$	$5{,}5\varnothing$		
Pliures	$4{,}5\varnothing$	$4{,}5\varnothing$	$8\varnothing$	$8\varnothing$	$10{,}5\varnothing$	$10{,}5\varnothing$

2. *Diamètres minimaux des mandrins de cintrage*

Diamètres minimaux des mandrins de centrage	Aciers doux ($\sigma_e < 3\,000$ bars)		Aciers mi-durs ($3\,000$ bars $\leqslant \sigma_e \leqslant 5\,000$ bars)		Aciers durs ($\sigma_e > 5\,000$ bars)	
	$\varnothing \leqslant 12$ mm	$\varnothing > 12$ mm	$\varnothing \leqslant 12$ mm	$\varnothing > 12$ mm	$\varnothing \leqslant 12$ mm	$\varnothing > 12$ mm
Étriers et cadres	$3\varnothing$		$5\varnothing$			
Ancrages	$5\varnothing$	$8\varnothing$	$10\varnothing$	$10\varnothing$		
Pliures	$8\varnothing$	$10\varnothing$	$15\varnothing$	$15\varnothing$	$20\varnothing$	$20\varnothing$

Dans ces tableaux, il faut entendre par « ancrages » tous dispositifs d'ancrage par courbure à l'extrémité d'une barre quelconque et par « pliures » tous changements de direction d'une armature (par exemple : relevages de barres pour la résistance à l'effort tranchant). Le cas des grandes consoles dans les auvents de couverture des stades ou dans certains porte-à-faux de structures particulièrement hardies nécessite une attention particulière, car les pliures de barres s'y trouvent souvent disposées dans les zones de sollicitations maximales.

Pour les aciers de limite d'élasticité supérieure à 5 000 bars, les tableaux précédents n'envisagent, ni ancrages par courbure, ni utilisation dans les cadres et étriers. Toutefois, cette prescription peut être transgressée lorsque les caractères de façonnage de tels aciers font l'objet d'une garantie explicite du producteur, le diamètre des mandrins de cintrage ne pouvant en aucun cas être inférieur à celui indiqué au tableau du § 9.222.2, conformément aux prescriptions du § 9.212.2 concernant les essais de contrôle de pliage-dépliage.

7.13. ARRÊTS DES BARRES D'ARMATURE

7.131. Dispositifs d'arrêts

La forme des dispositifs d'arrêts des barres d'armature, notamment celle des crochets, doit être telle que le façonnage de l'acier n'entraîne aucun risque anormal de rupture ou d'amorce de rupture (§ 7.122) et que la mise en charge de l'armature ne donne lieu à aucun risque de poussée au vide (§ 6.231.322), ni à aucun risque d'écrasement du béton (§ 6.231.312).

La position de ces dispositifs d'arrêts par rapport aux parements voisins doit satisfaire aux mêmes conditions.

7.132. Changements brusques de sections

L'arrêt simultané d'une proportion importante de barres dans la même section doit être évité. Pour y remédier, il est recommandé d'utiliser, à section égale, un plus grand nombre d'armatures de plus petits diamètres, ce qui permet un échelonnement plus satisfaisant de leurs extrémités.

7.14. JONCTIONS DES BARRES D'ARMATURE

Toutes les jonctions de barres d'armature doivent être prévues et inscrites dans les dessins d'exécution et réalisées conformément à ces dessins. Ces jonctions doivent être aussi peu nombreuses que possible; lorsqu'elles sont indispensables, elles doivent être disposées en dehors des zones de sollicitations maximales.

Deux types de jonctions sont couramment admis :

a) les *jonctions par recouvrement*, pour les barres de diamètre au plus égal à ∅ 32 mm;

b) les *jonctions par soudure*, pour les barres de diamètre quelconque.

7.141. Jonctions par recouvrement

1. *Recouvrement des armatures de traction*

Les jonctions par recouvrement des armatures de traction doivent satisfaire aux prescriptions § 6.231.51, qui fixe les longueurs de recouvrement, et § 6.231.12, qui permet de dimensionner ou de vérifier les coutures d'attache correspondantes.

De plus, dans une même section transversale, la transmission des efforts de traction par recouvrement ne peut être réalisée que par la moitié de la section totale des armatures (en cas de flexion avec ou sans compression) ou le tiers de la section totale des armatures (en cas de traction, avec ou sans flexion).

Si l'armature est constituée par de nombreux lits de barres, une disposition constructive intéressante peut consister à faire jouer simultanément aux mêmes barres le rôle d'armatures principales et de couvre-joints (*jonction par chaînage*), conformément à l'exemple suivant, qui concerne un ensemble de 8 lits d'armature, comportant dans chaque section 2 jonctions simultanées :

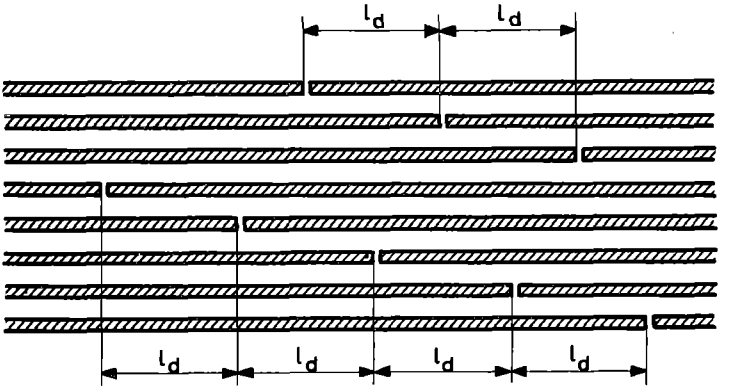


FIG. 7.1.

Dans cet exemple, la section résistante d'acier correspond à : 8 — 2 = 6 sections unitaires de barres.

En ce qui concerne les coutures d'attache, il est rappelé que ces coutures doivent entourer la barre considérée vers l'extérieur de la pièce et qu'elles doivent être convenablement ancrées dans la masse du béton. Il est également rappelé que les armatures transversales déjà existantes (par exemple, les cadres et étriers) peuvent aussi jouer le rôle de coutures d'attache des armatures principales de traction, au droit des coupures des barres constitutives de ces armatures principales; mais on doit vérifier si elles sont suffisantes en tant que telles ou si, au contraire, elles doivent être complétées.

2. *Recouvrement des armatures de compression*

Les jonctions par recouvrement des armatures de compression doivent satisfaire à la prescription (§ 6.231.52, qui fixe notamment les longueurs de recouvrement).

Ces jonctions par recouvrement en compression doivent être réalisées obligatoirement au moyen de scellements droits. Les dispositifs d'arrêts par courbure (notamment les crochets) ne sont autorisés que dans le cas des pièces qui, généralement comprimées, peuvent néanmoins être sollicitées exceptionnellement en flexion composée sous certaines actions transversales, telles que le vent ou les séismes; mais, dans ce cas, l'ingénieur-projeteur doit se prémunir contre la poussée au vide au moyen de coutures d'attache, de tracés et de sections appropriés (§ 6.231.321 et 322).

En d'autres termes, l'exception indiquée vise le cas où l'armature de compression peut se trouver exceptionnellement mise en traction sous l'action du vent ou d'un séisme.

7.142. Jonctions par soudure

Sauf justifications spéciales, les jonctions par soudure ne sont autorisées que pour les aciers de limite élastique inférieure ou égale à 5 000 bars. De plus, le mode de soudure ne doit causer aucune réduction des caractères mécaniques de l'acier.

Cette prescription interdit notamment la fixation, par pointage à l'arc électrique sur chantier, des armatures transversales (cadres et étriers, coutures et attaches) sur des barres longitudinales de limite élastique supérieure à 5 000 bars. En effet, les points de soudure peuvent constituer des amorces de ruptures fragiles et, de ce fait, être particulièrement dangereux.

En ce qui concerne plus spécialement les aciers écrouis, les jonctions par soudure ne sont autorisées qu'à condition de vérifier expérimentalement que le mode de soudure utilisé ne provoque aucune diminution des caractères mécaniques des barres (notamment, limite élastique et résistance de rupture). Des indications pratiques sont souvent données, à cet égard, par le producteur de ces aciers.

1. *Nature des jonctions par soudure*

Sous réserve que les aciers présentent les caractères de soudabilité requis, les jonctions par soudure peuvent être réalisées :

a) soit sous forme de soudures en bout par étincelage;

b) soit sous forme de soudures en bout à l'arc électrique avec joints chanfreinés;

c) soit sous forme de recouvrements soudés à l'arc électrique avec cordons longitudinaux.

En général, on réalisera des jonctions par soudures en bout (*a*) ou (*b*), sauf dans le cas des liaisons entre éléments préfabriqués et des jonctions à l'intérieur des coffrages, pour lesquelles on préférera des recouvrements soudés avec cordons longitudinaux (*c*).

Dans ce dernier cas, la capacité de résistance des jonctions par recouvrement avec cordons de soudure longitudinaux peut se calculer en supposant que la résistance des cordons de soudure au cisaillement (longueur × épaisseur des cordons × 65 % de la résistance de traction du matériau d'apport suivant les indications du fournisseur des électrodes) doit être au moins égale à 1,5 fois la résistance de rupture garantie de l'acier des barres soudées et, éventuellement, des couvre-joints. Par ailleurs, la longueur des cordons longitudinaux ne doit pas dépasser cinq fois (5) le diamètre de la barre.

Enfin, quel que soit le type de jonction par soudure adopté par le constructeur, cette jonction doit être rigoureusement symétrique et doit permettre une exécution aussi commode que possible.

2. *Emplacement des jonctions par soudure*

Les jonctions par soudure ne peuvent être envisagées que dans les parties droites des barres d'armature. De plus, elles doivent être décalées, dans le sens longitudinal, d'une longueur au moins égale à vingt fois le diamètre (20 ∅) dans le cas de barres lisses et à dix fois le diamètre (10 ∅) dans le cas de barres à profil spécial.

Enfin, dans une même section transversale, la transmission des efforts de traction par soudure ne peut être réalisée que par la moitié de la section totale des armatures (en cas de flexion, avec ou sans compression) ou le tiers de la section totale des armatures (en cas de traction, avec ou sans flexion).

3. *Résistance des jonctions par soudure*

Sous réserve d'un contrôle strict de la qualité des soudures, les jonctions par soudure des armatures de traction et des armatures de compression peuvent être exploitées à 100 % de la résistance des barres jointes.

Cette prescription n'est applicable que si les opérations de soudure sont effectuées par un ouvrier soudeur, bénéficiant de la qualification professionnelle appropriée, et contrôlées de manière permanente et stricte.

7.15. ESPACEMENTS DES BARRES D'ARMATURE

Les espacements des barres d'armature, — en d'autres termes, les distances entre barres voisines à l'intérieur de la section, — doivent être suffisants pour permettre une exécution irréprochable du bétonnage. Ils doivent notamment permettre une mise en place correcte du béton frais sans risque de ségrégation, ainsi qu'une vibration efficace du béton d'enrobage des armatures.

Les valeurs indiquées ci-après correspondent à une exécution normale *in situ*, mais elles peuvent être éventuellement réduites, sous réserve de justifications spéciales, dans le cas d'éléments préfabriqués en usine ou dans le cas d'ouvrages provisoires.

7.151. Espacement des barres d'une même file verticale d'armatures

La distance libre verticale entre deux barres d'une même file doit être au moins égale, à la fois, à :

a) 1 cm;

b) les trois quarts du diamètre (0,75 ∅) de la plus grosse des barres;

c) 0,5 fois le calibre maximal des granulats (dans le cas de granulats roulés), ou 0,6 fois (dans le cas de granulats concassés).

7.152. Espacements des barres d'un même lit horizontal d'armatures

La distance libre horizontale entre deux barres d'un même lit doit être au moins égale, à la fois, à :

a) 2 cm;

b) le diamètre de la plus grosse des barres;

c) 1,2 fois le calibre maximal des granulats (dans le cas de granulats roulés), ou 1,4 fois (dans le cas de granulats concassés), si l'armature comporte un seul lit horizontal,

ou bien,

1,4 fois le calibre maximal des granulats (dans le cas de granulats roulés), ou 1,6 fois (dans le cas de granulats concassés), si l'armature comporte plusieurs lits horizontaux.

7.153. Groupements de barres au contact

Dans une même file verticale, le projeteur peut toujours disposer deux barres au contact. Par contre, il ne peut envisager plus de deux barres au contact dans une même file verticale qu'à condition de prendre des dispositions spéciales pour permettre au béton frais de remplir parfaitement tous les vides.

Dans un même lit horizontal, le projeteur ne peut disposer deux barres au contact qu'à condition que, de chaque côté de chaque groupe de deux barres, il y ait suffisamment de place pour que l'on puisse introduire un appareil de vibration. Par contre, il ne peut envisager, en aucun cas, plus de deux barres au contact dans un même lit horizontal.

Sous ces conditions, les groupements de barres au contact sont justiciables des prescriptions §§ 7.151 et 7.152, sous réserve de remplacer chaque groupement par une barre fictive unique, de même centre de gravité et de section égale à la somme des sections des barres du groupement.

Pour faciliter la mise en place du béton, il peut être parfois très avantageux de grouper trois barres. Ceci permet de garantir un bon enrobage et un béton de qualité.

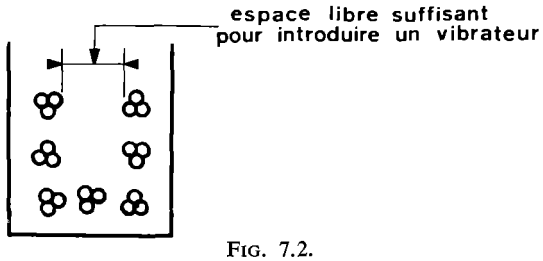


FIG. 7.2.

Des essais en laboratoire ont montré que l'espace entre les barres est rempli de mortier dans le cas de barres nervurées à haute adhérence.

De même, pour faciliter la mise en place du béton et le passage des vibrateurs, il est parfois utile de jumeler les cadres et étriers.

7.154. Espacements des barres d'une croisée de poutres

Dans toute la nature du possible, le projeteur doit éviter une concentration excessive des barres d'armature en certaines zones de l'ouvrage. Mais une telle concentration est difficilement évitable dans les croisées de poutres, lorsque les armatures sont disposées à des niveaux voisins, en particulier lorsque des armatures de suspente y sont indispensables à la transmission des efforts. Une telle concentration d'armatures peut gêner la mise en place correcte du béton et compromettre sa qualité.

Pour faciliter la mise en place du béton et améliorer sa qualité dans les zones à forte concentration d'armatures, le projeteur peut prévoir dans ces zones, le cas échéant, un béton spécial à granulat moins gros. Dans ce cas, le calibre maximal du granulat ne doit pas dépasser le rapport du volume du moule à la surface totale de ses parois (calculée comme la somme des surfaces des parements de béton et des surfaces des armatures).

7.16. ENROBAGES DES BARRES D'ARMATURE

Les enrobages des barres d'armature, — en d'autres termes, les distances de ces barres aux parois du coffrage ou à la surface libre du béton, — doivent être suffisants pour permettre une exécution irréprochable du bétonnage. Ils doivent notamment permettre d'éviter tout risque de ségrégation et d'assurer au béton la compacité indispensable à une protection convenable des armatures contre les agents corrosifs.

7.161. Dispositions communes à toutes les barres d'armature

La distance libre d'enrobage entre tout point des génératrices extérieures d'une barre quelconque (armature longitudinale, armature transversale, aciers de couture ou de montage) et la paroi de béton la plus voisine doit être au moins égale à :

a) 1 cm, si les parements de béton sont protégés, non seulement de toute attaque chimique, mais également de toutes influences atmosphériques et de toutes condensations;

b) 2 cm, si les parements de béton, bien que n'étant exposés à aucune attaque chimique particulière, sont néanmoins exposés aux influences atmosphériques (éléments extérieurs) ou aux condensations (cuisines, salles de bains, etc...), ou encore s'ils se trouvent en contact permanent avec l'eau (réservoirs, tuyaux, etc...);

c) 4 cm, si les parements de béton sont exposés à l'atmosphère marine ou à une atmosphère particulièrement corrosive.

Par contre, cette distance libre d'enrobage ne doit pas dépasser 4 cm. Sinon, s'il en est exceptionnellement ainsi, l'ingénieur-projeteur doit prévoir, dans l'épaisseur du béton d'enrobage, un réseau complémentaire d'armature (« armature de peau »), justiciable des conditions § 6.133.

7.162. Dispositions particulières aux barres d'armature principale

La distance libre d'enrobage entre tout point des génératrices extérieures d'une barre d'armature principale et la paroi de béton la plus voisine doit être au moins égale à 1,5 fois le diamètre de cette barre.

Cette règle est complémentaire de la règle § 7.161.

Exemple pratique de disposition constructive

(Croisement de deux barres orthogonales et d'un étrier) :

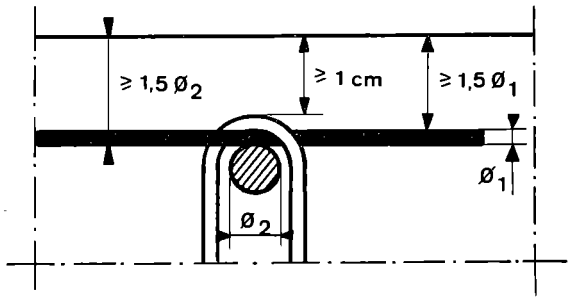


FIG. 7.3.

7.163. Groupements de barres au contact

Les groupements de barres au contact sont justiciables des dispositions §§ 7.161 et 7.162. Ces dispositions sont applicables à celles des barres qui est la plus voisine des parois de coffrage ou de la surface libre du béton.

7.2. DISPOSITIONS PARTICULIÈRES A DIVERS ÉLÉMENTS DE STRUCTURES

7.21. DISPOSITIONS PARTICULIÈRES AUX POTEAUX

7.211. Section minimale

La plus petite dimension transversale d'un poteau doit être au moins égale à 25 cm.

En cas d'impossibilité, par exemple si les poteaux doivent être noyés dans l'épaisseur des murs ou des cloisons, la plus petite dimension transversale ne peut être abaissée à moins de 25 cm qu'à condition :

a) que la résistance de référence du béton (§ 3.21) soit au moins égale à 200 bars;

b) que le pourcentage géométrique d'armature longitudinale soit au moins égal à un pour cent (1 %).

7.212. Armature longitudinale

1. *Limite élastique minimale*

Les barres d'armature longitudinale doivent présenter une limite élastique de référence σ_e au moins égale à 4 000 bars ($\sigma_e \geqslant 4\,000$ bars); elles peuvent être, au choix du projeteur, lisses ou à haute adhérence.

En cas d'impossibilité, si les barres d'armature longitudinale présentent une limite élastique de référence σ_e inférieure à 4 000 bars ($\sigma_e < 4\,000$ bars), la résistance de base de compression doit être obligatoirement réduite dans la proportion $\frac{\sigma_e}{4\,000}$, c'est-à-dire par application du coefficient multiplicatif minorateur $\frac{\sigma_e}{4\,000}$.

2. *Pourcentage minimal*

Le pourcentage géométrique minimal de l'armature longitudinale, référé à la section transversale totale de béton du poteau, est fixé :

a) pour un poteau d'angle, à

$$\varpi'_0 \geqslant \frac{3}{1\,000} \times \beta \times \left(1 + \frac{4\,000}{\sigma_e}\right)$$

b) pour un poteau de rive, à :

$$\varpi'_0 \geqslant \frac{2{,}5}{1\,000} \times \beta \times \left(1 + \frac{4\,000}{\sigma_e}\right)$$

c) pour un poteau intérieur, à :

$$\varpi'_0 \geqslant \frac{2}{1\,000} \times \beta \times \left(1 + \frac{4\,000}{\sigma_e}\right)$$

expressions dans lesquelles σ_e représente la limite élastique de référence de l'acier (supérieure à 4 000 bars, sauf cas exceptionnels cf. § 7.212.1) et β le rapport entre l'effort normal extérieur (évalué d'après les sollicitations caractéristiques) et l'effort normal résistant de la section de béton (égal à : $0{,}75\,\bar{\sigma}_b \cdot B'$).

L'introduction du coefficient β correspond au cas où le poteau présente une section de béton surabondante. Cette introduction équivaut à référer le pourcentage minima d'armature à la section de béton strictement nécessaire à l'équilibre de l'effort normal extérieur.

Exemples d'application :

Supposons que l'acier présente une limite élastique de référence de 4 200 bars, et que la section de béton des poteaux soit surabondante de 15 %

$$\left(\beta = \frac{1}{1{,}15}.\right)$$

La résistance de base de compression de l'acier doit être prise égale à :

$$\frac{4\,200}{1{,}80} = 2\,335 \text{ bars}$$

avec un pourcentage géométrique minimal de :

$$\begin{cases} 0{,}0030 \times \dfrac{1}{1{,}15} \times \left(1 + \dfrac{4\,000}{4\,200}\right) = 0{,}534\,\% \text{ pour les poteaux d'angle} \\ 0{,}0025 \times \dfrac{1}{1{,}15} \times \left(1 + \dfrac{4\,000}{4\,200}\right) = 0{,}446\,\% \text{ pour les poteaux de rive} \\ 0{,}0020 \times \dfrac{1}{1{,}15} \times \left(1 + \dfrac{4\,000}{4\,200}\right) = 0{,}357\,\% \text{ pour les poteaux intérieurs} \end{cases}$$

Si, par contre, nous supposons que l'acier présente une limite élastique de référence de 3 600 bars, la résistance de base de compression de l'acier doit être prise égale, conformément au § 7.212.1, à :

$$\frac{3\,600}{1{,}80} \times \frac{3\,600}{4\,000} = \frac{3\,240}{1{,}80} = 1\,800 \text{ bars (au lieu de 2 000 bars)}$$

avec un pourcentage géométrique minimal de :

$$\begin{cases} 0{,}0030 \times \dfrac{1}{1{,}15} \times \left(1 + \dfrac{4\,000}{3\,240}\right) = 0{,}583\,\% \text{ pour les poteaux d'angle} \\ 0{,}0025 \times \dfrac{1}{1{,}15} \times \left(1 + \dfrac{4\,000}{3\,240}\right) = 0{,}486\,\% \text{ pour les poteaux de rive} \\ 0{,}0020 \times \dfrac{1}{1{,}15} \times \left(1 + \dfrac{4\,000}{3\,240}\right) = 0{,}389\,\% \text{ pour les poteaux intérieurs} \end{cases}$$

Si, pour des raisons constructives impérieuses, la plus petite dimension transversale était prise inférieure à 25 cm, ces pourcentages géométriques minimaux devraient être augmentés pour tous les poteaux et portés à 1 %.

3. *Dispositions constructives*

Les barres d'armature longitudinale doivent être réparties dans la section, au voisinage des parois, de manière à assurer au mieux la résistance en flexion de la pièce dans les directions les plus défavorables. En particulier, dans un poteau à section rectangulaire allongée, la distance de deux barres longitudinales voisines ne doit pas dépasser la largeur du plus petit côté de la section.

7.213. Armature transversale

1. *Diamètre minimal*

Le diamètre des barres d'armature transversale doit être au moins égal, d'une part à ∅ 5 mm, d'autre part au quart du diamètre de la plus grosse des barres d'armature longitudinale.

2. *Pourcentage minimal*

Le pourcentage géométrique minimal de l'armature transversale, référé à la section transversale totale de béton du poteau, est fixé à cinq pour mille (0,50 ‰).

3. *Espacement maximal*

L'espacement maximal des plans d'armature transversale, — en d'autres termes, la distance maximale entre deux plans consécutifs d'armature transversale —, doit être au plus égal, d'une part à vingt-cinq centimètres (25 cm), d'autre part à douze fois le diamètre de la plus petite des barres d'armature longitudinale.

4. *Dispositions constructives*

Chaque nappe d'armature transversale doit être disposée de manière :

a) à constituer une ceinture continue sur le contour de la pièce, en embrassant toutes les barres de l'armature longitudinale;

b) à assurer le maintien de chacune des barres de l'armature longitudinale contre tout mouvement éventuel vers la paroi ou les parois les plus voisines.

Cette seconde condition ne peut être pratiquement satisfaite que si le mouvement éventuel d'une barre longitudinale vers l'extérieur met en traction directe un élément rectiligne d'armature transversale. Dans le cas des poteaux à section circulaire ou polygonale, cette condition est implicitement satisfaite par les cercles ou les spirales qui constituent l'armature transversale. Par contre, dans le cas des poteaux à section rectangulaire ou carrée, cette condition conduit le projeteur à vérifier que toutes les barres de l'armature longitudinale sont disposées, soit dans l'un des angles des cadres, soit dans une épingle ou un étrier spécialement prévu à cet effet.

Exemple :

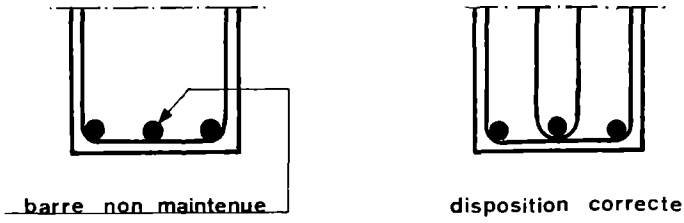


FIG. 7.4.

7.214. Mise en place de l'armature

L'assemblage, que constitue l'armature longitudinale et transversale, doit présenter une raideur suffisante pour que, lors de la mise en place et, ultérieurement, lors du bétonnage, les barres ne risquent pas de s'écarter de leur position théorique.

7.22. DISPOSITIONS PARTICULIÈRES AUX PIÈCES FRETTÉES

7.221. Dimensions géométriques de la zone frettée

Il est rappelé, conformément au § 6.113.221, que la hauteur de la zone frettée d'une pièce comprimée ne doit pas dépasser deux fois la plus petite dimension transversale de cette zone frettée. De plus, cette plus petite dimension transversale doit être au moins égale à vingt-cinq centimètres (0,25 cm).

7.222. Pourcentage minimal des frettes

Il est rappelé, conformément au § 6.113.224, que le pourcentage géométrique des frettes, référé au volume total de la zone frettée, doit être au moins égal à six pour mille (0,60 %).

7.223. Dispositions des frettes

1. *Frettage en hélices ou en cerces*

Il est rappelé, conformément au § 6.113.223, que le pas de l'hélice ou l'espacement des cerces ne doit pas dépasser le cinquième (1/5) du diamètre de la section du noyau fretté.

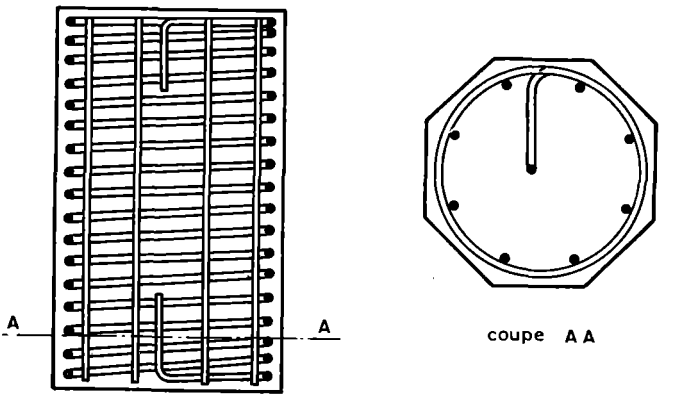


FIG. 7.5.

Par ailleurs, les jonctions de spires d'hélices circulaires doivent comporter, non pas un simple recouvrement, mais un dispositif d'ancrage composé d'un recouvrement minimal de vingt diamètres suivi de deux ancrages par courbure avec retour dirigé vers le cœur du noyau.

Les ancrages d'extrémités des spires doivent comporter des retours parallèles à l'axe du cylindre d'enroulement des frettes.

2. *Frettage en nappes*

Il est rappelé, conformément au § 6.113.223, que la distance de deux nappes consécutives ne doit pas dépasser le cinquième (1/5) du diamètre de la section du noyau fretté.

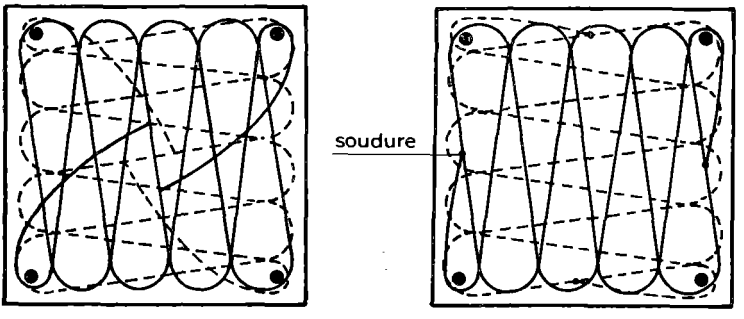


FIG. 7.6.

Par ailleurs, les nappes de frettage doivent être constituées de barres repliées sur elles-mêmes en boucles alternées, présentant la forme d'« épingles à cheveux » et disposées alternativement dans deux directions perpendiculaires. Les extrémités des armatures de chaque nappe doivent être convenablement ancrées dans la masse du béton ou, éventuellement, assemblées par soudure à la précédente boucle.

7.23. DISPOSITIONS PARTICULIÈRES AUX PIÈCES FLÉCHIES

7.231. Armature longitudinale de traction

Il est rappelé, conformément au § 6.231.4, que le dimensionnement des barres de l'armature longitudinale de traction doit être effectué sur la base d'un diagramme obtenu par translation de la courbe-enveloppe des moments fléchissants, parallèlement à l'axe de la pièce et dans le sens le plus défavorable, d'une quantité égale à la hauteur utile de la section. L'ancrage de ces barres doit être assuré à partir de ce diagramme décalé.

Par ailleurs, au droit des appuis, le projeteur doit également prolonger et ancrer une proportion suffisante de barres de l'armature longitudinale pour pouvoir équilibrer, sur appuis, un effort de traction égal à $T + \frac{M}{z}$.

Si le moment M sur appui est nul (cas d'un appui simple), les barres longitudinales doivent pouvoir équilibrer sur appuis un effort de traction égal à l'effort tranchant T.

Par contre, si le moment M sur appui est positif (ou même s'il est négatif mais inférieur en valeur absolue à $T \cdot z$), les barres longitudinales doivent pouvoir équilibrer sur appuis un effort de traction égal à $T + \frac{M}{z}$.

7.232. Armature longitudinale de compression

Il est rappelé, conformément au § 6.111.4, que les barres de diamètre $\varnothing$, qui composent l'armature longitudinale de compression, doivent être maintenues par des cadres ou étriers transversaux de section convenable et d'espacement inférieur à 12 $\varnothing$.

7.233. Armature longitudinale de répartition

Il est rappelé, conformément au § 6.133.1 que lorsque la hauteur de l'âme d'une pièce fléchie (exprimée en mètres) dépasse la valeur $1\text{-}\overline{10}^{-4} \cdot \sigma_e$ (exprimée en bars), le projeteur doit prévoir une armature longitudinale de répartition sur chacune des deux faces de l'âme. Cette armature longitudinale de répartition, dite *armature de peau*, doit présenter la même nuance que l'armature principale de traction. Son pourcentage géométrique, référé à la section de l'âme en dehors de la section d'enrobage de l'armature principale de traction, doit être au moins égal, sur chacune des deux faces, à cinq dix-millièmes (0,5 $^{0}/_{00}$). Par ailleurs, l'espacement des barres individuelles de cette armature ne doit pas dépasser 20 cm.

Le projeteur peut également répartir graduellement, sur une fraction notable de la partie inférieure de la poutre, les barres de l'armature principale de traction, en tenant compte de leur emplacement exact dans l'évaluation du bras de levier du couple de flexion et dans le calcul de la capacité de résistance ultime.

7.234. Armature transversale

Le tracé de l'armature transversale d'une pièce fléchie doit réaliser, à la fois, le maintien et la résistance au flambement des barres de l'armature de compression (§ 6.111.4), la résistance de l'âme à l'effort tranchant (§ 6.223.11) et sa jonction à la table ou à la membrure de compression (§ 6.223.3), l'efficacité de l'ancrage des barres de l'armature de traction (§ 6.231.12) et, plus généralement, satisfaire complètement, pour toutes les sollicitations et combinaisons éventuelles de sollicitations, à la règle fondamentale dite « règle des coutures ».

De plus, toutes les barres de l'armature transversale doivent être totalement ancrées. Cet ancrage peut être réalisé par bouclage des cadres et étriers sur les barres de l'armature principale, à condition toutefois que l'angle de ces cadres et étriers sur les barres longitudinales ne soit pas inférieur à 65°.

En d'autres termes, l'ancrage des cadres et étriers obliques, inclinés de plus de 65° sur l'axe longitudinal de la pièce, doit faire l'objet d'une étude spéciale et d'une disposition constructive particulière.

Enfin, l'espacement des nappes successives d'armature transversale doit être au plus égal, à la fois à vingt centimètres (20 cm, pour les poutres de grande hauteur) et aux quatre-vingt-cinq centimètres de la hauteur utile (0,85 · h_t pour les poutres de faible et de moyenne hauteur).

Dans le cas courant d'une nervure rectangulaire associée à un hourdis, avec une armature d'âme perpendiculaire à l'axe de la pièce et ancrée par bouclage autour des barres longitudinales, le projeteur ne doit pas se contenter de disposer des étriers, en files séparées, autour de chaque barre longitudinale. Il doit également armer transversalement la face inférieure tendue de la nervure, soit par des cadres généraux, soit par des épingles, soit par d'autres moyens.

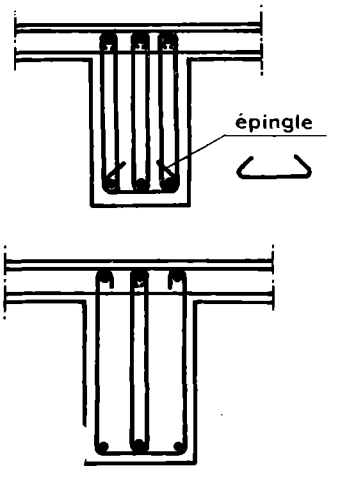


FIG. 7.7.

7.235. Changements de sections géométriques

Le calcul de dimensionnement d'une pièce fléchie conduit souvent à faire varier la hauteur ou la largeur des sections. Le projeteur peut envisager, soit une variabilité continue de la hauteur ou de la largeur de la section tout au long de la pièce, soit plus commodément une augmentation localisée de la hauteur ou de la largeur au voisinage des appuis, sous forme de *goussets*. Mais la pente de ces goussets sur l'axe longitudinal de la pièce ne doit pas dépasser un tiers (1/3).

7.24. DISPOSITIONS PARTICULIÈRES AUX DALLES ET STRUCTURES PLANES

Ces dispositions concernent les dalles et structures planes chargées perpendiculairement à leur plan moyen et présentant une épaisseur au plus égale à trente centimètres (0,30 m).

7.241. Armature de travée

1. *Diamètre maximal*

Le diamètre des barres constitutives de l'armature de travée ne doit pas dépasser le dixième (1/10) de l'épaisseur de la dalle ou de la structure.

2. *Espacement maximal*

L'espacement des barres constitutives de l'armature de travée ne doit pas dépasser, conformément au § 6.133.2, les valeurs suivantes, évaluées en centimètres :

Limite élastique garantie de l'acier σ_e	2 000 bars	3 000 bars	4 000 bars	5 000 bars	6 000 bars
Barres lisses	20	20			
Barres à haute adhérence	20	20	20	17,5	15
Treillis soudés en fils tréfilés.....			17,5	15	10

De plus, si l'armature est réalisée en treillis soudé, le plus grand côté b de la maille ne doit pas dépasser trois fois le plus petit côté a ($b \leqslant 3a$). Par ailleurs, $\frac{a+b}{2}$ ne doit pas dépasser les valeurs indiquées au tableau précédent.

3. *Rapport des sections dans les deux directions perpendiculaires*

La section des barres de l'armature correspondant à la direction de la plus faible sollicitation doit être au moins égale au quart (1/4) de celle des barres de l'armature correspondant à la direction de la plus grande sollicitation.

7.242. Armature de rive

Le projeteur doit disposer, le long des appuis et des bords des dalles et panneaux élémentaires de structures planes, une « armature de rive » dont le pourcentage local doit être au moins égal au quart (1/4) de celui de l'armature de travée correspondant à la direction de la plus grande sollicitation.

7.243. Armature d'angle

Le projeteur doit envisager les risques éventuels de fissuration des angles et disposer, le cas échéant, l'armature de couture appropriée.

7.244. Armature de poinçonnement

Le projeteur doit disposer, au voisinage des poteaux d'appui des planchers-dalles sans chapiteaux, une *armature de poinçonnement*, constituée d'aciers ronds à béton et réalisée suivant l'une des dispositions suivantes :

1. *Cadres verticaux ou inclinés*

L'armature de poinçonnement peut être constituée de cadres verticaux ou inclinés, dont les dispositions, les tracés et les dimensions seront conformes aux figures ci-après sur lesquelles, pour ne pas surcharger les dessins, l'armature horizontale inférieure, évidemment indispensable, n'a pas été représentée :

11. Cadres verticaux

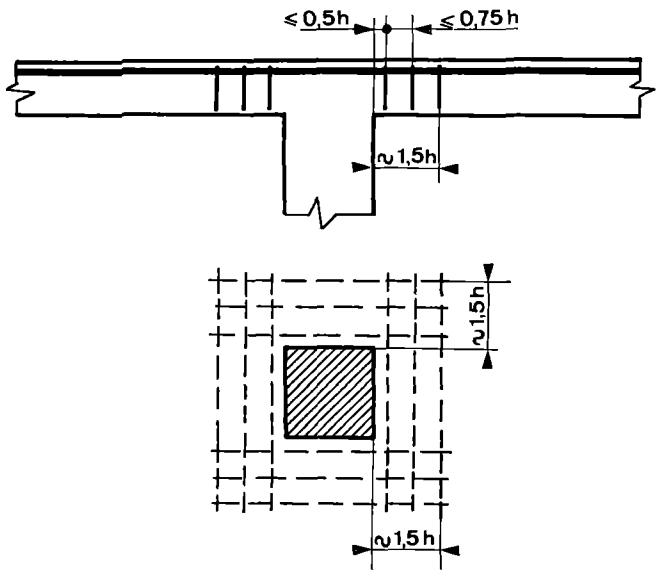


FIG. 7.8.

12. Cadres inclinés

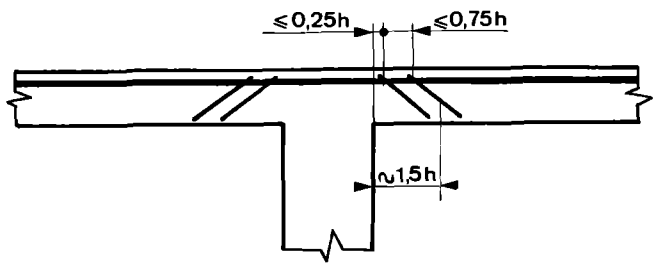


FIG. 7.9.

Les cadres seront disposés à l'extérieur du contour d'application de la force localisée dans une zone de largeur sensiblement égale à 1,5*h*. Leur espacement ne sera pas supérieur à 0,75*h*. De plus, en vue d'assurer un ancrage convenable, les cadres entoureront complètement les barres de l'armature horizontale de traction.

2. *Barres relevées*

L'armature de poinçonnement peut être constituée de barres relevées, en une nappe ou deux nappes, conformément aux figures ci-après :

21. Barres relevées en une nappe

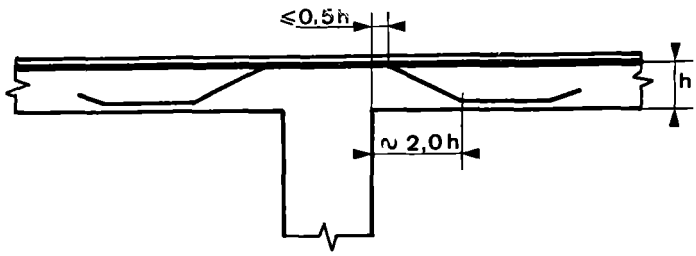


FIG. 7.10.

22. Barres relevées en deux nappes

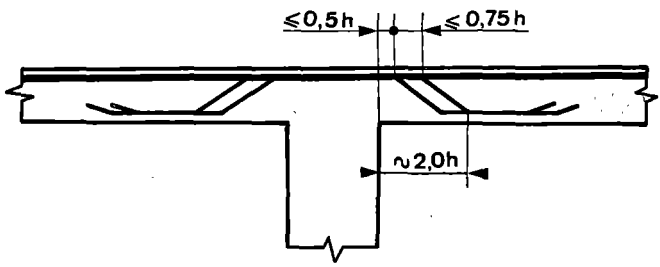


FIG. 7.11.

On doit relever un nombre égal de barres dans les deux directions. Les barres relevées doivent être placées, — d'une part, au-dessus du contour d'application de la force localisée —, d'autre part, à l'extérieur de ce contour, à une distance de celui-ci sensiblement égale à 0,25*h*. Si les barres sont relevées en deux nappes, le nombre de barres dans les deux nappes doit être sensiblement égal.

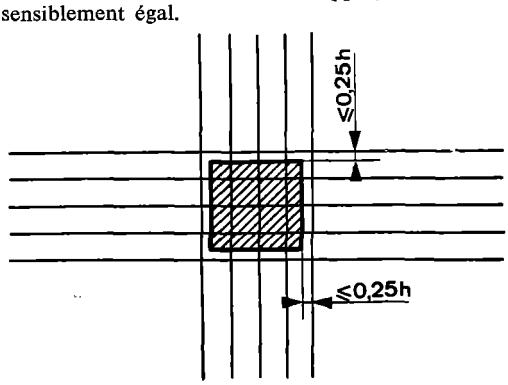


FIG. 7.12.

Dans le cas où le contour d'application de la force localisée présente une section carrée ou rectangulaire de grandes dimensions par rapport à la hauteur utile de la dalle ($a + b > 6h$), l'armature de poinçonnement sera concentrée vers les angles du contour, qui constituent des zones de concentration d'efforts.

3. *Autres dispositifs*

Parmi les autres dispositifs à base d'aciers ronds à béton, dont l'utilisation peut être envisagée sous réserve de justification, on peut citer les systèmes constitués de barres d'armature, façonnés en forme de « créneaux » :

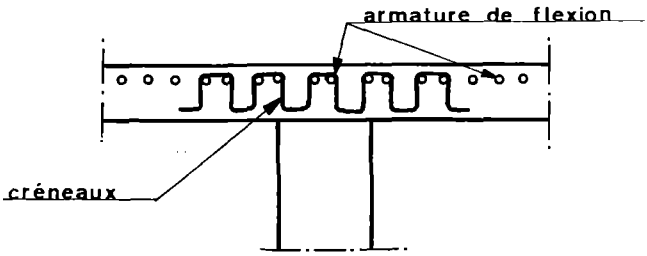


FIG. 7.13.

On peut enfin envisager une armature de poinçonnement, constituée de tôles ou de profilés métalliques (« shear heads »), mais les dispositions d'une telle armature doivent faire préalablement l'objet de justifications expérimentales, concernant l'efficacité de sa contribution à la résistance au poinçonnement, ainsi que d'un agrément du maître de l'œuvre.

La section totale de l'armature de poinçonnement, constituée d'aciers ronds à béton, doit être telle que la somme des composantes verticales des efforts qui y sont développés corresponde au moins à 75 % de la valeur de la force localisée appliquée à la dalle. Ces efforts sont calculés en admettant que la contrainte de l'armature de poinçonnement est égale à sa résistance de base.

L'objet de l'armature de poinçonnement est d'assurer à la dalle, au voisinage de la force localisée, une meilleure ductilité en ce qui concerne la déformation. Toutefois, la présence de cette armature n'autorise pas à prendre en compte une valeur de la force localisée supérieure à celle qui est définie au § 6.252. En effet, les essais ont montré que l'efficacité d'une telle armature varie considérablement en fonction des divers paramètres, notamment en fonction de la quantité d'armature de flexion dont est munie la dalle. Dans l'état actuel des connaissances, il n'est pas possible d'évaluer avec sécurité l'influence de ces paramètres.

CHAPITRE 8

PRÉSENTATION DES PROJETS

8.1. CALCUL

8.11. BASES DES CALCULS

Préalablement à tout développement détaillé des calculs, l'ingénieur-projeteur doit obtenir l'accord du Maître de l'Œuvre ou de son représentant sur les bases de ces calculs.

Ces bases de calculs doivent être obligatoirement respectées par les agents d'exécution et les usagers de l'ouvrage, notamment en ce qui concerne :

a) la pression unitaire sur les sols de fondation;

b) les surcharges nominales d'exploitation, fixes ou mobiles;

c) les résistances de référence en compression (et éventuellement en traction) du béton;

d) la limite élastique de référence de l'acier, ainsi que les autres caractères mécaniques imposés par ses conditions d'agrément.

Ces bases de calcul doivent figurer, de manière très apparente, sur les dessins d'exécution.

8.12. PRÉCISION ARITHMÉTIQUE DES CALCULS

Les bases des calculs étant supposées admises par le Maître de l'Œuvre ou son représentant, la vérification arithmétique de ces calculs doit être considérée comme satisfaisante si les écarts constatés ne dépassent pas 3 % (en plus ou en moins). S'il en est ainsi, le Maître de l'Œuvre ne peut pas invoquer de tels écarts pour exiger une modification du projet; mais, dans le cas contraire, il peut exiger cette modification.

8.13. COMMUNICATION DES CALCULS

Les pièces du marché doivent préciser si le constructeur est obligé de fournir au Maître de l'Œuvre ou à son représentant une note de calculs, complète et dactylographiée, de tous les éléments de la construction. Sinon, le constructeur est seulement tenu de mettre, le cas échéant, à la disposition du Maître de l'Œuvre ou de son représentant, les minutes manuscrites de tous les calculs.

8.2. DESSINS

8.21. DESSINS D'AVANT-PROJET

Les dessins d'avant-projet, accompagnant l'offre du constructeur, doivent être exécutés à l'échelle 1/50; ils peuvent n'avoir qu'un caractère schématique et ne pas comporter les détails de ferraillage. Toutefois, la seule remise de l'offre implique, pour le constructeur, l'obligation ultérieure de se conformer, en cas de commande, à toutes les prescriptions du Code.

8.22. DESSINS D'EXÉCUTION

Les dessins d'exécution doivent définir, avec l'exactitude et la précision jugées nécessaires par le Maître de l'Œuvre ou son représentant, toutes les formes géométriques des éléments constitutifs de la construction et tous les détails du ferraillage.

8.221. Dispositions communes à tous les dessins d'exécution

Tous les dessins d'exécution doivent porter, dans un cartouche spécial, sur la page de titre du document plié, les renseignements suivants :

— Désignation de l'ouvrage;
— Désignation du Maître de l'ouvrage (propriétaire);
— Désignation du Maître de l'Œuvre (bureau d'architecture ou d'engineering);
— Désignation du constructeur;
— Désignation de l'ingénieur-projeteur en béton armé;
— Désignation des dessinateurs;
— Titre du dessin;
— Numéro du dessin;
— Date de l'établissement du dessin;
— Échelle;
— Modifications;
— Désignation et signature de la personne responsable du projet de béton armé.

Tous les dessins d'exécution doivent également porter, de manière très apparente :

— les sollicitations les plus défavorables transmises à chacune des fondations;

— les surcharges nominales d'exploitation, fixes ou mobiles, ainsi que le poids des revêtements inférieur et supérieur;

— les résistances minimales garanties de compression (et éventuellement de traction) du béton;

— les caractères mécaniques garantis de l'acier, notamment : la limite élastique garantie et, pour chaque barre pliée, le rayon de courbure admissible et le diamètre minimal du mandrin de façonnage correspondant.

Enfin, les dessins d'exécution doivent également indiquer le tracé de toutes les surfaces de reprise, de tous les trous de scellement, de toutes les ouvertures et, dans le cas d'un plancher, préciser s'il s'agit d'un plancher chauffant.

8.222. Dispositions particulières aux dessins de coffrage

Les dessins de coffrage doivent représenter les divers plans, coupes et élévations des surfaces brutes, enduits non compris; ils doivent notamment comporter toutes les cotes nécessaires à l'implantation correcte et à l'exécution complète de tous les éléments de l'ouvrage. En ce qui concerne les hauteurs et les épaisseurs, les dessins de coffrage doivent indiquer les hauteurs et les épaisseurs totales de béton, mais non compris les revêtements divers.

8.223. Dispositions particulières aux dessins de ferraillage

Les dessins de ferraillage doivent représenter tous les détails nécessaires à l'exécution correcte et à la mise en place précise du ferraillage. Ils doivent notamment indiquer, sans ambiguïté, la limite élastique minimale garantie de l'acier, les longueurs de chacune des barres, les caractères géométriques des courbures et des pliures, le diamètre du mandrin de façonnage, ainsi que les distances des barres entre elles et aux parois, notamment dans les croisements de poutre et les jonctions dalles-poteaux.

De plus, dans les nœuds où le ferraillage est particulièrement dense, les plans doivent comporter un dessin de détail, coté et à grande échelle, représentant sans ambiguïté l'enchevêtrement des barres (et, éventuellement, les dispositions indispensables à une mise en place correcte du béton).

Enfin, lorsque l'utilisation simultanée de diverses nuances ou types d'aciers aura été admise, les dessins de ferraillage doivent faire ressortir clairement la nuance ou le type d'acier des différentes barres d'armature. En cas d'utilisation de notations symboliques abrégées pour distinguer ces diverses nuances ou types d'aciers, ces notations doivent être expliquées clairement dans un cartouche très apparent.

8.3. CONDITIONS D'EXÉCUTION

Parmi les conditions d'exécution ayant reçu accord du Maître de l'Œuvre, les projets doivent définir et justifier celles qui peuvent avoir une influence sur les conditions de résistance ou de stabilité de l'ouvrage et, plus généralement, sur son comportement pendant la période de construction ou la période de service.

En particulier, les projets doivent définir et justifier :

8.31. les conditions de réalisation et de stabilité des coffrages, ainsi que leur résistance à la pression du béton frais et sa répercussion éventuelle sur le processus de bétonnage;

8.32. le processus de traitement des parements apparents de béton, ainsi que sa répercussion éventuelle sur la conception et le traitement des parois de coffrages;

8.33. les dispositifs de fixation des barres d'armature par rapport aux coffrages;

8.34. le processus des exécutions par tronçons successifs, ainsi que la justification de la résistance et de la stabilité de la structure dans chacune des phases successives de construction;

8.35. les reprises de bétonnage, ainsi que leur répercussion éventuelle sur la résistance et la stabilité de la structure;

8.36. les conditions de décintrement;

8.37. les joints de retrait provisoires;

etc...

CHAPITRE 9

EXÉCUTION DES OUVRAGES

9.1. DISPOSITIONS PARTICULIÈRES AUX COFFRAGES

9.11. CLASSEMENT ET CONSTITUTION DES COFFRAGES

9.111. Classement des coffrages

On distingue quatre catégories de coffrages ou parois de moules qui, dans l'ordre de qualité croissante, se classent en :

— coffrages ordinaires,
— coffrages soignés,
— coffrages à parement fin,
— coffrages spéciaux.

Les documents particuliers à chaque marché doivent fixer, pour chaque parement d'ouvrage, la catégorie dans laquelle se classe le coffrage sur lequel il doit être moulé.

9.112. Coffrages ordinaires

a) Si les coffrages ordinaires sont constitués de *sciages* simplement juxtaposés, ces derniers doivent être convenablement jointifs.

b) Si les coffrages ordinaires sont composés de panneaux de *fibre de bois agglomérée* ou de *contreplaqué*, simplement juxtaposés, ces panneaux doivent être convenablement jointifs.

9.113. Coffrages soignés

a) Si les coffrages soignés sont composés de *sciages rabotés* sur leurs quatre faces, simplement juxtaposés, ils doivent être convenablement jointifs.

b) Si les coffrages soignés sont composés de panneaux de *fibre de bois agglomérée* ou de *contreplaqué*, ceux-ci doivent présenter une surface équiva-

lente à celle du bois raboté. L'étanchéité des joints doit être assurée par des moyens appropriés.

Les bandes adhésives doivent, de préférence, être en matière alvéolaire. Elles doivent être disposées dans l'épaisseur du joint, car les bandes simplement collées en surface ont tendance à se décoller sous l'effet conjugué du produit de démoulage et de la vibration du béton.

c) Les coffrages soignés peuvent être *métalliques*. Les surfaces de tôle au contact du béton ne doivent présenter ni saillie, ni gauchissement. L'étanchéité des joints doit être assurée par des moyens appropriés.

L'étanchéité des joints peut être assurée, par exemple, au moyen de rubans adhésifs disposés à plat sur la surface intérieure des moules, de bandes de mousse élastique, disposées dans les joints, ou bien au moyen de mastic.

9.114. Coffrages pour parement fin

a) Si les coffrages pour parement fin sont constitués de *sciages rabotés* sur leurs quatre faces, ils doivent tous présenter, pour un même élément de parement, une orientation et un découpage des joints, spécialement étudiés en vue de leur aspect esthétique. Ces sciages peuvent être, soit simplement juxtaposés, soit assemblés par rainures et languettes; dans les deux cas, les faces au contact du béton doivent être, si nécessaire, planées au rabot après assemblage.

b) Les coffrages pour parement fin, composés de panneaux de *fibre de bois agglomérée* ou de *contreplaqué*, doivent répondre aux conditions fixées pour les coffrages soignés de même composition. Mais, en outre, la disposition de leurs joints doit être étudiée en vue de leur aspect esthétique. Ces joints doivent être rebouchés et arasés au mastic. L'emploi de ruban adhésif n'est pas admis.

c) Si les coffrages pour parement fin sont *métalliques*, les surfaces de tôle au contact du béton ne doivent présenter ni saillie, ni gauchissement. L'étanchéité des joints doit être assurée par serrage de garnitures de mousse élastique ou tout autre procédé équivalent.

Les dispositifs d'étanchéité des joints ne doivent pas faire saillie sur la surface intérieure des coffrages. De plus, les joints doivent être rebouchés et arasés au mastic.

L'emploi du ruban adhésif n'est pas admis.

La configuration des joints doit être étudiée du point de vue de l'aspect esthétique.

9.115. Coffrages spéciaux

Les documents particuliers à chaque marché doivent fixer, le cas échéant, les conditions imposées aux coffrages spéciaux.

Des coffrages spéciaux peuvent être nécessaires pour la réalisation des formes particulières, ainsi que pour l'exécution des éléments préfabriqués.

9.116. Joints des coffrages

Si des rubans adhésifs sont employés pour l'obturation des joints de coffrages, ils doivent présenter une adhérence telle qu'aucun décollage ne risque de se produire au bétonnage, même en cas d'enduction d'huile des coffrages.

Le décollement des rubans adhésifs est très fâcheux pour l'aspect esthétique des parements. On peut trouver des rubans adhésifs qui adhèrent bien à leur support, si celui-ci n'est pas initialement gras, et dont l'adhérence résiste ensuite à l'enduction d'huile, à condition qu'elle soit effectuée postérieurement à leur collage.

Par contre, il n'existe pas encore sur le marché de rubans susceptibles d'adhérer à un support gras. C'est pourquoi les panneaux de contreplaqué ou de fibre de bois agglomérée, qui ont été huilés, ne sont pas susceptibles de réutilisation avec emploi de rubans adhésifs.

De même, les coffrages métalliques doivent être dégraissés avant pose de rubans adhésifs.

9.117. Étanchéité des coffrages

L'étanchéité des parois de coffrage doit être telle qu'aucune perte dommageable de laitance ne risque de se produire lors de la mise en œuvre du béton.

9.12. CARACTÈRES MÉCANIQUES DES COFFRAGES

9.121. Résistance mécanique

Les coffrages doivent présenter une rigidité suffisante pour résister, sans tassements ni déformations nuisibles, aux charges, surcharges et efforts de toute nature qu'ils sont exposés à subir pendant l'exécution des travaux, et notamment aux efforts engendrés par le serrage et la vibration du béton.

Les contraintes qui se développent, aussi bien dans les coffrages que dans les parties d'ouvrage qui leur servent de support, sous l'action des efforts qu'ils ont à subir pendant l'exécution des travaux, doivent rester inférieures aux contraintes de service des matériaux.

Par exemple, si un plancher doit être surchargé avant décoffrage, le coffrage ainsi que les étais qui le supportent, doivent être conçus compte tenu de cette éventualité.

De même, dans les bâtiments à étages multiples, on doit s'assurer, lors du bétonnage, de la résistance des coffrages et étais qui supportent chaque plancher.

Par ailleurs, l'attention des constructeurs est appelée sur la nécessité de prévoir un contreventement efficace des coffrages et étais, afin d'éviter tout risque de flambement ou de déversement.

9.122. Flèches et contre-flèches

Les flèches et contre-flèches à donner aux coffrages, cintres, etc... doivent être déterminées en fonction de la flèche ou contre-flèche prévue pour l'ouvrage terminé.

Pour les poutres de grande portée, il est recommandé de donner au coffrage une contre-flèche, déterminée de telle manière qu'après décoffrage, l'aspect esthétique de la structure puisse être considéré comme satisfaisant.

9.13. PRÉPARATION DES COFFRAGES

9.131. Nettoyage

Immédiatement avant bétonnage, les coffrages doivent être nettoyés avec soin, de manière à les débarrasser des poussières et débris de toute nature.

Des fenêtres à obturation mobile doivent être réservées, si besoin, pour faciliter le nettoyage éventuel à l'air comprimé.

Si le chantier est alimenté en air comprimé, — ce qui est généralement le cas lorsque la mise en place du béton est effectuée par vibration interne, — il est vivement recommandé de parfaire le nettoyage des coffrages à l'air comprimé.

9.132. Humidification

Avant mise en place du béton, il faut arroser de manière abondante :

— les coffrages ordinaires composés de sciages;

— les coffrages ordinaires composés de panneaux de fibre de bois agglomérée ou de contreplaqué;

— les coffrages soignés composés de sciages.

Les arrosages doivent être éventuellement réalisés en plusieurs phases successives, de manière à obtenir une humidification des bois aussi complète que possible. Néanmoins, les surfaces humides ne doivent pas être ruisselantes et l'eau en excès doit être évacuée avec soin, de préférence à l'air comprimé.

L'humidification des coffrages a pour but de resserrer les joints et d'éviter la dessiccation trop rapide du béton sur ces parements. Elle présente une importance particulière pendant les périodes sèches et chaudes.

9.133. Huilage

Avant mise en place du béton, il faut, en vue de faciliter le décoffrage ultérieur, enduire d'huile :

— tous les coffrages métalliques;

— les coffrages soignés composés de panneaux de contreplaqué ou de fibre de bois agglomérée, ainsi que tous les coffrages pour parement fin qui ne seraient pas revêtus d'un produit spécial de démoulage; l'huile en excès au fond des moules doit être épongée avant bétonnage.

Les huiles employées doivent être des huiles spéciales dites « de démoulage ». Elles doivent être propres (c'est-à-dire ne pas laisser de traces sur les parements du béton) et ne présenter aucune réaction acide.

L'enduction d'huile des coffrages pour parements fins en bois de sciage, contreplaqué ou fibre de bois, doit être effectuée par application successive de deux couches au moins, de manière à bien imprégner le bois.

Les huiles acides réagissent sur le béton et provoquent le farinage des parements.
Par ailleurs, si aucun enduit intermédiaire n'est prévu, il est recommandé de vérifier que les peintures ultérieures des sols, murs ou plafonds ne sont pas incompatibles avec la qualité du produit de décoffrage employé.

9.134. Entretien

Si plusieurs emplois sont prévus pour un même coffrage, celui-ci doit être parfaitement nettoyé et remis en état avant tout nouvel usage.

9.14. PROCESSUS DE DÉCOFFRAGE

Le décoffrage du béton doit être effectué avec précaution, sans chocs et par efforts purement statiques.

L'attention est appelée sur l'intérêt des mesures des flèches au décoffrage dans le cas de certains ouvrages de caractère exceptionnel (voûtes, porte-à-faux, structures de grande portée, etc...).
Dans de nombreux cas, l'examen des diagrammes de flèches peut permettre de juger si le décoffrage doit être poursuivi ou si des essais sous surcharges de service doivent être envisagés.

Les délais de décoffrage doivent tenir compte des ralentissements de durcissement du béton que peuvent provoquer l'abaissement de la température ou l'exposition au vent, notamment en cas d'emploi de ciment à teneur en laitier relativement élevée.

A titre indicatif, dans le cas d'un béton normal (sans accélérateur, ni retardateur de prise), les délais suivants peuvent être adoptés :

— 2 à 3 jours, lorsque les coffrages sont peu chargés par le béton (voiles, parois, murs, etc...);
— 6 à 8 jours, pour les coffrages des pièces ne supportant que leur propre poids (par exemple, hourdis);
— 12 à 15 jours, pour les coffrages et étais de pièces porte-à-faux ou d'éléments porteurs de la structure.

Les joints de retrait et de dilatation doivent être débarrassés de tous les éléments susceptibles de s'opposer à leur fonctionnement.

De manière générale, le décoffrage doit être effectué de manière à ne provoquer aucune contrainte supérieure aux contraintes normales de service de l'ouvrage. En particulier, dans le cas de décoffrage de grands auvents, il ne faut décoffrer qu'à partir de l'extrémité libre, en décalant les étais au fur et à mesure de la progression du décoffrage. Par ailleurs, lorsque le décoffrage n'est pas total et que subsiste une file intermédiaire d'étais, ces derniers doivent être conçus de manière à permettre la poursuite du décoffrage. Il est interdit de décoffrer entièrement et de replacer ensuite des étais provisoires.

Lorsque certains aciers d'armature se trouvent accidentellement à nu lors du décoffrage, il convient, avant ragréage, de procéder à un examen attentif de la zone défectueuse.

9.2. DISPOSITIONS PARTICULIÈRES AUX ARMATURES

9.21. ESSAIS DES ACIERS

9.211. Essais en usine avant livraison

Sauf exigence particulière du Maître de l'Œuvre, spécifiée dans les pièces du marché ou la commande de l'ouvrage, les aciers livrés avec garantie du Producteur ne doivent pas faire l'objet d'essais de réception en usine. Si, par contre, de tels essais ont été reconnus nécessaires, ils doivent être exécutés pour chaque diamètre nominal, par lots de vingt tonnes au maximum, sur des éprouvettes prélevées contradictoirement.

9.212. Essais sur chantier après livraison

Dans tous les cas, des essais de contrôle doivent être exécutés après livraison sur chantier. Pour être éventuellement opposés au producteur, ces essais doivent être effectués sur des éprouvettes prélevées contradictoirement et soumises à un laboratoire agréé à la fois par le Maître de l'Œuvre, par le Constructeur et par le Producteur.

1. *Contrôle des caractères mécaniques de référence*

Sauf indications contraires, ces essais sont limités au contrôle de la limite élastique minimale garantie de l'acier, prise égale, sur le diagramme expérimental, au quotient de l'effort de traction correspondant à un allongement rémanent de 2 $^{o}/_{oo}$ par la section nominale de l'éprouvette.

11. NOMBRE DES ÉPROUVETTES

Sauf prescriptions particulières, le nombre des éprouvettes est fixé à 5 par 50 tonnes et pour chacun des diamètres utilisés.

12. INTERPRÉTATION DES RÉSULTATS

Si chacun des résultats obtenus atteint ou dépasse la limite élastique minimale garantie, l'essai est considéré comme satisfaisant et la fourniture est jugée conforme à la garantie du producteur.

Sinon, il faut prélever et essayer une seconde série de 5 éprouvettes et calculer pour l'ensemble des 10 résultats obtenus :

a) la moyenne arithmétique σ_m :

$$\sigma_m = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \ldots + \sigma_{10}}{10}$$

b) l'écart quadratique moyen correspondant δ :

$$\delta = \frac{\sqrt{\Sigma(\sigma_m - \sigma_i)^2}}{\Sigma\sigma_i} \qquad \text{(avec : } i = 1, 2, \ldots, 10\text{)}$$

c) la valeur caractéristique expérimentale $\sigma_m(1 - 2\delta)$. Si cette valeur caractéristique expérimentale $\sigma_m(1 - 2\delta)$ dépasse la limite élastique minimale garantie, l'essai est considéré comme satisfaisant et la fourniture est jugée conforme à la garantie du producteur.

Sinon, il faut, soit refuser la fourniture, soit l'utiliser avec une limite élastique de référence $\sigma_m(1 - 2\delta)$, sous réserve de modification des sections et des diamètres d'armature sur les dessins d'exécution.

2. *Contrôle des caractères de façonnage*

Sauf indications contraires, ce contrôle doit comporter une série d'essais de pliage-dépliage, effectués à 20 degrés centigrades environ. Les barres doivent être successivement :

a) pliées à 45° sur un mandrin, dont le diamètre est défini par la limite admissible de courbure de la barre, suivant les valeurs § 9.222;

b) immergées pendant une demi-heure dans l'eau bouillante;

c) dépliées à 22° 30′.

Pour satisfaire au contrôle, les barres ne doivent, à la suite de ces opérations successives, ni se rompre, ni présenter de fissures, criques ou autres défauts analogues.

21. Nombre des éprouvettes

Sauf prescriptions particulières, le nombre des éprouvettes est fixé à 3 par 50 tonnes et pour chacun des diamètres utilisés.

22. Interprétation des résultats

Si chacun des trois essais de pliage-dépliage est favorable, la fourniture est jugée conforme à la garantie du producteur.

Sinon, il faut prélever et essayer une nouvelle série de 3 éprouvettes. Si chacun des trois nouveaux essais de pliage-dépliage est favorable, la fourniture est acceptée. Dans le cas contraire, elle doit être refusée.

9.22. FAÇONNAGE DES ARMATURES

Les barres d'armature doivent être coupées et façonnées conformément aux dessins d'exécution.

9.221. Mode de façonnage

Les barres de diamètres inférieurs ou égaux à ∅ 12 mm peuvent être façonnées à la main. Par contre, les barres de diamètres supérieurs à ∅ 12 mm doivent obligatoirement être façonnées mécaniquement, en une seule passe, au moyen d'une machine à mandrin, agréée par le Maître de l'Œuvre ou son représentant.

Les machines à trois galets sont sévèrement déconseillées, car elles présentent le grave inconvénient d'effectuer le cintrage en plusieurs passes; il en résulte des discontinuités de courbure, ainsi qu'une détérioration des cannelures ou des crénelures, qui constitue une amorce possible de rupture des barres.

9.222. Diamètre minimal du mandrin de cintrage

Le façonnage des barres nécessite l'utilisation d'un mandrin de diamètre approprié à la nature des aciers. Les diamètres minimaux du mandrin de cintrage, qu'il convient d'adopter dans chaque cas, sont fixés, en millimètres, aux tableaux suivants (conformes à § 7.122) :

1. Pour les aciers de limite élastique de référence inférieure à 3 000 bars (*aciers « doux » : σ_e < 3 000 bars*) :

Diamètre nominal des barres (Ø en mm)		5	6	8	10	12	14	16	18	20	22	25	28	30	32	40
Diamètre minimal du mandrin (en mm)	Étriers et cadres	15	20	25	30	40										
	Ancrages	25	30	40	50	60	80	100	130	140	160	200	250	270	320	
	Pliures				80	100	130	150	180	200	220	250	310	330	380	

2. Pour les aciers de limite élastique de référence au moins égale à 3 000 bars et au plus égale à 5 000 bars (*aciers mi-durs : 3 000 bars $\leqslant \sigma_e \leqslant$ 5 000 bars*) :

Diamètre nominal des barres (Ø en mm)		5	6	8	10	12	14	16	18	20	22	25	28	30	32	40
Diamètre minimal du mandrin (en mm)	Étriers et cadres	25	30	40	60	80										
	Ancrages	50	60	80	100	120	140	160	180	200	220	250	310	330	380	
	Pliures				140	170	210	240	290	320	350	420	500	570	640	

3. Pour les aciers de limite élastique de référence supérieure à 5 000 bars (*aciers « durs » : σ_e > 5 000 bars*) :

Diamètre nominal des barres (en ∅ mm)		5	6	8	10	12	14	16	18	20	22	25	28	30	32	40
Diamètre minimal du mandrin (en mm)	Étriers et cadres															
	Ancrages															
	Pliures				160	190	240	270	320	380	420	500				

Pour ces aciers, les tableaux précédents n'envisagent, ni ancrages par courbure, ni utilisation dans les cadres et étriers. Toutefois, cette prescription peut être transgressée lorsque les caractètes de façonnage de tels aciers font l'objet d'une garantie explicite du producteur, le diamètre du mandrin de cintrage ne pouvant en aucun cas être inférieur à celui indiqué au tableau du § 9.222.2.

Ces diamètres doivent être arrondis, dans chaque cas, au diamètre supérieur de mandrin disponible.

9.223. Vitesse de cintrage

La vitesse de cintrage doit tenir compte de la nature des aciers et de la température ambiante; elle doit faire l'objet d'une détermination expérimentale préliminaire, notamment dans le cas des aciers mi-durs et des aciers durs.

Lorsque la température ambiante est inférieure à + 5° centigrades, des précautions supplémentaires doivent être prises : il faut alors envisager, non seulement une réduction sévère de la vitesse de cintrage, mais également une augmentation du diamètre des mandrins (par rapport aux valeurs indiquées aux tableaux § 9.222).

Lorsque la température ambiante descend au-dessous de — 5° centigrades, le façonnage des barres doit être évité.

9.224. Interdiction du dépliage

Tout dépliage comporte de gros risques. En conséquence, tout dépliage systématique doit être interdit.

Si une courbure ou une pliure doit subir une correction éventuelle *in situ*, cette correction doit être réalisée par accentuation du pliage, mais elle ne doit jamais être exécutée par dépliage, même partiel.

Le fait qu'un acier, de nuance mi-dure ou de nuance dure, satisfasse à l'essai de pliage-dépliage (§ 9.212.2) n'autorise pas le constructeur à effectuer de telles opérations sur les barres mises en œuvre.

9.23. SOUDAGE DES ARMATURES

Le soudage des armatures ne peut être envisagé que pour les aciers de limite élastique inférieure à 5 000 bars, sous réserve que la soudure ne détermine, ni diminution de résistance, ni risque de fragilité.

9.231. Mode de soudage

Le mode de soudage doit faire l'objet d'un accord entre le Maître de l'Œuvre, le Constructeur et le Producteur d'acier. Ce dernier doit présenter toutes références et justifications jugées nécessaires.

De toute façon, le mode de soudage doit être conforme aux prescriptions du § 7.142 concernant les jonctions par soudure :

a) soit sous forme de soudures en bout par étincelage;

b) soit sous forme de soudures en bout à l'arc électrique avec joints chanfreinés;

c) soit sous forme de recouvrements soudés à l'arc électrique avec cordons longitudinaux.

Tout soudage au chalumeau est interdit.

9.232. Exécution du soudage

Le soudage des armatures doit être exécuté, en atelier ou sur chantier, par des soudeurs spécialistes, à l'exclusion de tous autres ouvriers.

9.24. MISE EN PLACE DES ARMATURES

Lors de leur mise en place, les armatures doivent être propres et ne comporter, ni rouille non adhérente, ni traces de terre, ni peinture, ni graisse, ni autre matière nuisible. Elles doivent être placées conformément aux indications des dessins d'exécution et arimées avec précision au moyen de cales en mortier ou en matière plastique, de manière à ne subir aucun déplacement appréciable avant et pendant la mise en œuvre et la vibration du béton.

L'emploi de cales en acier, dont certaines parties pourraient être visibles après décoffrage et exposées à la corrosion, est interdit. En effet, cet emploi risquerait de compromettre, non seulement l'aspect esthétique, mais également la durabilité de l'ouvrage.

L'emploi de cales en mortier n'est autorisé que si leur présence ne diminue en rien la qualité et l'aspect de l'ouvrage.

L'emploi de cales en matière plastique est vivement recommandé.

9.3. DISPOSITIONS PARTICULIÈRES AUX BÉTONS

9.31. COMPOSITION DU BÉTON

9.311. Définition

Le béton est constitué par un mélange intime de matériaux inertes, appelés « granulats » (sables, graviers, pierres cassées...) avec du ciment et de l'eau. Grâce à l'action du ciment, le mélange ainsi obtenu, appelé « béton frais », commence à durcir après quelques heures et acquiert progressivement ses caractères de résistance.

9.312. Ciments

1. *Classification et qualité du ciment*

Le ciment utilisé est généralement un ciment de classe « Portland » avec ou sans constituants secondaires. La qualité du ciment doit être définie par l'indication de la résistance à la compression, obtenue à 28 jours sur mortier normal « Rilem » et exprimée en bars (ou kgf/cm^2).

On distingue généralement :

— les ciments « Portland » sans constituants secondaires;

— les ciments « Portland » avec constituants secondaires, tels que laitier, cendres, pouzzolanes, etc...;

— les ciments spéciaux, tels que les ciments sursulfatés ou alumineux.

Les qualités des divers ciments sont variables ; les résistances obtenues à la compression sur éprouvettes de mortier normal RILEM à 28 jours présentent, en moyenne, les ordres de grandeur suivants :

— Ciment Portland à haute résistance initiale	400 bars
— Ciment Portland normal avec ou sans constituants secondaires :	
à haute résistance	325 bars
ordinaire	250 bars
— Ciments sursulfatés :	
à haute résistance	325 bars
à durcissement rapide	400 bars
— Ciments alumineux	575 bars

2. *Choix du ciment*

La classe et la qualité du ciment doivent être choisies en fonction de la nature de l'ouvrage à construire, de ses caractères structurels, de sa destination et des diverses qualités requises, compte tenu notamment des circonstances climatiques et locales : temps chaud, temps froid, présence d'eaux agressives, etc...

Pour les ouvrages courants en béton armé ou béton précontraint, on peut employer un ciment Portland à haute résistance de la classe 325. Mais, pour des ouvrages en béton précontraint, qui comporteraient des mises en tension sur béton jeune ou nécessiteraient des décoffrages rapides, on pourrait envisager l'emploi de ciment à haute résistance initiale. Par contre, si les ouvrages ne nécessitent que de faibles résistances mécaniques, on peut se contenter d'un ciment de classe « ordinaire » 250.

Dans le cas d'ouvrages construits en milieu agressif (présence d'eau chargée en sulfate de chaux), on doit, de préférence, utiliser un ciment convenablement chargé en laitier (plus de 80 %).

Dans le cas de travaux à la mer, on doit, de préférence, employer un ciment de classe « Prise Mer ».

Pour les bétons en grande masse, on doit éviter l'emploi des ciments à très haute résistance, ainsi que des dosages trop riches (> 350 kg/m^3), qui risqueraient de provoquer un important dégagement de chaleur de prise.

Pour les bétons réfractaires, on peut employer les ciments alumineux.

Pour les ouvrages nécessitant des parements à caractère architectural et décoratif, il est conseillé d'utiliser du ciment blanc de classe Portland ou à haute résistance initiale.

3. *Stockage du ciment*

Le ciment peut être stocké, soit en sacs ou barils, soit en vrac dans des silos. Le stockage doit être effectué à l'abri des intempéries et notamment de l'humidité. L'emmagasinage des sacs ou barils doit être systématiquement organisé, de manière à éviter que certains sacs ou barils soient consommés avec un retard excessif et ne subissent ainsi un vieillissement exagéré.

9.313. Granulats

1. *Classification granulométrique*

La classe granulométrique d'un granulat (sables, graviers, pierres cassées...) est définie par deux dimensions d_0 et d_M, qui correspondent respectivement au plus petit et plus gros des grains constituant ce granulat. Par définition, un granulat est de classe d_0/d_M lorsque, pour $d_M > 2d_0$, on obtient :

a) sur la passoire à trous d_M, un refus inférieur à 10 %;

b) sur la passoire à trous d_0, un tamisat inférieur à 10 %;

c) sur la passoire à trous $\frac{d_0}{2}$, un tamisat inférieur à 3 %.

Les granulats peuvent être subdivisés d'après les catégories suivantes :

Classification des granulats		Mailles des tamis (en mm)	Diamètre des passoires (en mm)
Fines (farines ou fillers)		< 0,08	
Sables	fins.....	De 0,08 à 0,315	
	moyens	De 0,315 à 1,25	
	gros	De 1,25 à 5	
Graviers	petits		De 6,3 à 10
	moyens		De 10 à 16
	gros		De 16 à 25
Pierres cassées ou cailloux	petits		De 25 à 40
	moyens		De 40 à 63
	gros		De 63 à 100

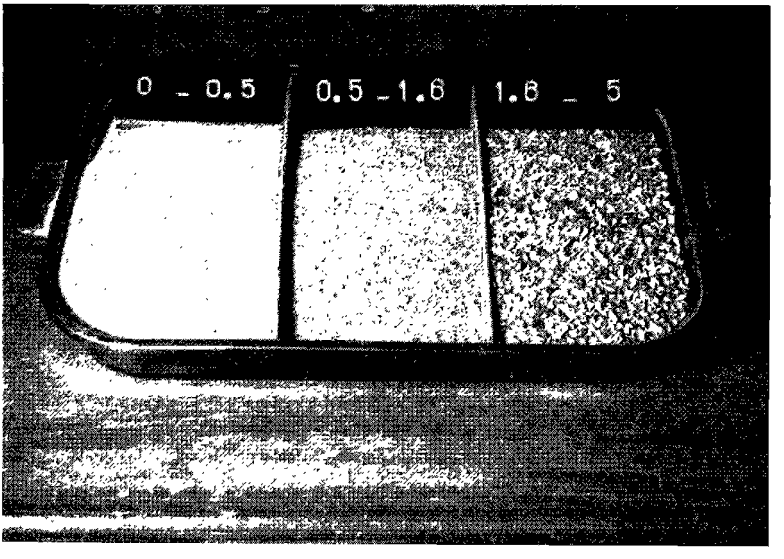


FIG. 9.1. — Sables de diverses grosseurs.
(*A gauche*) sable fin ($d_M < 0{,}5$ mm).
(*Au centre*) sable moyen ($0{,}5 \leqslant d_M < 1{,}5$).
A droite) sable gros ($1{,}5 \leqslant d_M < 5$ mm).

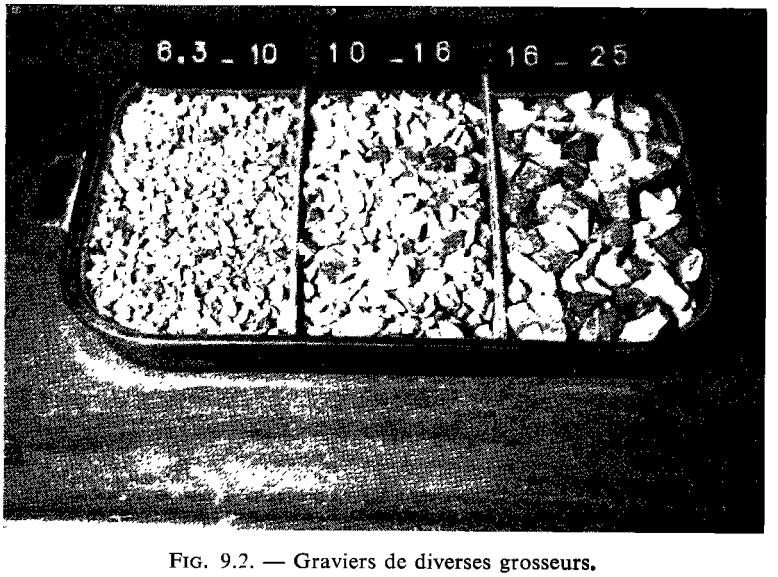


FIG. 9.2. — Graviers de diverses grosseurs.
(*A gauche*) gravier fin ($6{,}3 \leqslant d_M < 10$ mm).
(*Au centre*) gravier moyen ($10 \leqslant d_M < 16$ mm).
(*A droite*) gravier gros ($16 \leqslant d_M < 25$ mm).

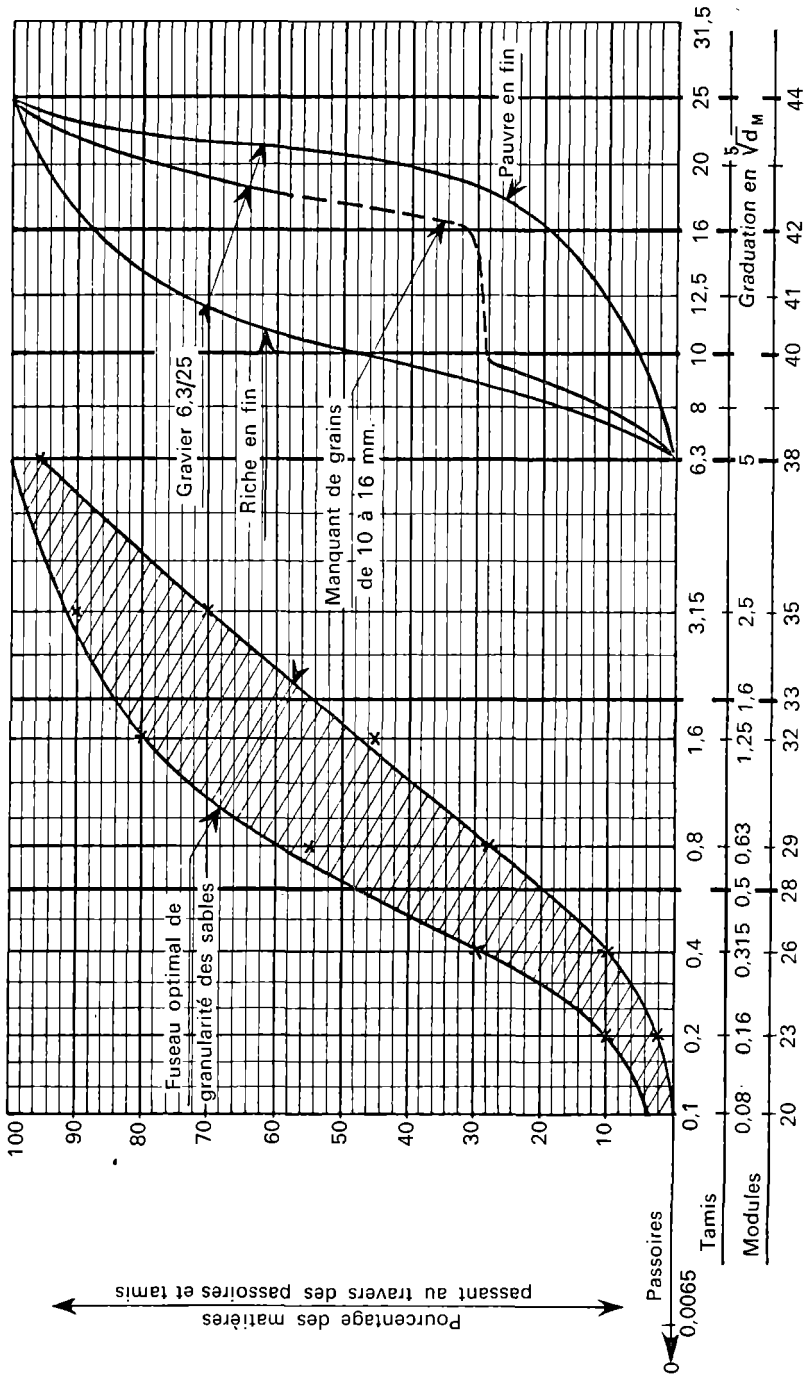


FIG. 9.3. — Exemple d'analyse granulométrique.

2. *Granularité*

La granularité du granulat est définie par sa courbe granulométrique, déterminée par analyse au moyen de tamisages successifs. Cette courbe doit être intérieure à un fuseau, fixé *a priori* et définissant la granularité admissible du granulat.

Le tracé de la courbe granulométrique est rapporté, en abscisses, aux dimensions des mailles de tamis (ou trous de passoires) et, en ordonnées, au pourcentage de granulats passant à travers chacun des tamis (ou passoires).

La graduation en abscisses n'est généralement pas linéaire; on peut, par exemple, adopter une graduation en $\sqrt[5]{d_M}$.

Les dimensions des tamis ou passoires à employer pour les analyses granulométriques courantes peuvent être les suivantes :

1° *Tamis* (pour les sables) :
mailles (en mm) : 0,08, 0,16, 0,315, 0,625, 1,25, 2,50 et 5 mm.

2° *Passoires* (pour les graviers et cailloux) :
trous ($\varnothing$ en mm) : 6,3, 8, 10, 12,5, 16, 20, 25, 31,5, 40, 50, 62,5, 80 et 100 mm.

On admet que le résultat du tamisage sur un tamis de 5 mm est approximativement le même que sur une passoire de 6,3 mm.

La forme de la courbe granulométrique renseigne sur la composition d'un granulat d_0/d_M qui peut être plus ou moins riche en petits ou en gros éléments (cf. graphique).

Pour la confection de bétons de haute qualité, il est recommandé, sauf circonstances techniques ou économiques particulières, d'utiliser des sables dont la courbe granulométrique est contenue dans le fuseau hachuré indiqué sur le graphique.

3. *Dimension maximale*

La dimension maximale d_M des granulats employés doit rester inférieure, d'une part à l'espace libre horizontal entre deux armatures (ou entre une armature et le coffrage), d'autre part au quart (25 %) de l'épaisseur de la pièce à bétonner.

Il y a toujours intérêt à utiliser des granulats de dimension maximale élevée, compte tenu des dimensions de la pièce à bétonner, des formes du coffrage, de la densité du ferraillage, etc... En effet, pour un même dosage de ciment, un béton présente une compacité et une résistance d'autant plus élevée que la dimension des granulats est plus importante. Mais il ne faut pas exagérer, sous peine d'obtenir des bétons difficiles à mettre en œuvre et n'assurant pas un remplissage satisfaisant des coffrages.

4. *Propreté*

Les granulats employés doivent être propres et exempts de toutes matières étrangères, telles que : scories, charbon, gypse, débris de bois, feuilles mortes, matières organiques, etc...

Les graviers et cailloux doivent être exempts de gangue argileuse ou terreuse adhérente. Les sables doivent être exempts de fines argileuses et satisfaire à l'essai dit d'« Équivalent de sable = ES ». La valeur optimale souhaitable dans le cas d'une mesure visuelle de l'ES est : $75 \leqslant ES \leqslant 85$.

La mesure de la propreté du sable doit être faite par l'essai dit « Équivalent de sable = *ES* » :

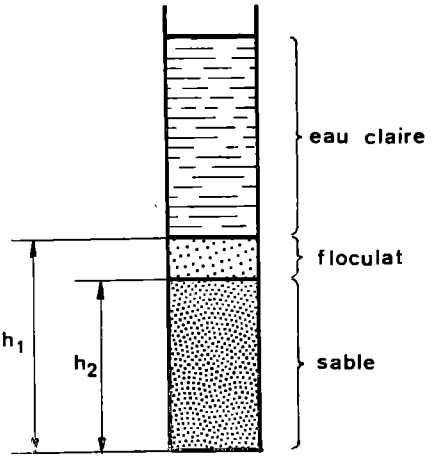


FIG. 9.4.

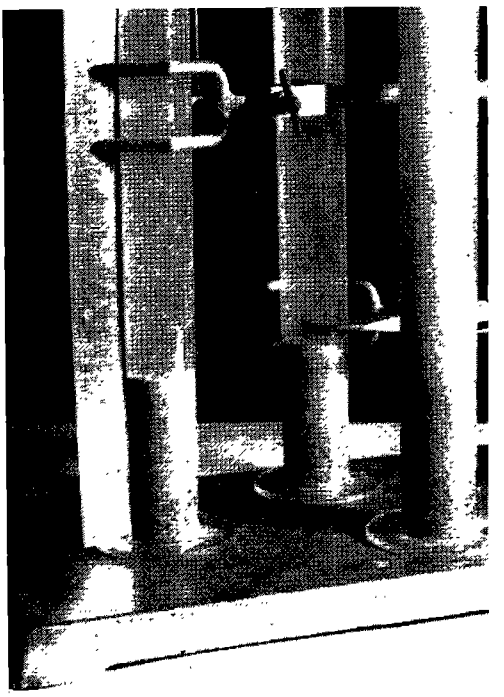


FIG. 9.5. — Mesure de la propreté des sables (mesure par l'« Équivalent de sable »). Dans l'éprouvette de droite, qui vient d'être agitée, le floculat n'est pas encore formé.

On agite dans une éprouvette une certaine quantité de sable dans une solution lavante à base de chlorure de calcium, glycérine et formaldéhyde; on laisse reposer 20 minutes et l'on mesure au réglet la hauteur du niveau supérieur du floculat (eau trouble) et celle du dépôt de sable h_2.

On a $ES = 100\frac{h_2}{h_1}$

La mesure de h_2 s'effectue, soit « à vue » directement sur une règle, soit « à piston » sur la tige d'un piston lesté que l'on pose sur le dépôt de sable, ce qui conduit en général à une valeur de h_2 un peu inférieure à la valeur « à vue ».

Dans le cas de fines de nature argileuse, on peut se baser sur les valeurs suivantes :

ES « à vue »	*ES* « à piston »	Nature et qualité du sable
$ES < 65$	$ES < 60$	*Sable argileux* : risque de retrait ou de gonflement, à rejeter pour des bétons de qualité.
$65 \leqslant ES < 75$	$60 \leqslant ES < 70$	*Sable légèrement argileux* : de propreté admissible pour les bétons de qualité courante, à moins de craindre particulièrement le retrait.
$75 \leqslant ES < 85$	$70 \leqslant ES < 80$	*Sable propre* : à faible pourcentage de fines argileuses, convenant parfaitement pour les bétons de haute qualité (valeur optimale *ES* piston = 75; *ES* à vue = 80).
$ES \geqslant 85$	$ES \geqslant 80$	*Sable très propre* : l'absence presque totale de fines argileuses risque d'entraîner un défaut de plasticité du béton qu'il faudra compenser par une augmentation du dosage en eau.

5. *Nature et forme*

Comme granulats, on doit utiliser, soit des sables, graviers et cailloux naturels, soit des produits de concassage de roches appropriées. Il faut éviter notamment d'employer des roches trop friables ou trop tendres (comme certains calcaires) ou se décomposant à l'air (comme certains porphyres) ou par hydratation (comme certains schistes). Par contre, on peut utiliser, après concassage, certains laitiers de hauts fourneaux.

Pour ce qui est de la forme géométrique, il faut éviter d'employer des graviers en forme de « plats » ou d'« aiguilles ».

Dans le choix de la nature des granulats, on doit s'efforcer, dans la mesure du possible, d'obtenir, d'une part une dureté satisfaisante (qui conditionne celle du béton), d'autre part une adhésivité suffisante de la pâte de ciment (qui est également indispensable à la résistance). En effet, la rupture du béton est due généralement, soit à la rupture des granulats, soit à la rupture de l'adhérence de la pâte de ciment aux granulats.

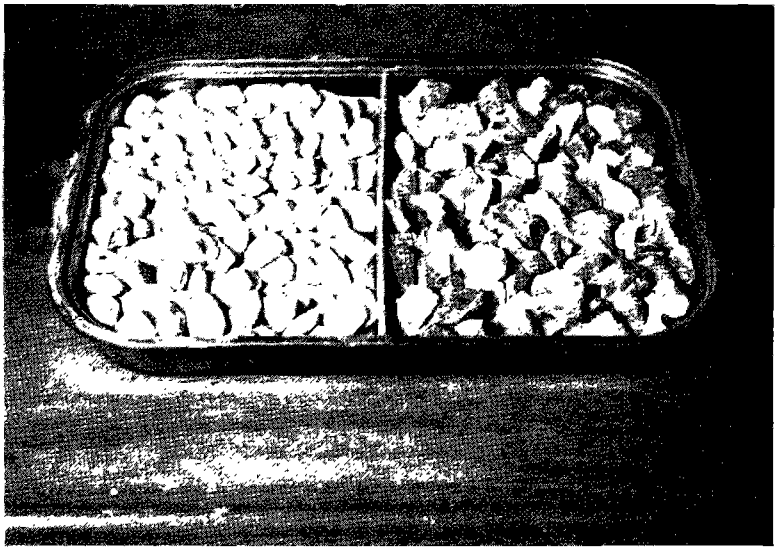


FIG. 9.6. — Granulats de natures minéralogiques différentes.
(*A gauche*) granulats calcaires.
(*A droite*) granulats silicieux.

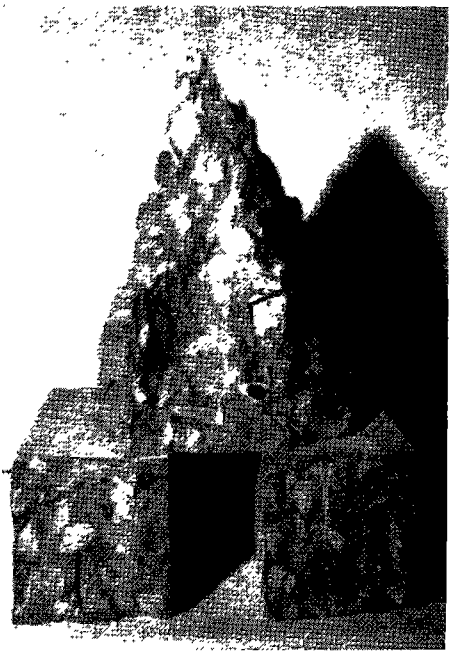


FIG. 9.7. — Éprouvettes de béton après rupture

(En dessous, prisme rompu en traction; au-dessus, cylindre rompu en compression).
Béton avec granulats calcaires à faible résistance, mais à forte adhérence. (La rupture s'est produite par rupture des granulats eux-mêmes.)

La forme géométrique des granulats présente également une grande importance. Ils peuvent être *concassés* (obtenus par concassage et criblage de roches en morceaux) ou *roulés* (obtenus par simple criblage de matériaux alluvionnaires naturels). Les matériaux concassés présentent parfois des formes défectueuses (« plats » et « aiguilles »); ils doivent

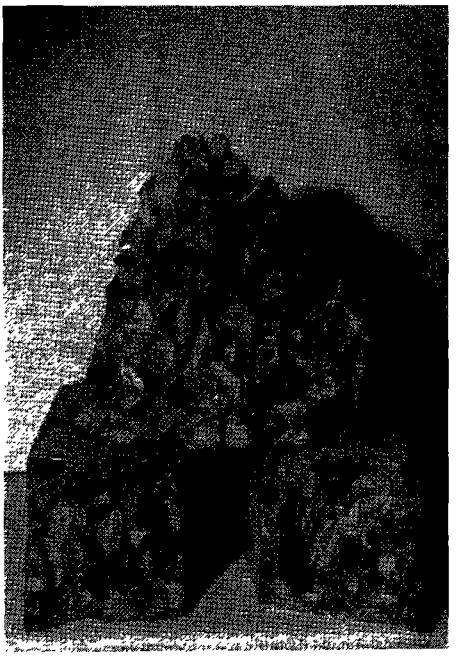


FIG. 9.8. — Éprouvettes de béton après rupture.

Béton avec granulats silicieux à forte résistance, mais faible adhérence. (La rupture s'est produite par décollement.)

alors être évités, car ils conduisent à des bétons peu maniables, manquant de compacité et présentant souvent au décoffrage des surfaces défectueuses.

On définit le *coefficient de forme* (ou coefficient volumétrique) d'un granulat comme le rapport entre la somme des volumes V des grains et la somme des volumes des sphères circonscrites à chaque grain, le diamètre de chaque sphère étant égal à d, dimension maximale de chacun des grains correspondants, soit :

$$\frac{\Sigma V}{\frac{\pi}{6}\Sigma d^3}$$

Une valeur courante de ce coefficient est 0,20; il est recommandé de ne jamais descendre au-dessous de 0,15.

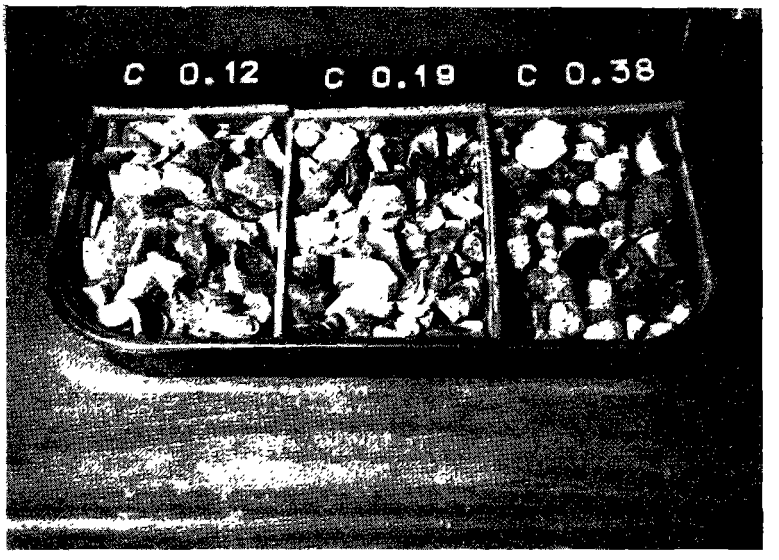


FIG. 9.9. — Gravier 16/25 mm de formes différentes.
(*A gauche*) gravier à forte proportion de plats et aiguilles :
coefficient de forme = 0,12.
(*Au centre*) gravier courant :
coefficient de forme = 0,19.
(*A droite*) gravier arrondi :
coefficient de forme = 0,38.

9.314. Eau de gâchage

L'eau de gâchage doit être propre et ne pas contenir plus de 5 grammes par litre de matières en suspension (vases, limons, etc.), ni plus de 35 grammes par litre de matières et sels solubles, sous réserve que ces sels dissous ne risquent pas de nuire à la conservation des bétons (acides, sulfates, sels corrosifs, matières organiques).

L'eau de mer n'est pas autorisée, sauf justifications spéciales et accord du Maître de l'Œuvre.

Toute eau de qualité douteuse doit être soumise à une analyse.

L'utilisation d'eau de mer comme eau de gâchage provoque généralement une chute sensible de la résistance du béton; de plus, elle favorise la corrosion des armatures et peut être particulièrement dangereuse dans le cas de bétons fortement armés ou précontraints. De toute façon, il faut considérer que le poids de chlorure de sodium introduit par l'eau de mer est d'environ 2 % du poids du ciment.

9.315. Adjuvants

Les adjuvants sont des produits d'addition, ajoutés en faible quantité aux mortiers et bétons au début de leur malaxage et destinés à en modifier certains caractères. L'utilisation des adjuvants doit faire l'objet de justifications spéciales, ainsi que d'un accord du Maître de l'Œuvre.

Le mode d'emploi et le dosage doivent être prescrits par le Maître de l'Œuvre et strictement respectés. Des précautions particulières doivent être prises pour assurer une répartition uniforme du produit dans le mélange.

Les adjuvants se présentent sous forme de poudres ou de liquides que l'on ajoute au début du malaxage, afin d'en assurer une répartition uniforme.

On distingue principalement :

1. *Les plastifiants et fluidifiants :*

Ces produits permettent de réduire la quantité d'eau de gâchage pour une même plasticité ou d'accroître la plasticité pour une meilleure ouvrabilité sans augmentation de l'eau de gâchage.

2. *Les entraîneurs d'air :*

Ces produits, parfois mélangés préalablement au ciment (ciment à entraînement d'air), provoquent l'inclusion dans la masse de béton de bulles d'air, nombreuses mais très fines, qui confèrent au béton frais une plus grande plasticité et au béton durci une meilleure résistance au gel.

3. *Les retardateurs de prise :*

Ces produits peuvent être nécessaires lorsque la prise du béton doit être retardée (arrêt et reprise de bétonnage, parements lavés, bétonnage par temps très chaud, etc...).

4. *Les accélérateurs de prise :*

Ces produits sont utilisés en cas de décoffrage rapide ou de bétonnage par temps froid. Un accélérateur de prise couramment utilisé est le chlorure de calcium, mais son emploi est sévèrement limité, en raison de risques graves de corrosion des armatures.

Certains adjuvants peuvent :

— soit présenter des dangers de corrosion pour les armatures et les éléments incorporés au béton (serpentins de chauffage, plomberie, etc...);

— soit agir fâcheusement sur d'autres caractères (les accélérateurs de durcissement augmentent le retrait, les anti-gels diminuent la résistance, etc...).

Ces dangers doivent être pris en considération lors du choix d'un adjuvant.

Par ailleurs, il faut se rappeler, en toutes occasions, que le dosage d'un adjuvant doit être faible et uniforme. La plupart des incidents, imputables à l'emploi d'adjuvants, sont dus à des dosages excessifs, souvent difficiles à contrôler sur chantier, ou à des mélanges non parfaitement homogènes.

En raison de risques graves de corrosion des armatures, l'utilisation du chlorure de calcium et des adjuvants contenant des chlorures est interdite pour la confection des mortiers et bétons entrant dans la construction ou la fabrication :

— des ouvrages en béton précontraint;

— des cuves et réservoirs;

— des planchers dans lesquels les armatures principales ou secondaires des poutrelles sont constituées par des feuillards ou des tôles minces;

— des planchers dans lesquels sont incorporés des serpentins de chauffage;

— des éléments en béton traités par étuvage.

Pour les autres ouvrages en béton armé, l'utilisation du chlorure de calcium et des adjuvants contenant des chlorures n'est autorisée que sous les réserves suivantes :

1) Le chlorure de calcium et les adjuvants contenant des chlorures ne doivent pas être employés avec les ciments de laitier à base de chaux, ni avec les ciments alumineux, ni avec les ciments métallurgiques sursulfatés.

Pour les ciments autres que les ciments Portland, on doit procéder préalablement à un essai de prise, et s'il y a lieu, en raison des conditions d'utilisation du béton, à un essai de résistance à la compression à court terme, car les résultats varient suivant la nature et les proportions des constituants, ainsi que suivant la proportion des chlorures éventuellement incorporés dans le ciment à la fabrication.

2) Les dosages maximaux autorisés de chlorure de calcium, — rapports entre le poids de chlorure de calcium du commerce (paillettes à 75-77 % de $CaCl_2$) et le poids de ciment mis en œuvre, — sont les suivants :

— 2 % pour les mortiers, pour les bétons non armés et pour les bétons armés dont les armatures sont recouvertes d'au moins 4 cm de béton;

— 1 % pour les bétons armés lorsque les armatures sont recouvertes d'au moins 2 cm de béton.

Les dosages indiqués concernent la qualité totale des chlorures, c'est-à-dire qu'ils tiennent compte de la quantité de chlorures qui est éventuellement contenue dans le liant, ou dans un autre constituant du béton, ou dans un autre adjuvant utilisé conjointement avec le chlorure de calcium.

Si donc on emploie un autre adjuvant conjointement avec le chlorure de calcium, il faudra s'assurer que le second adjuvant ne contient pas de chlorures ou, s'il en contient, en tenir compte et vérifier que la quantité totale de chlorures ne dépasse pas, compte tenu des autres sources possibles d'introduction de chlorures, le pourcentage maximal autorisé.

Le chlorure de calcium et les adjuvants contenant du chlorure doivent être conservés à l'abri de l'humidité. Le chlorure de calcium et les adjuvants contenant du chlorure ne doivent jamais être incorporés directement dans les mortiers et bétons. Quel que soit le mode d'incorporation (solution préalable dans l'eau et addition de cette solution à l'eau de gâchage, ou incorporation directe dans l'eau de gâchage), on doit toujours s'assurer que le produit est totalement dissous et prendre les dispositions nécessaires pour que la concentration soit aussi uniforme que possible. On doit, en particulier, utiliser un agitateur pour homogénéiser la solution à tous ses stades, aussi bien au stade de l'utilisation d'une solution préalable qu'au stade du mélange à l'eau de gâchage.

Pour l'utilisation du chlorure de calcium, sans utilisation conjointe d'un autre adjuvant contenant du chlorure, la méthode suivante est recommandée :

On prépare au préalable une solution de chlorure de calcium dans l'eau de la façon suivante :

a) se procurer un réservoir de plus de 100 litres;

b) y verser 80 litres d'eau et repérer le niveau par une marque indélébile;

c) y verser progressivement un sac de chlorure de calcium, en agitant vigoureusement et continuellement pour assurer la dissolution complète des paillettes : on obtient ainsi 100 litres d'une solution dont le titre correspond à 0,5 kg de paillettes par litre;

d) dans la bétonnière en marche, dans laquelle on aura introduit au moins la moitié de l'eau de gâchage nécessaire, verser autant de fois 2 litres de solution que de kilogrammes

de chlorure à introduire dans le béton, c'est-à-dire par exemple : 1 litre de solution par sac de ciment de 50 kg, lorsque le dosage prévu est 1 % du poids de ciment (0,5 kg de chlorure pour 50 kg de ciment);

e) ajouter le complément d'eau de gâchage;

f) laisser ensuite tourner la bétonnière pendant un temps suffisant pour obtenir un bon mélange (au moins une minute et demie ou davantage, selon l'efficacité de la bétonnière utilisée).

Lorsqu'on utilise conjointement du chlorure de calcium ou un adjuvant contenant des chlorures avec un autre adjuvant, on doit s'assurer qu'il n'y a pas d'incompatibilité des deux produits, c'est-à-dire que le mélange des deux adjuvants ne doit pas donner naissance à des réactions chimiques susceptibles d'annihiler l'effet escompté; il ne doit pas, en particulier, entraîner de précipitation de sel insoluble.

9.316. Dosages

1. *Dosage du ciment*

Sauf justifications spéciales et accord du Maître de l'Œuvre, le dosage en ciment doit être compris entre 250 kg et 450 kg par mètre cube de béton en œuvre. Pour les ouvrages courants de béton armé, le dosage de ciment doit atteindre 350 kg/m^3. Pour les ouvrages de béton armé nécessitant des qualités particulières d'étanchéité et de compacité, ainsi que pour les ouvrages de béton précontraint, ce dosage doit atteindre 450 kg/m^3.

Le dosage d'un béton peut être étudié par l'une des nombreuses méthodes théoriques ou expérimentales; une telle étude aboutit à une formule qui fixe, dans chaque cas, les quantités de chacun des constituants (y compris l'eau) devant entrer dans la composition d'un mètre cube de béton *en œuvre*.

Le dosage est dit « volumétrique » si ces quantités sont indiquées en volume et « pondéral » si ces quantités sont indiquées en poids, ce qui est préférable.

Le dosage de ciment le plus courant pour le béton de structures en béton armé exposées aux intempéries, est de 350 kg/m^3. Mais on peut faire varier ce dosage en se basant sur les principes suivants :

a) la résistance d'un béton est d'autant plus élevée que le dosage en ciment est important;

b) l'augmentation du dosage en ciment augmente les risques de retrait et de fissuration du béton, ainsi que le dégagement de chaleur due à la prise;

c) à résistance équivalente, le dosage en ciment peut être diminué si la dimension d des granulats est plus grosse; cette diminution peut être faite proportionnellement à $\sqrt[5]{d}$.

On peut adopter, comme règle empirique, que le dosage en ciment pour le béton armé ne doit pas être inférieur à $\frac{550}{\sqrt[5]{d}}$ (en kg par mètre cube de béton en œuvre), soit :

350 kg/m^3, pour $d =$ 10 mm
315 kg/m^3, pour $d =$ 16 mm
290 kg/m^3, pour $d =$ 25 mm
250 kg/m^3, pour $d =$ 50 mm
220 kg/m^3, pour $d =$ 100 mm.

2. *Dosage des granulats*

Le dosage des granulats est défini par les proportions en volume ou, de préférence, en poids des différents granulats entrant dans la composition d'un mètre cube de béton en œuvre. La détermination de ces proportions doit faire l'objet d'une étude expérimentale particulière, à moins que le constructeur ne dispose, pour des matériaux analogues utilisés dans des conditions identiques, de règles pratiques sûres et confirmées par une longue expérience de ces matériaux.

La proportion relative de sable et de gravier doit être telle que le béton présente une homogénéité satisfaisante, sans aucun risque de ségrégation.

Dans la plupart des cas, le choix et le dosage des granulats doivent être définis par une étude en laboratoire, tenant compte de la nature de l'ouvrage, de ses caractères structurels, des résistances exigées, de la nature, de la forme et de la granularité des granulats disponibles, etc... A titre indicatif, la méthode suivante, dite « méthode du coefficient $\frac{G}{S}$ » peut être employée dans les cas courants :

Méthode du coefficient $\frac{G}{S}$:

Cette méthode de composition des bétons est purement expérimentale et basée sur les nombreux essais effectués sur des bétons les plus divers fabriqués dans ce laboratoire.

Dans le cas le plus courant d'un béton binaire, constitué à partir de deux granulats (un poids S de sable et un poids G de gravier), le dosage se trouve défini par la connaissance du rapport $\frac{G}{S}$, une fois fixé le dosage en ciment C d'après les indications du paragraphe précédent.

La valeur courante du rapport $\frac{G}{S}$ peut, en général, être prise égale à 2,0; mais on peut la faire varier entre 1,5 et 2,4, en tenant compte des principes suivants :

a) Plus $\frac{G}{S}$ est élevé, plus le béton présentera des résistances mécaniques élevées; par contre, il est sensible à la ségrégation et présente des difficultés de mise en œuvre par manque d'ouvrabilité ou par effet de paroi important.

b) *Pour un béton très plastique*, riche en mortier, de bonne ouvrabilité, donnant des parements de bonne apparence avec mise en œuvre facile, mais ne permettant pas des résistances exceptionnelles, on peut prendre :

$$1{,}5 \leqslant \frac{G}{S} \leqslant 1{,}7.$$

c) *Pour un béton normal* de béton armé courant, de plasticité variable selon l'ouvrage en fonction du dosage en eau, se mettant assez facilement en œuvre et donnant de bonnes résistances, on peut prendre :

$$1{,}8 \geqslant \frac{G}{S} \leqslant 2{,}0.$$

d) *Pour un béton à forte compacité*, de consistance « ferme », présentant des résistances élevées, mais sujet à ségrégation et nécessitant des précautions de mise en œuvre (en particulier, une vibration puissante), on peut prendre :

$$2 < \frac{G}{S} \leqslant 2{,}2 \text{ et exceptionnellement } 2{,}4.$$

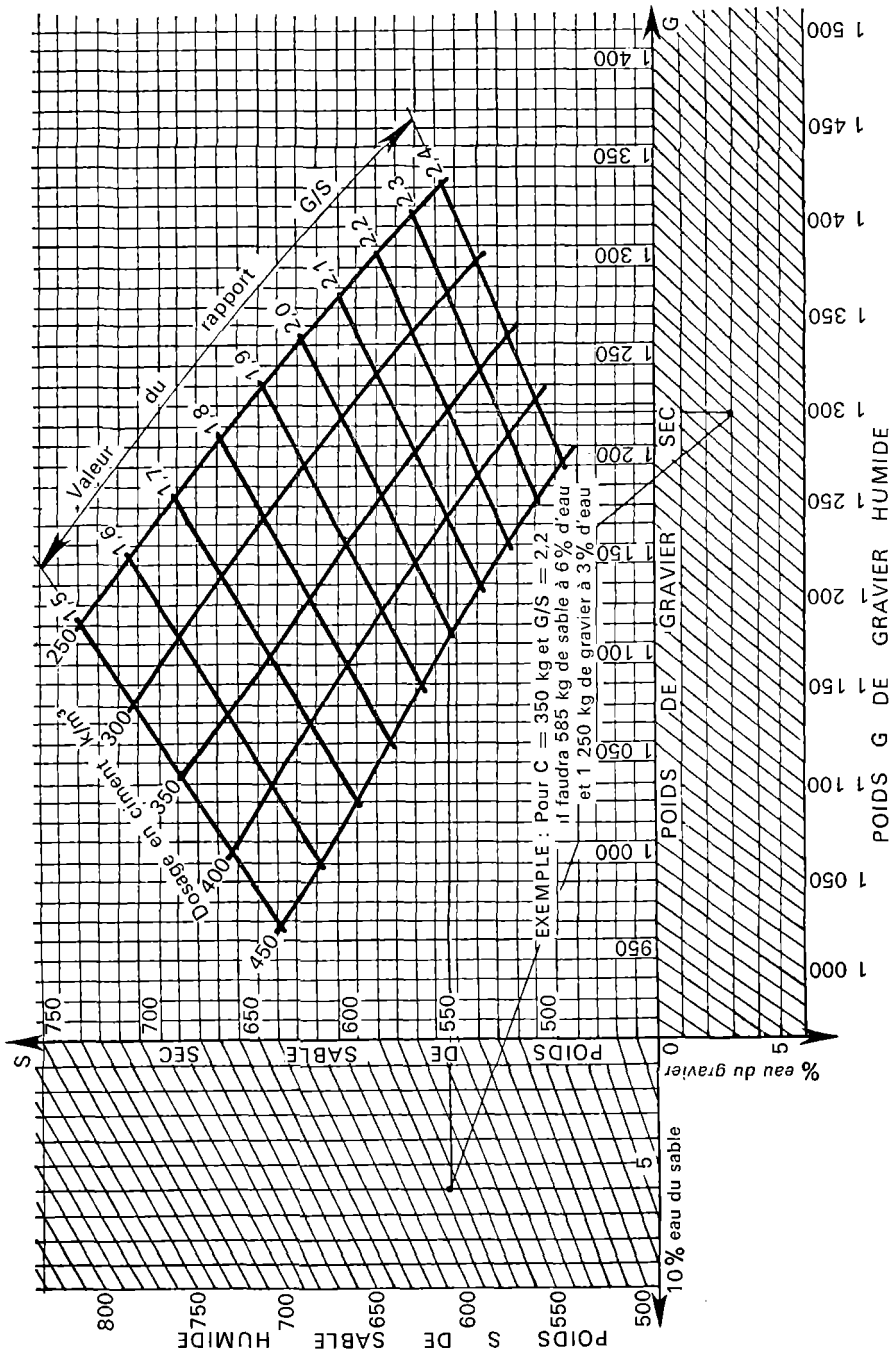

Valeur du rapport G/S
Dosage en ciment kg/m³
EXEMPLE : Pour C = 350 kg et G/S = 2,2
il faudra 585 kg de sable à 6% d'eau
et 1 250 kg de gravier à 3% d'eau
POIDS DE SABLE SEC
POIDS DE GRAVIER SEC
POIDS G DE GRAVIER HUMIDE
POIDS S DE SABLE HUMIDE
% eau du gravier
% eau du sable

FIG. 9.10.

e) *Dans le cas des granulats roulés*, les valeurs de $\frac{G}{S}$ précédentes sont valables, mais, si l'on dispose de granulats concassés, on doit prendre pour $\frac{G}{S}$ des valeurs légèrement inférieures, en déduisant par exemple :

— 0,1 dans le cas de sable roulé et gravier concassé;
— 0,2 dans le cas de sable et gravier concassés.

Le coefficient $\frac{G}{S}$ étant choisi, ainsi que le dosage en ciment, on peut définir les quantités de gravier et de sable, en tenant compte de ce que le poids total ($C + G + S +$ eau) doit être égal au poids d'un mètre cube de béton en œuvre.

L'abaque suivant permet de calculer facilement ces quantités dans le cas courant de deux granulats : un sable 0/5 mm et un gravier 5/25 mm de poids spécifique $\varpi = 2{,}6$. Si l'on emploie des granulats dont le poids spécifique ϖ est différent de 2,6, il convient de rectifier les poids lus sur l'abaque en les multipliant par le rapport $\frac{\varpi}{2{,}6}$.

Les poids indiqués sont en poids *secs*, mais on peut remarquer que, si l'on a mesuré (ou estimé) les teneurs en eau des granulats, on peut lire directement sur les échelles obliques les poids *humides* réels à introduire à la bétonnière.

Le poids total de gravier ainsi défini G reste valable approximativement dans les cas où l'on emploie plusieurs graviers; les proportions de chacun d'eux G_1, G_2, G_3 sont telles que $G_1 + G_2 + G_3 = G$. La répartition des poids G_1, G_2, G_3 est telle que la courbe granulométrique du mélange $G_1 + G_2 + G_3$ présente une continuité régulière.

On peut passer du dosage pondéral au dosage volumétrique en divisant les poids par la densité apparente des granulats employés.

Lorsque la formule théorique de dosage a été ainsi calculée, on définit par un essai préalable :

— Le dosage en eau nécessaire pour obtenir la plasticité désirée.

— La densité du béton frais en œuvre qui permet d'apporter aux poids théoriques de granulats les corrections nécessaires, pour que la formule ainsi corrigée corresponde bien à un mètre cube de béton en œuvre, le poids de ce mètre cube devant être égal à la somme des poids des composants y compris l'eau, prévus dans la formule de dosage.

— La résistance du béton ainsi préparé.

3. *Dosage de l'eau et plasticité*

Le dosage en eau (*eau totale*) est fixé pour des granulats supposés *secs* et pour un mètre cube de béton en œuvre. Si les granulats employés contiennent une certaine quantité d'eau, cette quantité, *l'eau d'apport*, doit être évaluée et déduite de l'eau totale prévue; on obtient ainsi *l'eau à ajouter* lors du malaxage.

Le dosage en eau doit être suffisant pour que le béton présente la plasticité compatible avec une bonne ouvrabilité, mais il ne doit pas être excessif car les résistances du béton diminuent quand le dosage en eau augmente. On ne doit jamais, à la sortie du malaxeur, rajouter de l'eau à un béton jugé trop sec.

La plasticité désirée peut être définie par la mesure au cône d'Abrams (« Slumptest »).

Le dosage en eau d'un béton ne peut et ne doit être défini qu'en fonction de la plasticité désirée. Il n'est aucune théorie qui, ayant permis de calculer *a priori* un dosage théorique de l'eau, justifierait le maintien de ce dosage s'il aboutit *en fait* à un béton de plasticité non satisfaisante et qui serait, soit trop mou, soit trop sec. C'est donc toujours par un essai préalable que ce dosage peut être pratiquement et définitivement fixé. Il est toute-

fois nécessaire de pouvoir l'évaluer approximativement *a priori*. On peut, en général, se baser sur les principes suivants :

Pour les dosages en ciment $C = 300$ à 400 kg/m³, on peut adopter un dosage en eau totale E sur granulats secs, tel que : $0{,}4 \leqslant \frac{E}{C} \leqslant 0{,}6$ avec la valeur moyenne $\frac{E}{C} = 0{,}5$.

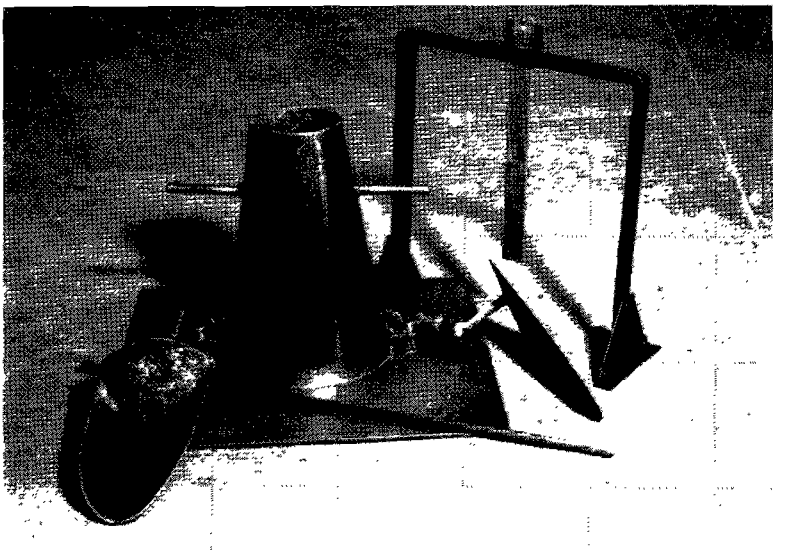


FIG. 9.11. — Appareillage pour mesure de la plasticité par la méthode du «cône d'Abrams». Plateau, cône, tige de piquage, pelle, truelle et portique de mesure.

On prend $\frac{E}{C} < 0{,}5$ si l'on cherche à réaliser des bétons *fermes ou très fermes*, ou si le sable présente une granularité peu chargée en éléments fins, ou si le gravier est à majorité de gros éléments et de nature très poreuse, ou pour des valeurs de $\frac{G}{S} > 2$, ou encore si l'on emploie un adjuvant (plastifiant ou fluidifiant). Dans les cas contraires, on prend

$$\frac{E}{C} > 0{,}5.$$

Le dosage en eau étant ainsi approximativement évalué, on exécute une petite gâchée pour essai préalable et l'eau pratiquement nécessaire est ajoutée dans le mélange de façon à obtenir la plasticité souhaitée.

La plasticité peut se mesurer par différentes méthodes ; la plus simple est celle du « Slump-test » au cône d'Abrams :

Dans un moule en tôle sans fond, tronconique, on introduit du béton en 3 couches successives mises en place par piquage à raison de 25 coups par couche à l'aide d'une tige d'acier de 16 mm de diamètre, longue de 600 mm et dont les extrémités sont hémisphériques.

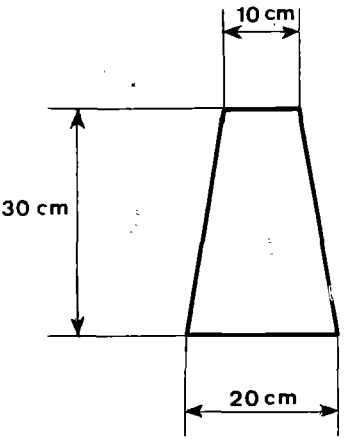


FIG. 9.12.

Après avoir arasé le moule avec une truelle, on démoule immédiatement en soulevant le moule avec précaution, lentement, à la verticale et sans secousses, et l'on procède à la mesure de l'affaissement sur le point le plus haut du béton affaissé.

Pour les bétons courants, on peut, en général, admettre les valeurs approximatives suivantes :

Affaissement du cône d'Abrams	Catégorie de consistance
0 à 2 cm	Béton ferme
3 à 7 cm	Béton plastique
8 à 15 cm	Béton mou

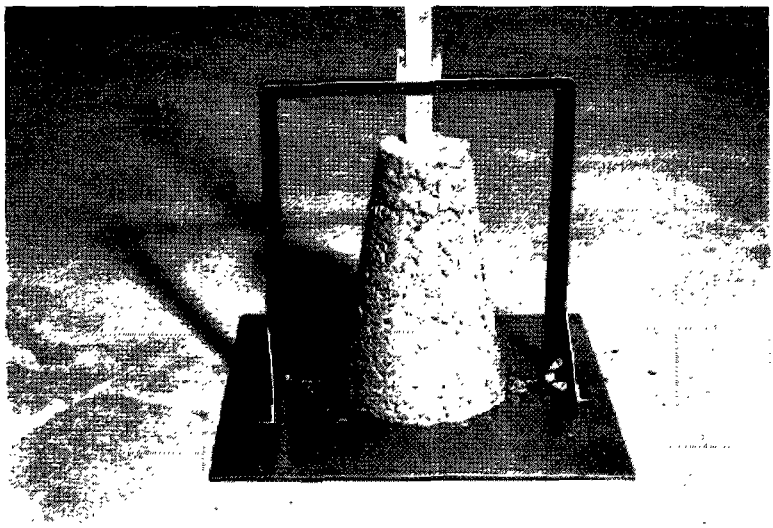


FIG. 9.13. — Mesure de la plasticité sur un béton très ferme (affaissement au cône pratiquement nul).

La quantité d'eau totale étant ainsi définie, on doit tenir compte, lors de l'exécution, de l'eau d'apport des granulats et la déduire de l'eau totale pour trouver la quantité d'eau à ajouter au malaxeur; la quantité d'eau d'apport peut être importante dans certains cas; par exemple, à titre indicatif, on obtient dans le cas de granulats silico-calcaires :

Degré apparent d'humidité	Eau d'apport en l/m³			
	Sable 0/5	Gravillon 5/16	Gravier 16/25	Gravier 5/27
Apparence :				
Sèche	10 à 20	5	Négligeable	Négligeable
Humide	30 à 60	20 à 30	5 à 15	10 à 20
Très humide	80 à 120	40 à 60	20 à 40	30 à 50
Saturée	120 à 150	70 à 90	50 à 60	60 à 75

La méthode la plus efficace pour assurer la constance du dosage en eau consiste à contrôler très fréquemment la plasticité par « Slump-test ».

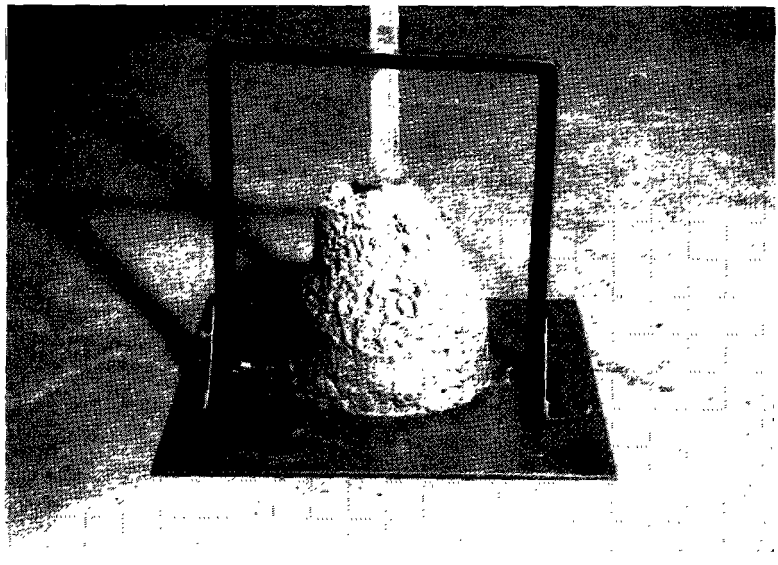


FIG. 9.14. — Mesure de la plasticité sur un béton plastique (affaissement au cône : 7 cm).

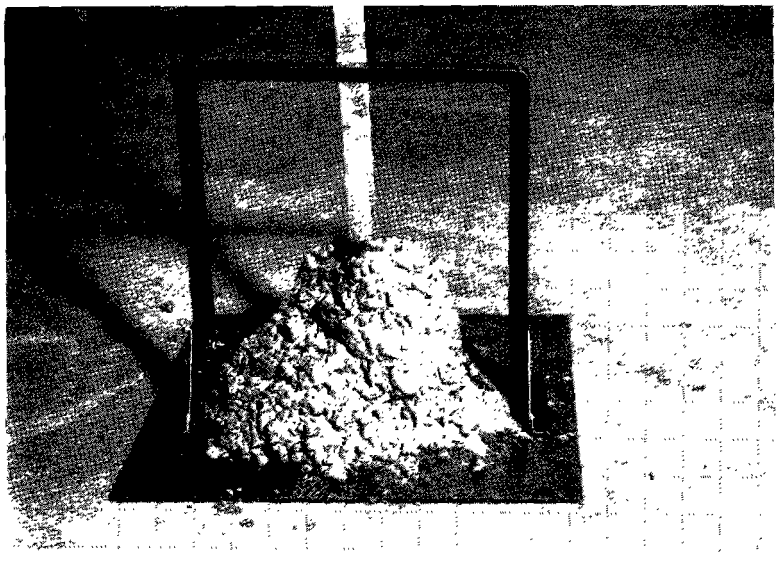


FIG. 9.15. — Mesure de la plasticité sur un béton mou (affaissement au cône : 12 cm).

Une plastiticité de 5 à 7 cm convient, en général, très bien pour des bétons normalement vibrés.

FIG. 9.16. — Appréciation de la plasticité à la main.

Avec un béton plastique (affaissement au cône 7 cm), on doit pouvoir encore constituer une boule dans la main.

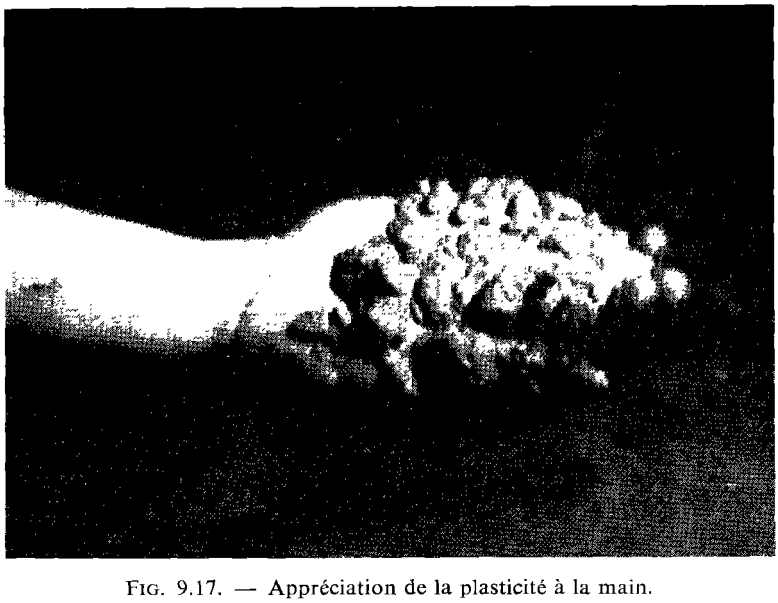


FIG. 9.17. — Appréciation de la plasticité à la main.

Un béton mou (affaissement au cône 12 cm) ne permet pas la constitution d'une boule, mais s'écoule entre les doigts.

9.32. ESSAIS DE RÉSISTANCE DU BÉTON

9.321. Nature des essais

Les essais ont pour but d'évaluer et de contrôler la résistance de compression et la résistance de traction du béton. Ces essais peuvent avoir deux buts distincts :

1. *Le contrôle*

Les essais de contrôle ont pour but de contrôler la résistance intrinsèque du béton à sa fabrication, indépendamment des conditions ultérieures de transport, de mise en œuvre, de vibration, de cure et de conservation.

Les essais de contrôle sont réalisés sur des éprouvettes prélevées au malaxeur et conservées dans des conditions normalisées; ils permettent notamment de vérifier que les caractères intrinsèques du béton sont conformes aux prévisions et de déceler d'éventuelles défectuosités de certains composants (ciment, granulats, adjuvants) ou même certaines erreurs de dosage.

2. *L'information*

Les essais d'information ont pour but d'évaluer, avec la meilleure approximation possible, la résistance du béton de l'ouvrage.

Les essais d'information sont réalisés sur des éprouvettes prélevées au chantier, lors de la mise en place du béton dans les coffrages, et conservées dans des conditions aussi voisines que possible de celles de l'ouvrage; ils permettent notamment de décider de l'opportunité d'un décoffrage, d'un décintrement, d'une manutention, d'une mise en charge ou en précontrainte.

Toutes les opérations nécessitées par les essais doivent être exécutées par du personnel qualifié.

9.322. Prélèvement des échantillons

Le prélèvement doit permettre d'obtenir des échantillons fidèlement représentatifs du béton.

1. pour les essais de contrôle, il doit être réalisé à la sortie du malaxeur, au milieu du déchargement de la gâchée;

2. pour les essais d'information, il doit être réalisé sur le lieu de mise en place, au moment du déchargement du béton, et constitué au minimum par trois prises, en des points distincts, loin des bords de la masse qui peuvent être partiellement ségrégés.

Les prélèvements de béton doivent représenter au moins une fois et demie le volume des éprouvettes à fabriquer. Les prélèvements peuvent être remalaxés, si nécessaire, sur une surface non absorbante de façon à assurer l'homogénéité du béton prélevé. Le prélèvement doit être protégé avec soin de la pluie et du soleil; les éprouvettes doivent être confectionnées aussitôt que possible.

9.323. Moules des éprouvettes

Les moules cylindriques pour éprouvettes d'essais doivent être fabriqués en matière non absorbante et être suffisamment rigides pour ne subir aucune déformation durant la confection des éprouvettes. Le fond et le bord supérieur de ces moules ne doivent pas s'écarter de plus de 0,05 mm d'un plan de contact. L'angle formé par leur fond et leurs parois ne doit pas présenter un écart de plus de 0,5° par rapport à l'angle droit.

Les assemblages doivent être étanches et être enduits légèrement d'huile minérale (ou de toute autre substance appropriée qui ne réagisse pas avec le ciment), afin d'éviter l'adhérence du béton et du moule.

Le Code admet l'éventualité d'autres types et d'autres dimensions d'éprouvettes pour la mesure de la résistance de compression (essai d'écrasement sur cube ou sur prisme) et de la résistance de traction (essai de fendage sur cube ou essai de flexion sur prisme). En cas d'impossibilité majeure d'utiliser des éprouvettes cylindriques, on peut recommander :

a) pour l'essai d'écrasement, des prismes dont la section carrée présente un côté au moins égal à 4 fois la dimension maximale du granulat et dont la longueur est égale à 3 fois ce côté ou des cubes dont l'arête est au moins égale à 5 fois la dimension maximale du granulat;

b) pour l'essai de fendage, des cubes dont l'arête est au moins égale à 5 fois la dimension maximale du granulat;

c) pour l'essai de flexion, des prismes dont la section carrée présente un côté au moins égal à 3 fois la dimension maximale du granulat et dont la longueur est égale à 5 fois ce côté.

Pratiquement, sous réserve d'accord du Maître de l'Œuvre, on peut recommander les dimensions suivantes :

Dimension maximale du granulat		$d_M \leqslant 35$ mm	35 mm $< d_M \leqslant$ 45 mm	$d_M > 45$ mm
Écrasement	Cylindre	Diamètre = 15 cm Hauteur = 30 cm	Diamètre = 20 cm Hauteur = 40 cm	Diamètre = 25 cm Hauteur = 50 cm
	Prisme	Côté = 15 cm Hauteur = 45 cm	Côté = 20 cm Hauteur = 60 cm	Côté = 25 cm Hauteur = 75 cm
	Cube	Arête = 15 cm	Arête = 20 cm	Arête = 30 cm
Fendage	Cylindre	Diamètre = 15 cm Hauteur = 30 cm	Diamètre = 20 cm Hauteur = 40 cm	Diamètre = 25 cm Hauteur = 50 cm
	Cube	Arête = 15 cm	Arête = 20 cm	Arête = 30 cm
Flexion	Prisme	Côté = 10 cm Hauteur = 50 cm	Côté = 15 cm Hauteur = 75 cm	Côté = 20 cm Hauteur = 100 cm

Le Code indique les coefficients de correspondance entre les résultats de ces divers types d'essai.

Pour ce qui est des tolérances, les faces intérieures des moules cubiques et prismatiques ne doivent pas s'écarter de plus de 0,05 mm d'un plan de contact. Par ailleurs, comme pour les moules cylindriques, l'angle formé par le fond et les parois ne doit pas présenter un écart de plus de 0,5° par rapport à l'angle droit.

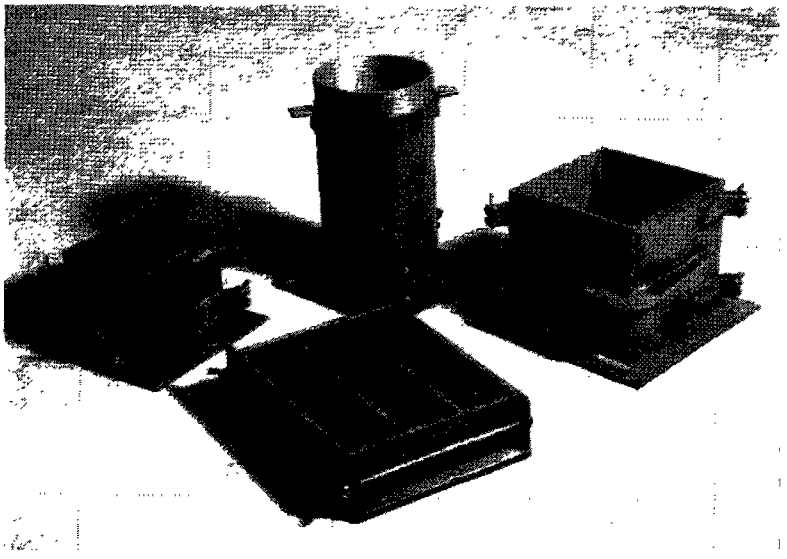


FIG. 9.18. — Moules pour confection d'éprouvettes.

9.324. Nombre des éprouvettes

Chaque prélèvement de contrôle doit comporter six éprouvettes cylindriques, dont trois doivent subir l'essai d'écrasement (pour la mesure de la résistance à la compression) et trois l'essai de fendage (pour la mesure de la résistance à la traction). Le nombre et la cadence des prélèvements de contrôle doivent être fixés par le Maître de l'Œuvre, compte tenu du volume de l'ouvrage, de la cadence du bétonnage, des caractères exigés pour le béton et des difficultés rencontrées pour les obtenir.

Dans la plupart des cas, on peut admettre par qualité de béton, un minimum de 6 éprouvettes cylindriques (3 pour l'écrasement et 3 pour le fendage) par jour et 200 m³.

9.325. Confection et conservation des éprouvettes

1. S'il s'agit d'essais de contrôle, les éprouvettes fabriquées avec du béton prélevé au malaxeur doivent être conservées 24 heures dans leur moule, muni d'un couvercle, et dans une enceinte à la température de 20 °C ± 4 °C. Après démoulage, elles doivent être conservées dans l'eau à une température de 20 °C ± 2 °C (ou à défaut dans l'air, à une température de 20 °C ± 2 °C et à un degré hygrométrique de 95 % au moins).

2. S'il s'agit d'essais d'information, le béton doit être prélevé à son lieu d'emploi et les éprouvettes conservées dans des conditions aussi proches que possible de celles de l'ouvrage.

Dans les deux cas, le serrage du béton dans les moules en une ou plusieurs couches doit être réalisé par piquage, damage ou vibration, selon le mode utilisé pour l'ouvrage lui-même. Si le béton doit être vibré, on peut vibrer les éprouvettes sur table vibrante ou, à défaut, employer un pervibrateur pneumatique ou électrique dont le diamètre ne doit pas dépasser le cinquième

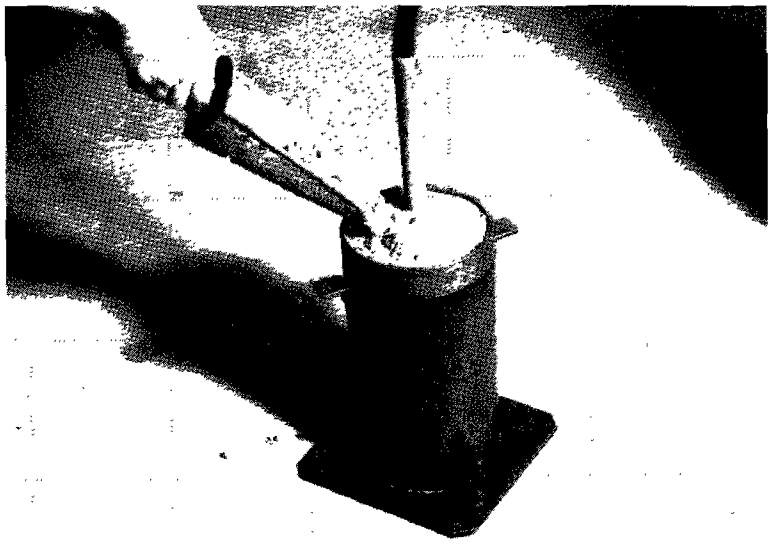


FIG. 9.19. — Confection d'une éprouvette cylindrique de 15 cm de diamètre.
La vibration est assurée avec un petit pervibrateur de 25 mm de diamètre et le moule est alimenté en béton, au fur et à mesure que l'on retire lentement le pervibrateur.

de la dimension transversale des éprouvettes; dans le cas contraire, le vibrateur doit être appliqué sur la paroi extérieure du moule. Au cours de la vibration, on doit alimenter le moule en béton, de façon à le maintenir toujours bien plein.

A titre indicatif, il est possible, pour la confection des éprouvettes d'adopter le processus suivant :

a) *Cylindres :* $\varnothing$ 15 cm, en deux couches.
b) *Cubes :* arête = 15 cm, en une couche,
arête $\geqslant$ 20 cm, en deux couches.
c) *Prismes :* côté 10 cm, en une couche,
côté $\geqslant$ 15 cm, en deux couches.

Si le serrage du béton dans l'ouvrage est effectué par vibration, le serrage du béton des éprouvettes doit également se faire par vibration sur table vibrante ou, à défaut, à l'aide d'un pervibrateur de 25 mm de diamètre, de 30 à 40 cm de longueur et de fréquence de vibration supérieure à 10 000 périodes par minute. La durée de vibration doit être, pour chaque couche, de 18 secondes dans le cas de bétons fermes (affaissement : 0 à 2 cm) et

de 12 secondes dans le cas de bétons plastiques (affaissement : 3 à 7 cm). Pour les bétons mous (affaissement $\geqslant$ 8 cm), la mise en œuvre se fait en général sans vibration; dans ce cas, le béton des éprouvettes doit être mis en place par piquage à l'aide d'une barre en acier de 16 mm de diamètre, de 60 cm de longueur à raison de 12 coups par couche et pour 100 cm² de surface.

Le marquage des éprouvettes doit être exécuté, aussitôt après coulage, au moyen d'une marque à la craie sur les moules, à l'exclusion de tout marquage à la pointe sur la surface du béton. Un simple numéro d'ordre suffit, à condition que tous les autres renseignements nécessaires soient consignés dans un registre de contrôle : date, dosage, ouvrage ou partie de l'ouvrage où a été employé le béton, etc...

9.326. Processus d'essai

Les essais doivent être réalisés sur une machine d'essai, dûment vérifiée et étalonnée, de manière continue et sans choc. L'erreur sur les charges dans l'intervalle de chargement ne doit pas dépasser $\pm$ 1 %.

La machine d'essai doit être équipée d'un plateau à rotule sphérique dont le centre doit coïncider approximativement avec le centre de la face de chargement supérieure de l'éprouvette; l'autre plateau sur lequel repose l'éprouvette doit être constitué par un bloc massif très rigide.

Si la précision des moules n'est pas satisfaisante, les dimensions de toutes les éprouvettes doivent être mesurées à 1 mm près.

1. *Age du béton lors des essais*

Pour les essais de contrôle, l'âge du béton lors des essais est fixé à 28 jours.

Pour les essais d'information, l'âge sera celui auquel on désire connaître la résistance atteinte par le béton de l'ouvrage, par exemple, en vue d'un décoffrage, d'un décintrement, d'une mise en charge ou d'une mise en précontrainte. Un nombre suffisant d'éprouvettes aura dû être prévu en conséquence.

2. *Essai d'écrasement*

(Mesure de la résistance du béton à la compression).

Les faces de chargement des éprouvettes qui s'écartent de plus de 0,05 mm d'un plan de contact doivent être surfacées ou rectifiées, de manière à présenter une surface plane normale à l'axe à moins de 0,5° près. Les surfaçages, réalisés aussi minces que possible, ne doivent ni fluer ni fissurer au cours de l'essai de l'éprouvette.

L'éprouvette doit être bien centrée entre les plateaux de la presse et la mise en charge doit s'effectuer à vitesse constante, de telle manière que l'accroissement de la charge provoque une augmentation de contrainte de 6 $\pm$ 4 bars²/sec. Au cours de la première moitié de la mise en charge, une vitesse de chargement plus grande est tolérée. La mise en charge doit être poursuivie jusqu'à rupture de l'éprouvette. La charge maximale atteinte doit être enregistrée.

Les cylindres et les prismes doivent être essayés verticalement entre les plateaux de la presse; leur face supérieure doit être surfacée ou rectifiée. Les cubes doivent être essayés, de préférence, en plaçant les faces latérales de moulage au contact des plateaux de la

FIG. 9.20. — Essai d'écrasement d'un cylindre pour la mesure de la résistance à la compression.

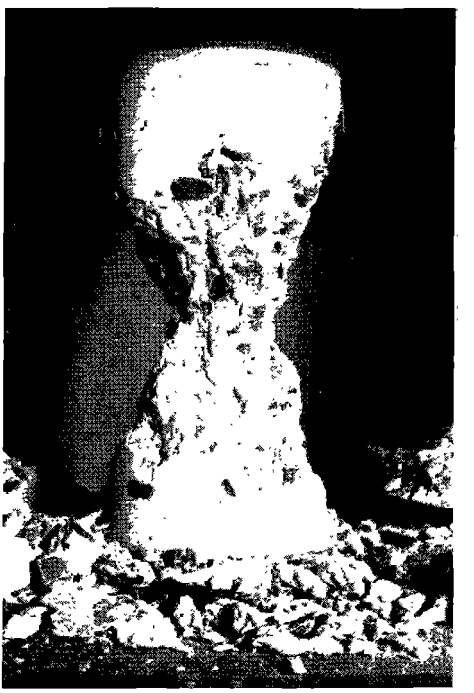


FIG. 9.21. — Essai d'écrasement d'un cylindre, après dégarnissage de la partie fissurée.

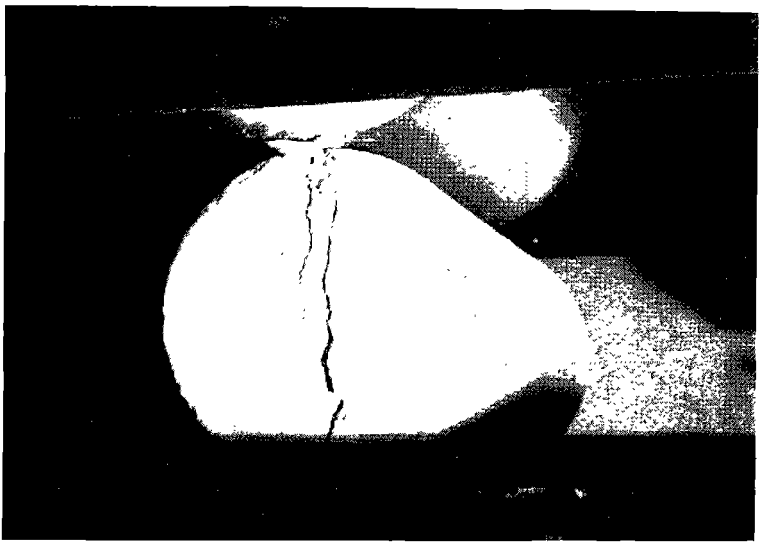


FIG. 9.22.
Essai de fendage d'un cylindre, pour la mesure de la résistance à la traction.

presse; si la précision de planitude de ces faces est suffisante (< 0,05 mm), aucun surfaçage ou rectification n'est nécessaire.

Le surfaçage peut avoir lieu au moment du moulage, dans un délai de 2 à 6 heures, au moyen d'une mince couche de pâte pure de ciment Portland. Le ciment utilisé pour ce surfaçage doit être malaxé pour obtenir une pâte pure consistante 1 à 4 heures avant son utilisation et remalaxé. Le surfaçage est réalisé au moyen d'une plaque de verre de 6 mm d'épaisseur au moins ou d'une plaque métallique rectifiée de 12 mm d'épaisseur au moins, dont les dimensions excèdent celles du moule de plus de 25 mm.

L'adhérence de la pâte à la plaque de surfaçage peut être évitée en enduisant la plaque d'une fine couche d'huile ou de graisse. On doit travailler la pâte de ciment jusqu'à ce que la surface inférieure de la plaque soit étroitement en contact avec le bord supérieur du moule en tous points. La plaque doit rester en place jusqu'au moment du démoulage de l'éprouvette.

Pour le surfaçage des éprouvettes au moment de l'essai, on peut utiliser un mélange, en fusion, de soufre, de noir de fumée, et de sable fin composé, par exemple, de :

soufre (50 kg), noir de fumée (1,6 kg) et sable fin (30 kg).

3. *Essai de fendage*

(Mesure de la résistance du béton à la traction.)

Les éprouvettes sont placées entre les plateaux de la presse, le long de deux génératrices (s'il s'agit d'éprouvettes cylindriques) ou au contact de deux faces extrêmes (s'il s'agit d'éprouvettes cubiques). La charge peut être appliquée rapidement jusqu'à 50 % de la charge de rupture; elle doit être ensuite augmentée plus lentement, à une vitesse telle que l'accroissement de contrainte sur la fibre extrême n'excède jamais 0,5 bars/seconde.

Entre les plateaux de la presse et les génératrices de contact des cylindres, doivent être interposées des bandes de contreplaqué, carton ou matériaux similaires, d'environ 15 mm de largeur et 5 mm d'épaisseur.

Il en est de même pour l'essai de fendage des cubes, la largeur des bandes interposées devant être prise égale à l'arête.

4. *Essai de flexion*

(Mesure de la résistance du béton à la traction.)

Les éprouvettes prismatiques sont essayées avec une portée égale à 3 fois le côté de leur section carrée; elles sont placées, de préférence, dans la position transverse par rapport à celle qu'elles avaient dans le moule lors de leur coulage. La charge peut être appliquée suivant le même processus que pour l'essai de fendage.

9.33. FABRICATION DU BÉTON

9.331. Approvisionnement du malaxeur

Les matériaux constitutifs du béton doivent être introduits dans l'ordre suivant : gravier, ciment, sable. L'eau ne peut être ajoutée qu'après un premier malaxage à sec du mélange gravier-ciment-sable.

Dans certains cas, il est recommandé d'introduire d'abord une partie des gros granulats et de l'eau et de faire quelques tours de malaxeur pour nettoyer les parois de la cuve et éviter que le mortier ne risque d'y adhérer.

9.332. Processus de malaxage

Le malaxage doit être assuré, de préférence, dans un appareil à axe vertical.

Pour un malaxeur de taille moyenne, tournant à raison de 15 à 20 tours par minute, la durée minimale de malaxage peut être estimée à 2 minutes.

9.34. TRANSPORT ET MISE EN ŒUVRE DU BÉTON

9.341. Contrôles avant bétonnage

Avant bétonnage, il convient de s'assurer :

a) que les coffrages ont été convenablement disposés;

b) que les armatures ont été mises en place conformément aux plans de ferraillage (notamment en ce qui concerne leur distance minimale au coffrage) et qu'elles ne risquent pas de se déplacer en cours de bétonnage ou de vibration.

9.342. Transport du béton

Le béton doit être transporté dans des conditions ne donnant lieu, ni à ségrégation, ni à un début de prise avant mise en œuvre. Toutes précautions doivent être prises pour éviter, en cours de transport, une évacuation excessive ou une intrusion de matières étrangères.

Le chef de chantier doit être attentif aux risques de ségrégation que présentent certains modes de transport du béton, en rechercher les causes et y remédier.

Lorsque le délai de transport excède 30 minutes, il est recommandé, notamment par temps chaud, de contrôler par des essais de laboratoire que ce délai de transport reste admissible.

9.343. Mise en œuvre du béton

Sauf justifications spéciales, tous les bétons doivent être mis en place par vibration.

Un programme de bétonnage doit être établi préalablement à tout commencement d'exécution et indiquer les moyens de malaxage et de transport, ainsi que le processus et la cadence de mise en place du béton. Les interruptions de bétonnage doivent être aussi réduites que possible.

Avant le bétonnage d'une pièce, le chef de chantier doit vérifier le coffrage (dimensions, solidité, étanchéité, propreté, humidification, huilage) et s'assurer que la distance des armatures aux parois est partout respectée. Il établit préalablement un plan de bétonnage en fonction des dimensions et des formes de la pièce, du débit du malaxeur, des joints de reprise à respecter, des dispositions du ferraillage, etc...

Si le ferraillage est dense sur une hauteur importante, il faut prévoir des goulottes pour conduire le béton jusqu'en fond de moule et éviter ainsi qu'il « cascade » à travers les armatures (risque grave de ségrégation). Dans ce cas, il est souhaitable que la possibilité de passage des goulottes ait été prévue par le projeteur lors du dessin du ferraillage.

Si la plasticité du béton n'est pas constante, en raison de difficultés de dosage de l'eau, un coup d'œil sur le béton dans sa benne peut permettre au chef de chantier d'apprécier sa plasticité et lui éviter de déverser une gâchée accidentellement trop sèche, dans une zone

fortement armée où l'effet de paroi serait particulièrement important, ce qui risquerait de provoquer un engorgement du béton.

Dans certains cas (par exemple, fonds de poutres très ferraillées), il est préférable de demander au bétonnier quelques gâchées plus molles. Les gâchées trop sèches (sous réserve qu'elles soient acceptables) peuvent être réservées aux tables de compression et zones moins ferraillées.

9.344. Vibration du béton

1. *Vibration interne (pervibration)*

Les pervibrateurs employés doivent pouvoir pénétrer dans toutes les parties des moules, de telle manière que, compte tenu de leur rayon d'action, ils puissent agir sur la totalité du béton. Les pervibrateurs doivent être tenus verticalement, déplacés suivant leur axe et retirés très lentement, de telle manière que leur empreinte puisse se remplir convenablement de béton.

2. *Vibration superficielle*

L'épaisseur des couches serrées par vibration superficielle à l'aide de règles ou taloches vibrantes doit être limitée à 20 cm.

La vibration donne au béton sa compacité maximale par élimination des vides d'air et remplissage parfait des moules. Elle diminue considérablement les frottements internes des grains constitutifs du béton et tend à lui donner les qualités d'un liquide.

On distingue :

a) la *vibration de coffrage* qui exige des coffrages solides où puissent être fixés les vibreurs et qui est rarement utilisée;

b) la *vibration interne (pervibration)*, réalisée au moyen d'aiguilles vibrantes, plus ou moins grosses, que l'on introduit dans la masse du béton frais. Ces aiguilles sont généralement constituées par un tube, à l'intérieur duquel tourne à grande vitesse une turbine à air comprimé, légèrement excentrée;

c) la *vibration superficielle*, réalisée au moyen de taloches, de règles vibrantes et de surfaceuses, généralement employées sur de grandes surfaces : panneaux préfabriqués, dalles, chaussées, etc...

Il ne faut pas abuser de la vibration, particulièrement dans le cas de bétons mous, car la liquéfaction du béton provoque la descente des plus gros granulats et, en surface, un excès de mortier et d'eau. Il est préférable d'opérer par courtes périodes de vibration, mais en de nombreux points, suffisamment rapprochés. Les pervibrateurs doivent être retirés lentement du béton, avant arrêt de la vibration, afin d'éviter de laisser subsister des trous qui se rempliraient ultérieurement de mortier, de laitance ou d'eau.

9.35. INTERRUPTION ET REPRISE DE BÉTONNAGE

Les interruptions de bétonnage d'un élément de structure doivent être évitées autant que possible. S'il ne peut en être ainsi, des précautions doivent être prises pour assurer une bonne adhérence du béton nouveau sur le béton ancien : il faut notamment repiquer et nettoyer à vif la surface de remise pour y faire saillir les graviers, mouiller longuement et abondamment cette surface afin de saturer d'eau le béton ancien et, enfin, éliminer l'eau en excès à l'air comprimé avant de reprendre le bétonnage. L'emplacement et la configuration

des surfaces de reprise, qui ne peuvent être réalisées que dans des zones comprimées, doivent être explicitement prévues dans le plan initial de bétonnage.

Lorsqu'une pièce ne peut, en raison de ses dimensions, être coulée en une seule opération, il convient de prévoir des joints de reprise, sans les laisser au hasard de l'avancement du bétonnage ou d'une fin de journée. Les joints de reprise ne doivent pas se présenter suivant des surfaces plus ou moins informes, mais suivant des plans disposés normalement à la direction des contraintes. Dans les volumes *importants* on doit éviter les trop grands plans de reprise, dits « coup de sabre », et les répartir en plusieurs plans (en escaliers ou en chicanes).

Les *plans verticaux* de reprise doivent être réalisés au moyen de coffrages provisoires. On peut également employer un grillage à mailles fines, soutenu par un treillis rigide. Le grillage reste noyé dans la masse et on obtient ainsi une surface rugueuse présentant un bon accrochage. Mais, dans ce cas, il faut éviter de couler contre un grillage un béton trop mou (ou pauvre en gros granulats) et de vibrer trop près et trop longtemps. Il faut ensuite, immédiatement après sa prise, éliminer la laitance qui se sera accumulée au pied du grillage, à travers lequel elle se sera écoulée.

Les *plans horizontaux* (ou dont l'inclinaison permet de bétonner en « talus ») ne doivent pas présenter des surfaces trop lisses, comme c'est souvent le cas par suite du ressuage du mortier à la vibration. On peut, au début de la prise, piquer la surface et créer ainsi de petites alvéoles. A défaut, il convient, avant d'exécuter la reprise, de repiquer et nettoyer à vif la surface plus ou moins durcie.

En *parement*, le joint de reprise (qu'il soit vertical, horizontal ou incliné) — ne doit pas se présenter suivant une ligne plus ou moins sinueuse, mais suivant des tracés bien rectilignes. A cet effet, on peut placer contre le coffrage, en fin de bétonnage, une petite baguette arrêtant nettement le béton sur quelques centimètres d'épaisseur.

Les premières gâchées de reprise peuvent être enrichies en mortier (moins de gros granulats dans le malaxeur), notamment, lorsque le béton prévu présente un coefficient $\frac{\text{gravier}}{\text{sable}}$ supérieur à 2, ou lorsque l'effet de paroi est important. Il est contre-indiqué de couler préalablement, sur la surface de reprise, une « barbotine » de ciment.

9.36. ÉTUVAGE DU BÉTON

Lorsqu'il est nécessaire d'accélérer la prise et le durcissement du béton, on peut procéder à son étuvage. Le dispositif prévu doit permettre de chauffer le béton jusqu'à une température de l'ordre de 80 °C, mais la vitesse de mise en température ne doit pas dépasser 20 °C par heure. Toutes précautions doivent être prises pour éviter la dessiccation du béton; par ailleurs, les surfaces libres doivent être maintenues sous vapeur d'eau.

Les procédés d'étuvage doivent donner lieu à une étude particulière, tant pour la composition et le dosage du béton que pour les dispositifs matériels utilisés. L'étuvage permet d'accélérer la prise et le durcissement dans des proportions très importantes et de procéder à certains décoffrages quelques heures après bétonnage.

9.37. CURE DU BÉTON

La cure a pour objet de maintenir le béton dans l'état d'humidification nécessaire à un durcissement satisfaisant; elle est indispensable par temps sec et chaud.

La cure doit être commencée dès le début de prise du béton car un retard, de quelques heures peut diminuer sensiblement son efficacité : elle doit être

poursuivie pendant une semaine dans les cas normaux et pendant deux semaines en cas de temps très sec et très chaud.

La cure peut être effectuée, soit par humidification, soit par enduit temporaire imperméable.

La cure *par humidification* consiste à arroser les surfaces libres du béton et les coffrages en bois, deux ou trois fois par jour selon la température et l'état hygrométrique de l'air. Les surfaces libres sont les plus vulnérables et il est conseillé d'y déployer des paillassons, nattes ou toiles que les arrosages intermittents doivent maintenir humides en permanence; on peut également étendre une couche de sable sur les surfaces horizontales.

L'emploi de coffrages imperméables à l'eau, tels que coffrages métalliques ou tôlés, dispense d'assurer l'humidification sur les surfaces correspondantes, tant que le béton n'a pas été décoffré.

La cure *par enduit temporaire imperméable* consiste à pulvériser sur les surfaces de béton à protéger un produit, qui constitue un enduit superficiel et empêche par son imperméabilité l'évaporation de l'eau du béton. Ces produits sont généralement des émulsions de résine qui se rompent instantanément au contact du béton frais. La mince pellicule de résine, qui se forme ainsi, constitue l'enduit protecteur. Le produit doit être légèrement coloré, de façon à pouvoir juger de la continuité et de la régularité de l'enduit.

9.38. BÉTONNAGE PAR TEMPS FROID

De manière générale, dans le cas courant d'emploi de ciment Portland sans adjuvant, le bétonnage doit être arrêté lorsque, dans les quarante-huit heures suivantes, la température ambiante risque de descendre au-dessous de 0° centigrade, — c'est-à-dire, pratiquement, lorsque la température enregistrés à 9 heures du matin (heure solaire) est inférieure à 5° centigrades.

Dans le cas d'emploi de ciments pouzzolaniques ou métallurgiques, ces valeurs minimales doivent être augmentées de 5° centigrades. Par contre, dans le cas de bétonnage en grande masse ou dans le cas d'adjonction de chlorure de calcium (en proportion maximale de 2 % ou 1 % suivant les cas, conformément au § 9.135), ces valeurs minimales peuvent être diminuées de 3° centigrades.

S'il est absolument nécessaire de continuer le bétonnage à des températures inférieures aux températures-limites prescrites ci-dessus, des précautions spéciales, faisant l'objet de justifications particulières du constructeur, doivent être prises pour maintenir toute la masse du béton à une température supérieure à 0° centigrade pendant toute la durée du bétonnage, de la prise et du durcissement.

Les précautions spéciales, pouvant permettre, à titre exceptionnel, d'effectuer le bétonnage à des températures inférieures à 0° centigrade, peuvent être les suivantes :

— stocker les granulats sous abri légèrement chauffé ou réchauffer les tas par injection de vapeur à la lance;

— employer un ciment de haute résistance, exothermique et à durcissement rapide;

— prévoir un dosage suffisant : 350 à 400 kg de ciment au mètre cube;

— employer un accélérateur de prise, tel que le chlorure de calcium (dans la proportion maximale autorisée au § 9.315);

— doser l'eau au minimum compatible avec la plasticité désirée;

— employer un fluidifiant, un plastifiant ou un entraîneur d'air;

— réchauffer l'eau de gâchage jusqu'à une température ne dépassant pas 70° centigrades à son arrivée au malaxeur;

— éviter les longs transports, les attentes avant mise en œuvre, les longues goulottes;
— abriter le malaxeur du froid;
— employer des coffrages en bois assez épais; les coffrages métalliques minces doivent être obligatoirement calorifugés, d'autant plus soigneusement que les pièces seront moins épaisses;
— protéger efficacement les surfaces nues du béton, aussitôt après la fin de bétonnage.

Si l'on applique rigoureusement ces diverses recommandations, on peut généralement continuer à bétonner par des températures comprises entre 0° et — 5° centigrades. Pour des températures atteignant — 10° centigrades, il est prudent d'arrêter tout bétonnage.

En période de gel, il convient plus que jamais, d'exécuter des prélèvements de contrôle et de les conserver dans les mêmes conditions que le béton de l'ouvrage (calorifugeage des moules, protection des éprouvettes décoffrées, etc...). Ces éprouvettes sont très utiles, en cas de doute sur le gel du béton, pour déterminer dans quelle mesure le durcissement a pu être retardé par le froid et décider si certaines opérations (décoffrage, mise en précontrainte, manutention, etc...) peuvent être entreprises comme prévu ou doivent être éventuellement retardées.

9.39. BÉTONNAGE PAR TEMPS CHAUD

Il faut éviter, par temps chaud, que le béton ne perde, du fait de l'évaporation, une proportion trop importante de son eau. Des précautions spéciales doivent être prises au cours du transport, de la mise en œuvre, de la prise et du durcissement : en particulier, la cure peut être considérée comme indispensable.

Les précautions spéciales, à prendre selon la température et l'état hygrométrique de l'air ambiant, sont les suivantes :

— arrêt de bétonnage pendant les heures les plus chaudes de la journée et, si besoin, bétonnage de nuit;
— emploi d'eau froide ou, éventuellement, refroidie par addition préalable de glace (ne jamais mettre de la glace directement dans le malaxeur);
— abriter les stocks de granulats du soleil et les arroser;
— ne jamais employer des ciments chauds;
— éviter la fabrication de bétons trop secs;
— couvrir les bennes de transport;
— arroser et humidifier copieusement les surfaces extérieures des coffrages avant et après bétonnage;
— effectuer la mise en œuvre dans le délai le plus rapide après malaxage;
— organiser la cure du béton dans les meilleures conditions possibles;
— employer un retardateur de prise (à titre exceptionnel).

9.4. TOLÉRANCES

Le Maître de l'Œuvre peut fixer, dans les pièces du marché, les tolérances de dimensions et de tracés des ouvrages.

Dans certains cas, il y a intérêt à adoucir ou à aggraver les règles générales, couramment admises pour les tolérances. Par exemple, ces tolérances peuvent être augmentées dans le cas de pièces massives destinées à demeurer cachées. Par contre, ces tolérances peuvent être plus restrictives pour les pièces préfabriquées, dont l'assemblage nécessite une grande précision, ou pour les pièces dont le tracé conditionne la stabilité, comme les voûtes ou arcs élancés.

A défaut de prescriptions particulières du Maître de l'Œuvre dans les pièces du marché, les tolérances suivantes doivent être adoptées :

9.41. TOLÉRANCE DES DIMENSIONS

La tolérance sur toute dimension d, — mesurée entre parements opposés, ou entre arêtes, ou entre intersection d'arêtes, — est fixée à :

$1/4 \sqrt[3]{d\,(\text{cm})}$, dans le cas des structures courantes,

et : $1/6 \sqrt[3]{d\,(\text{cm})}$, dans le cas des structures nécessitant une précision exceptionnelle (notamment, cas des éléments préfabriqués en usine et assemblés sur chantier).

Pour une poutre horizontale, les dimensions en cause sont la longueur, la largeur (ou épaisseur) de l'âme et la hauteur (ou épaisseur suivant la verticale).

Pour une dalle ou un panneau, les dimensions en cause comprennent non seulement la longueur, la largeur et l'épaisseur, mais aussi les longueurs des diagonales.

9.42. TOLÉRANCES D'APLOMB

La tolérance sur l'aplomb d'un élément vertical de hauteur h est fixée à :

$\alpha\sqrt[3]{h\ \text{cm}}$	Structures courantes	Structures de précision exceptionnelle (par ex., structures préfabriquées)
Éléments porteurs à parements verticaux	$\alpha = 0{,}33$	$\alpha = 0{,}20$
Éléments porteurs à parements non verticaux	$\alpha = 0{,}40$	$\alpha = 0{,}25$
Éléments non porteurs	$\alpha = 0{,}50$	$\alpha = 0{,}33$

On désigne par *élément porteur* un élément essentiellement sollicité par des charges verticales (par exemple, un poteau, une colonne, une pile de pont, un panneau de façade). Si un tel élément comporte des parements verticaux sur deux faces et des parements inclinés (fruit ou surplomb) sur les deux autres, on doit considérer les tolérances de la première ligne du tableau dans la direction normale aux parements verticaux et les tolérances de la seconde ligne dans la direction perpendiculaire.

Par *élément non porteur*, on désigne un élément qui n'est pas essentiellement sollicité par des charges verticales. Mais un tel élément n'est pas nécessairement un élément non chargé : ce peut être, par exemple, un mur de soutènement.

9.43. TOLÉRANCES DE RECTITUDE

La tolérance de rectitude sur une arête rectiligne (ou sur toute génératrice rectiligne d'une surface plane ou réglée) est caractérisée par la flèche maximale admissible sur tout segment de longueur l de cette arête (ou de cette génératrice); elle est fixée à :

$\frac{1}{300}$ (avec un minimum de 1 cm), dans le cas de structures courantes,

et : $\frac{1}{500}$ (avec un minimum de 0,5 cm), dans le cas de structures nécessitant une précision exceptionnelle.

9.44. TOLÉRANCES DE FERRAILLAGE

9.441. Tolérances sur la distance minimale des armatures (aux parements)

1. Pour les parements moulés sur les fonds de coffrages (horizontaux ou inclinés), la tolérance sur la distance minimale de chaque armature au parement est fixée au dixième (0,10) de cette distance. Le respect de cette tolérance suppose l'emploi de cales aux dimensions précises.

2. Pour les parements moulés sur les parois latérales de coffrages (ou sur les faces supérieures en surplomb des coffrages), la tolérance sur la distance minimale de chaque armature au parement est fixée au cinquième (0,20) de cette distance.

3. Pour les parements supérieurs, arasés et non coffrés, la tolérance sur la distance minimale de chaque armature au parement est fixée au quart (0,25) de cette distance.

9.442. Tolérances sur la position des armatures (principales)

1. Dans la direction où l'écart a l'influence la plus défavorable sur la résistance de la pièce, la tolérance sur la position des barres d'armatures principales (sollicitées par les contraintes normales agissant sur les sections droites de la pièce : poutre, dalle, plaque, coque, etc...), par rapport à la position inscrite aux dessins d'exécution, est fixée au dixième (0,10) de l'épaisseur totale du béton dans cette même direction, avec une limite maximale de 1 cm pour les poutres et de 0,5 cm pour les dalles, plaques, coques, etc...

2. Dans la direction perpendiculaire à la précédente, la tolérance est fixée à la moitié (0,50) de la distance à l'armature la plus voisine (s'il y en existe une), avec une limite maximale de 1 cm dans tous les cas.

9.443. Tolérances sur la position des armatures transversales

Pour les armatures transversales des pièces prismatiques, telles que les cadres et les étriers, la tolérance sur la position des barres dans le sens longitudinal par rapport à la position inscrite aux dessins d'exécution est fixée au dixième (0,10) de la distance entre armatures transversales consécutives, avec une limite maximale de 2 cm.

9.45. SIMULTANÉITÉ DE PLUSIEURS TOLÉRANCES

Si plusieurs tolérances sont applicables, la plus sévère doit être retenue.

DEUXIÈME PARTIE

MANUEL D'APPLICATION POUR LE CALCUL ET L'EXÉCUTION DU BÉTON ARMÉ

CHAPITRE 1

VALEURS USUELLES DES SURCHARGES ET ACTIONS DU VENT

par Jean DESPEYROUX, Ing.-Civil

1.1. PRÉAMBULE

Les valeurs des surcharges nominales d'exploitation doivent être prescrites par le Maître d'Œuvre. Le présent chapitre est donné *à titre indicatif* et concerne les valeurs usuelles de ces surcharges pour différents types de constructions.

1.2. DÉFINITIONS

Le Code distingue quatre types de surcharges :

1.21. LES SURCHARGES FIXES D'EXPLOITATION

qui correspondent aux poids des éléments permanents incorporés aux éléments porteurs tels que : sous-plafonds ou enduits de plafonds, revêtements de sols, enduits appliqués sur les éléments porteurs, cloisons fixes, conduits de fumée, gaines de ventilation, etc...

La valeur de telles surcharges se calcule d'après le volume des matériaux et leur densité la plus grande dans les conditions d'emploi.

1.22. LES SURCHARGES VARIABLES D'EXPLOITATION

Il s'agit :

— de surcharges statiques ne variant pas ou seulement d'une manière progressive, dans le temps, comme, par exemple, le mobilier, le matériel ou les matières en dépôt ;

— de surcharges causées par les personnes susceptibles d'occuper les locaux et de s'y déplacer.

Pour simplifier les calculs, ces surcharges sont supposées uniformément réparties. Leurs valeurs usuelles sont données au § 1,3 suivant. Elles comprennent le coefficient dynamique (voir 1.23 ci-dessous) dû au déplacement des personnes.

1.23. LES SURCHARGES DYNAMIQUES D'EXPLOITATION

Ce sont des surcharges qui introduisent dans l'ouvrage un effet dynamique par suite de la variation des efforts et des mouvements : personnes, machines et organes mobiles comme les ponts-roulants, etc...

Elles sont introduites dans les calculs avec leur valeur nominale majorée, d'une part, du coefficient 1,20 ou 1,30 (voir Code § 4.12) et, d'autre part, du coefficient dynamique défini dans le Code au § 4.13.

Si l'effet dynamique provoque des vibrations dans l'ouvrage, la surcharge dynamique doit être considérée avec le signe + et le signe —. Le calcul doit prendre en compte ces deux éventualités.

Dans de nombreux cas, les vibrations sont fréquemment renouvelées ou entretenues, ce qui conduit à tenir compte des effets de fatigue qui en résultent.

Il convient par ailleurs de comparer les périodes de vibration fondamentales et harmoniques de l'ouvrage et des éléments d'ouvrages à celles des sollicitations vibrantes en vue d'éviter les effets dangereux dus à la résonance.

1.24. LES SURCHARGES CLIMATIQUES

qui sont dues aux effets du vent, de la neige et aux actions sismiques. L'évaluation des effets du vent fait l'objet du § 1.4 suivant, valable dans les cas les plus courants. Les sollicitations d'origine sismique devront faire l'objet d'une étude particulière.

1.3. SURCHARGES VARIABLES D'EXPLOITATION

1.31. DOMAINE D'APPLICATION

Les valeurs des surcharges variables d'exploitation indiquées au § 1.32 ci-dessous sont applicables au calcul des constructions courantes à usage d'habitation, bâtiments scolaires, industriels, commerciaux ou agricoles, à l'exclusion des ouvrages d'arts, halles d'exposition, de chemins de fer, etc...

Il est recommandé de prendre en compte, dans les calculs, les valeurs suivantes qui comprennent le cas échéant le coefficient de majoration dynamique.

1.32. VALEURS NOMINALES DES SURCHARGES

1.321. Terrasses

	kg/m²
1. Terrasses non accessibles (sauf entretien)	100
2. Terrasses accessibles privées	175
3. Terrasses accessibles au public	500

Ces surcharges doivent être remplacées, par les surcharges climatiques ou par la charge d'eau jusqu'au niveau du trop plein lorsque ces valeurs sont supérieures.

1.322. Habitation

1. Locaux	175
2. Escaliers	250
3. Balcons	350

1.323. Bureaux

1. Locaux privés (sauf locaux d'archives)	200
2. Locaux publics (sauf locaux d'archives)	250
3. Escaliers	400

1.324. Hôpitaux

1. Chambres individuelles et galeries de cure	175
2. Escaliers	400
3. Balcons	350
4. Salles communes	350

1.325. Écoles

1. Salles de classes	350
2. Escaliers, préaux	400

1.326. Boutiques et magasins de vente

1. Boutiques	400
2. Grands magasins	500

sous réserve de données particulières dans le cas de marchandises spécialement lourdes.

1.327. Salles de spectacles et lieux publics 500

1.328. Entrepôts et ateliers

La surcharge réelle sur les divers éléments constitutifs sera déterminée par l'utilisateur en fonction des matières stockées et du mode de stockage ou des machines prévues en tenant compte des coefficients justifiés par l'expérience.

1.329. Garages, passages ou cours accessibles aux véhicules

Les surcharges à prévoir devront faire l'objet de stipulations du cahier des charges particulières qui préciseront la masse maximale par essieu, l'empattement et la distance minimale entre essieux, l'encombrement minimal en plan.

Les éléments secondaires des planchers seront vérifiés pour la charge concentrée égale à la masse de l'essieu le plus lourd, appliquée sur une surface de $10 \times 10 = 100$ cm^2 (cas de l'essieu reposant sur un cric), sans majoration de coefficient dynamique.

Dans le calcul des poutres principales et des poteaux, le cahier des charges pourra tenir compte de la charge résultant de la moyenne et de l'espacement des masses des essieux résultant de la diversité des types de voitures pouvant être garées sur un même plancher. Si un garage doit recevoir des camions d'un type déterminé, le cahier des charges le précisera.

Sauf spécification contraire, on prendra pour coefficient de majoration dynamique le coefficient 1,15.

1.33. RÈGLES PARTICULIÈRES AUX SURCHARGES VARIABLES

1.331. Loi de dégression des surcharges dans les bâtiments à étages

Dans le cas où des points d'appui supportent les charges de plusieurs planchers pour lesquels il n'est pas à prévoir que les surcharges maximales soient appliquées simultanément (bâtiment d'habitation, bureaux, etc...), on pourra tenir compte dans les calculs des éléments porteurs des surcharges réduites définies ci-dessous :

Soit S_0 la surcharge sur le toit ou la terrasse couvrant le bâtiment, $S_1, S_2, S_3 \ldots S_n$ les surcharges respectives des planchers des étages 1, 2, 3 .. n, numérotés à partir du sommet du bâtiment.

On adoptera pour le calcul des points d'appui les surcharges suivantes :

Sous toit ou terrasse	S_0
Sous dernier étage (étage 1)	$S_0 + S_1$
Sous étage immédiatement inférieur (étage 2)	$S_0 + 0{,}95\,(S_1 + S_2)$
— — — (étage 3)	$S_0 + 0{,}90\,(S_1 + S_2 + S_3)$
— — — (étage 4)	$S_0 + 0{,}85\,(S_1 + S_2 + S_3 + S_4)$
.....	
— — — (étage n)	$S_0 + \dfrac{3+n}{2n}(S_1 + S_2 + S_3 + \ldots S_n)$

le coefficient $\frac{3+n}{2n}$ étant valable pour $n > 5$.

Lorsque la surcharge est la même pour tous les étages, la loi de dégression ci-dessus est équivalente à la règle usuelle dans laquelle les surcharges de chaque étage sont réduites dans les proportions indiquées ci-dessous :

Pour le toit ou la terrasse	S_0
Pour le dernier étage.....	S
Pour l'étage immédiatement inférieur	$0{,}90S$
— — —	$0{,}80S$

et ainsi de suite en réduisant de 10 % par étage jusqu'à $0{,}50\,S$, valeur conservée pour les étages inférieurs suivants.

Dans les bâtiments d'habitation la réduction des surcharges ne jouera pas pour les planchers bas des boutiques ou locaux commerciaux qui interviennent dans les calculs des points d'appui avec leur surcharge intégrale.

Pour les planchers d'entrepôts, de magasins, d'atelier ou d'écoles, aucune dégression des surcharges n'est en principe admise.

1.332. Cloisons légères de distribution susceptibles d'être déplacées

Pour tenir compte des possibilités de déplacement des cloisons légères de distribution dont la masse est de l'ordre de 300 kg par mètre, et dans le cas de distribution normale sans accumulation particulière (1), leur influence sur les poutrelles sera appréciée par une majoration de 75 kg/m² de la surcharge statique uniformément répartie, à condition de justifier par le calcul, et s'il y a lieu par l'expérience, que la solidarité transversale des poutrelles permet la répartition de la masse de la cloison sur plusieurs d'entre elles et que les déformations susceptibles d'entraîner la fissuration des refends et des cloisons ne sont pas à craindre.

1.333. Toitures.

Lorsque la surcharge climatique totale sur des éléments de charpente (panne, chevron) est inférieure à 200 kg, ces éléments devront être calculés pour une surcharge concentrée de 100 kg, appliquée en un point quelconque pour tenir compte de la masse des personnes marchant sur le toit, en plus de la charge permanente de la couverture.

Pour la même raison, les éléments secondaires de la couverture, tels que voligeage, bardeaux, litonnage, devront pouvoir supporter une surcharge uniformément répartie de 100 kg/m².

Les éléments proprement dits de la couverture non traditionnels : dalles

(1) Par exemple cabines de douches et déshabilloirs.

en ciment de plus de 1 m de largeur entre appuis, etc..., doivent satisfaire également à la même prescription.

Les éléments fragiles, tels que ardoise, verre, amiante-ciment, ne sont pas visés par la prescription, sous réserve des précautions spéciales à prendre en cas de circulation sur la toiture.

1.334. Organes mobiles

Les surcharges dues aux organes mobiles (ponts roulants, grues, ascenseurs) comprendront les masses des organes mobiles, les réactions dues à leur mouvement (force d'inertie, percussions, efforts transversaux, couple, etc...). Le Maître d'Œuvre, en accord avec les constructeurs de ces organes, devra les indiquer avec précision dans les cahiers des charges particulières, ainsi que les coefficients à appliquer pour les effets dynamiques.

1.335. Efforts horizontaux subis par les garde-corps

Les appuis de balcon, garde-corps, rampes et leurs ancrages, seront calculés pour une force transversale horizontale appliquée à leur partie supérieure, de 60 kgf/m pour les emplacements privés et de 100 kgf/m pour ceux recevant du public.

La stabilité statique et élastique sera vérifiée sous la force multipliée par un coefficient de majoration égal à 5/3.

1.336. Charges d'épreuve

Lorsque des éléments d'ouvrages doivent être soumis à des essais de charges et si les charges d'épreuve prévues sont supérieures aux surcharges d'exploitation, en tenant compte des coefficients de majoration pour effet dynamique pris en valeur algébrique, les calculs seront effectués en prenant comme valeur des surcharges les valeurs des charges d'épreuve.

1.4. EFFETS DU VENT

1.40. PROCESSUS DE VÉRIFICATION

On vérifiera la résistance des ouvrages,

— d'une part : sous l'effet des pressions nominales du vent, avec la combinaison la plus défavorable de charges verticales, compte tenu de la valeur des résistances de base des matériaux;

— d'autre part : sous l'effet des pressions exceptionnelles du vent, avec la combinaison la plus défavorable de charges verticales, compte tenu d'une majoration de 50 % des résistances de base des matériaux.

1.41. DOMAINE D'APPLICATION

Les règles simplifiées données dans ce paragraphe ne sont applicables qu'aux constructions courantes à usage d'habitation, de bureaux, d'entrepôts ou d'usines, constituées par des blocs parallélépipédiques à base rectangulaire, composés en principe d'étages identiques, de hauteur normale avec murs et cloisons en maçonnerie.

Ces constructions doivent répondre aux caractéristiques suivantes :

— La construction est constituée par un bloc unique, ou des blocs accolés à toiture unique.

— La base au niveau du sol est un rectangle de longueur a et de largeur b.

— La hauteur h, différence entre le niveau de la base de la construction et le niveau de la crête de la toiture, est inférieure ou égale à 30 m.

— Les dimensions doivent obligatoirement respecter les conditions suivantes :

$\frac{h}{b} > 0{,}25$

$\frac{h}{a} < 2{,}5$, avec la condition supplémentaire $\frac{b}{a} < 0{,}4$ si $\frac{h}{b} > 2{,}5$

$f < \frac{h}{2}$ pour les toitures à deux versants plans

et $f < \frac{2}{3} h$ pour les toitures en voûte.

— La couverture est :

soit une toiture-terrasse;

soit une toiture unique de hauteur f à un ou deux versants plans inclinés au plus de 40° sur l'horizontale;

soit une voûte dont le plan tangent à la naissance des directrices de la voûte est incliné au plus de 40° et au moins de 22° sur l'horizontale.

— Les parois verticales doivent :

— reposer directement sur le sol;

— être planes sans décrochements;

— présenter une perméabilité μ % (1) inférieure ou égale à 5 ou pour une seule d'entre elles égale ou supérieure à 35.

— La période du mode fondamental d'oscillation doit être inférieure ou égale à 1 seconde pour des ossatures en béton armé et à 0,75 seconde pour des ossatures métalliques.

(1) Une paroi a une perméabilité au vent de μ % si elle comporte des ouvertures de dimensions quelconques dont la somme des aires représente μ % de son aire totale.

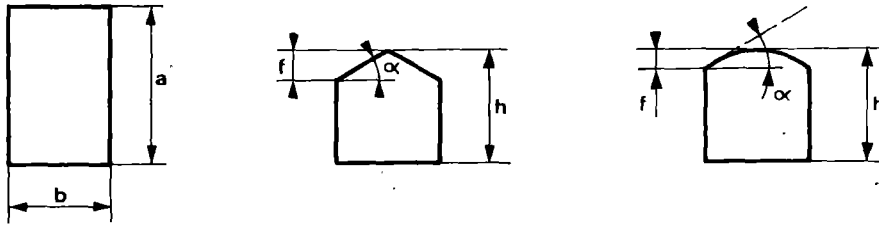


FIG. 1.1. — $\leqslant 2/3$ h $22° \leqslant \alpha \leqslant 40°$ ou $0{,}404 \leqslant tg\ \alpha \leqslant 0{,}839$.

— La construction doit être située sur un terrain sensiblement horizontal dans un grand périmètre.

1.42. DÉFINITIONS ET PRINCIPES GÉNÉRAUX

1.421. Direction du vent

Pour le calcul des constructions, on suppose que la direction d'ensemble moyenne du vent est horizontale.

1.422. Exposition des surfaces

Si on éclaire la construction par un faisceau de rayons lumineux parallèles à la direction d'ensemble du vent :

— les surfaces éclairées (exposées au vent) sont dites « au vent »;

— les surfaces non éclairées (non exposées au vent) ou sous incidence rasante (parallèles à la direction du vent) sont dites « sous le vent ».

En aérodynamique les surfaces « au vent » sont celles soumises à un écoulement régulier du vent sans décollement de la veine.

Celles « sous le vent » sont soumises à un écoulement turbulent. Elles sont séparées l'une de l'autre par une ligne de décollement des filets d'air.

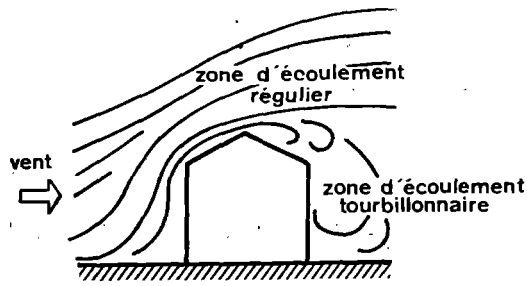


FIG. 1.2.

1.423. Maître-couple

Le maître-couple est la projection orthogonale de la surface considérée ou de l'ensemble de la construction sur un plan normal à la direction du vent ou, d'après la définition optique, la surface de l'ombre portée sur un plan perpendiculaire à la direction des rayons lumineux.

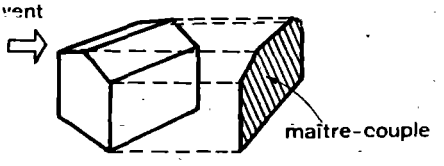


FIG. 1.3.

1.424. Action exercée par le vent sur une des faces d'un élément de paroi

L'action exercée par le vent sur une des faces d'un élément de paroi est considérée comme normale à cet élément.

Elle est fonction :

a) de la vitesse du vent;

b) de la catégorie de la construction et de ses proportions d'ensemble;

c) de l'emplacement de l'élément considéré dans la construction et de son orientation par rapport au vent;

d) des dimensions de l'élément considéré;

e) de la forme de la paroi (plane ou courbe) à laquelle appartient l'élément considéré.

1.425. Pression dynamique et coefficient de pression

L'action élémentaire unitaire exercée par le vent sur une des faces d'un élément de paroi est donnée par un produit cq dans lequel :

— q désigne la pression dynamique fonction de la vitesse du vent (voir 4.31);

— ν un coefficient de pression fonction des dispositions de la construction.

Une des faces d'un élément appartenant à une construction est dite soumise à une pression (ou à une surpression) lorsque la force normale à cette face est dirigée vers elle. Dans ce cas, par convention, ν est positif.

Elle est dite soumise à une succion (ou à une dépression) lorsque la force est dirigée en sens contraire. Dans ce cas, par convention, ν est négatif.

1.43. PRESSION DYNAMIQUE

1.431. Définition

La pression dynamique q en décanewtons par m² (daN/m²) est donnée en fonction de la vitesse V du vent en mètres par seconde par la formule :

$$q = \frac{V^2}{16{,}3}$$

1.432. Pression dynamique normale et pression dynamique extrême

Selon 1.40, on doit envisager dans les calculs une pression dynamique « nominale » et une pression dynamique « exceptionnelle » : le rapport de la seconde à la première est pris égal à 1,75.

1.433. Régions

Selon les vitesses normales et extrêmes du vent dont les valeurs sont fournies par les stations météorologiques, on peut classer arbitrairement les différentes régions en trois catégories :

	Valeurs nominales	Valeurs exceptionnelles
Région I	100 km/h	130 km/h
Région II	120 km/h	160 km/h
Région III	140 km/h	190 km/h

1.434. Valeurs des pressions dynamiques

Les pressions dynamiques sont constantes sur toute la hauteur de la construction et sont données par la formule : $q = (48 + 0{,}6h)\beta_r\beta_s$ daN/m²,

β_r coefficient de région, ayant pour valeur :

	Pression nominale	Pression exceptionnelle
Région I	1,00	1,75
Région II	1,40	2,45
Région III	1,80	3,15

β_s coefficient de site, ayant pour valeur :

	Région I	Région II	Région III
Site protégé	0,80	0,80	0,80
Site normal	1,00	1,00	1,00
Site exposé	1,35	1,30	1,25

Les règles considèrent trois types de sites :

— Site protégé. Exemple.

Fond de cuvette bordé de collines sur tout son pourtour et protégé ainsi pour toutes les directions du vent.

— Site normal. Exemple.

Plaine ou plateau de grande étendue pouvant présenter des dénivellations peu importantes, de pente inférieure à 10 % (vallonnements, ondulations).

— Site exposé. Exemples.

Au voisinage de la mer : le littoral en général (sur une profondeur d'environ 6 km); le sommet des falaises; les îles ou presqu'îles étroites.

A l'intérieur du pays : les vallées étroites où le vent s'engouffre; les montagnes isolées ou élevées et certains cols.

1.435. Réductions

1. Il y a effet de masque lorsqu'une construction est masquée partiellement ou totalement par d'autres constructions ayant une grande probabilité de durée. L'effet de masque peut se traduire :

— Soit par une aggravation des actions du vent, lorsque la construction située derrière le masque se trouve dans une zone de sillage turbulent. Dans ce cas, il n'est pas possible de formuler de règles; seuls des essais en soufflerie peuvent donner des renseignements précis.

— Soit par une réduction des actions du vent dans les autres cas. La construction est alors dite abritée. Les pressions dynamiques relatives aux surfaces abritées peuvent être réduites de 25 %.

Les surfaces intéressées doivent alors remplir simultanément les deux conditions suivantes :

— être abritées entièrement par le masque pour toutes les directions du vent dans le plan horizontal;

— être situées au-dessous de la surface décrite par une génératrice ayant une pente de 20 % vers le sol, dirigée vers l'intérieur du masque et prenant appui sur le contour apparent des constructions protectrices.

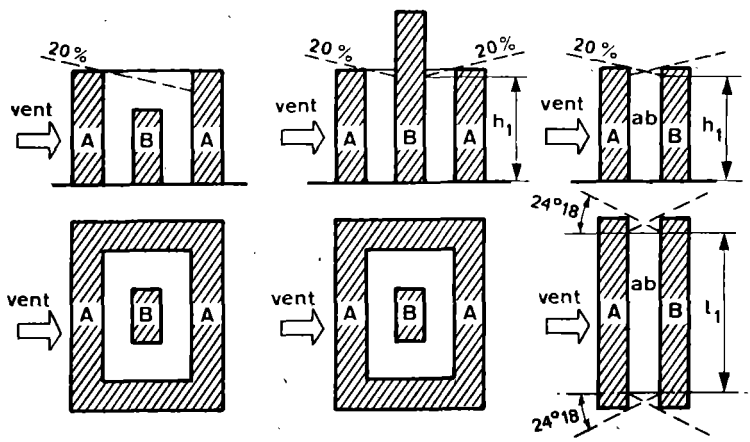


FIG. 1.4. — Exemples de constructions abritées totalement ou en partie.

Le bâtiment B est abrité en totalité par le bâtiment A.
Le bâtiment B est abrité totalement sur la hauteur h_1 par le bâtiment A.
Seules les façades a et b des bâtiments A et B sont abritées sur la longueur I_1 et la hauteur h_1 (1).

Chaque cas étant un cas particulier, il est difficile de donner des règles générales et la réduction pour effet de masque ne doit être utilisée qu'avec prudence en raison des effets de sillage.

2. Les pressions dynamiques déterminées suivant la règle 1.434 peuvent

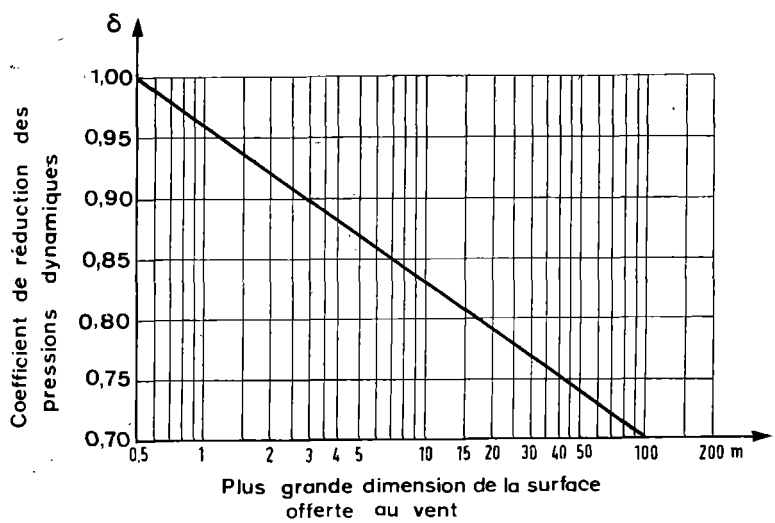


FIG. 1.5. — Coefficient de réduction et des pressions dynamiques pour les grandes surfaces.

être affectées d'un coefficient de réduction δ donné par le diagramme de la figure 5 en fonction de la plus grande dimension de la surface offerte au vent afférente à l'élément considéré dans le calcul.

1.44. ACTIONS EXTÉRIEURES ET INTÉRIEURES

1.441. Définition

Quelle que soit la construction, la face extérieure de ses parois est soumise :

— à des succions, si les parois sont « sous le vent »;

— à des pressions ou à des succions, si elles sont « au vent ».

Ces actions sont dites actions extérieures.

Dans les constructions fermées, ouvertes ou partiellement ouvertes, les volumes intérieurs compris entre les parois peuvent être dans un état de surpression ou de dépression suivant l'orientation des ouvertures par rapport au vent et leur importance relative. Il en résulte sur les faces intérieures des actions dites actions intérieures.

Les actions extérieures sont caractérisées par un coefficient ν_0, les actions intérieures par un coefficient ν_1.

Les actions intérieures sont essentiellement fonction de la perméabilité.

C'est ainsi que si toutes les parois et la toiture sont étanches et constituent une enceinte complètement close, il n'existe pas d'action intérieure du fait de l'écoulement du vent et la construction se comporte comme si elle était pleine.

Par ailleurs on a constaté, pour des bâtiments isolés de formes et de proportions normales, une dépression intérieure comprise entre $-0{,}2\,q$ et $-0{,}4q$ lorsque le pourcentage μ des ouvertures par rapport à la surface totale des parois varie entre 0,03 et 5. Dans ces constructions l'ouverture ou le bris d'une fenêtre ou d'une porte, si elle peut influer notablement sur l'état intérieur du compartiment auquel elle appartient en portant brusquement sa pression à la valeur maximale correspondant au cas des constructions ouvertes, n'influe pratiquement pas sur l'état intérieur moyen de la construction. Par contre, dans les constructions ouvertes, la pression intérieure est notablement modifiée par l'ouverture d'un panneau. L'intérieur de la construction se trouve en surpression si l'ouverture est située du côté du vent, en dépression si l'ouverture est du côté opposé au vent ou sur une paroi parallèle au vent ou dans certains cas sur le versant de toiture exposé au vent (faibles inclinaisons).

1.442. Actions extérieures

La direction du vent étant supposée normale aux parois verticales de la construction, les coefficients à prendre en compte sont les suivants :

1. *Actions moyennes*

a) *Parois verticales*

au vent $\nu_0 = + 0{,}8$,

sous le vent $\nu_0 = - 0{,}5$.

b) *Toiture*

VENT NORMAL AUX GÉNÉRATRICES

ν_0 désignant le coefficient de pression moyen (versants plans) ou le coefficient de pression ponctuel (voûte) est donné par le tableau suivant où

α désigne l'angle en degrés du versant avec le plan horizontal ou de la tangente à la voûte avec l'horizontale.

		Au vent	Sous le vent
	$\lvert\alpha\rvert$	ν_0	ν_0
Versants plans	$0^o < \lvert\alpha\rvert < 10^o$	$-2\left(20{,}25 + \frac{\lvert\alpha\rvert}{100}\right)$	$-1{,}5\left(0{,}333 - \frac{\lvert\alpha\rvert}{100}\right)$
	$10^o < \lvert\alpha\rvert < 40^o$	$-2\left(0{,}45 - \frac{\lvert\alpha\rvert}{100}\right)$	$-0{,}5\left(0{,}60 + \frac{\lvert\alpha\rvert}{100}\right)$
Voûte	$0^o < \lvert\alpha\rvert < 10^o$	$-1{,}8\left(0{,}40 + \frac{\lvert\alpha\rvert}{100}\right)$ Avec minimum $= -0{,}8$	$-1{,}8\left(0{,}40 - \frac{\lvert\alpha\rvert}{100}\right)$
	$10^o < \lvert\alpha\rvert < 40^o$	$-2\left(0{,}50 - \frac{\lvert\alpha\rvert}{100}\right)$	$-1{,}8\left(0{,}40 - \frac{\lvert\alpha\rvert}{100}\right)$ Avec max $= -0{,}27$

VENT PARALLÈLE AUX GÉNÉRATRICES

On adopte pour ν_0 la valeur du tableau ci-dessus correspondant à $\alpha = 0$ pour les versants plans.

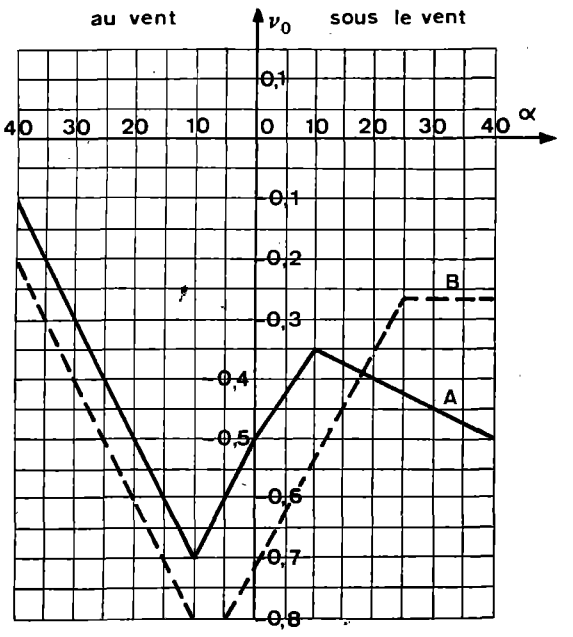


FIG. 1.6. — Toitures à versants plans ou en voûte. Coefficients ν_0.

B. Toitures en voûte.
A. Toitures à versants plans.

2. *Actions locales*

Le long des rives de toitures et des arêtes verticales, à partir de la rive ou de l'arête verticale sur une profondeur égale au dixième de la plus petite dimension horizontale b de la construction : $\nu = 2\nu_0$ (succion).

Aux angles dans les parties communes des zones précédentes concernant les rives de toiture : $\nu = 3\nu_0$ (succion).

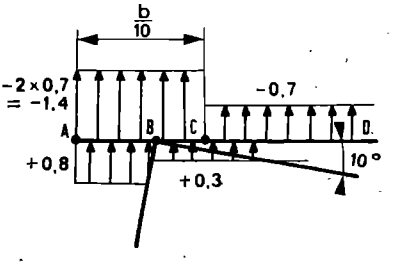


FIG. 1.7. — Exemple de limitation de l'action résultante.

Dans la zone AB action résultante de — 2,2 q limitée à — 2 q.
Dans la zone BC action résultante de — 1,7 q.
Dans la zone CD action résultante de — 1,0 q.

A ces actions locales s'ajoutent soit d'autres actions extérieures telles que les actions moyennes sur les faces inférieures des débords de toiture, soit les actions intérieures, sans que l'action résultante puisse dépasser respectivement $-2q$ ou $-3q$.

Ces actions locales ne sont applicables qu'au calcul des éléments de couverture (tuiles, ardoises, plaques), de revêtement ou de zinguerie des constructions et à leurs attaches et appuis dans les zones définies.

Les constatations faites après les tempêtes et les études faites en tunnel aérodynamique font manifestement apparaître qu'un très grand nombre de dégâts, et souvent des plus importants, causés aux bâtiments et aux constructions diverses par le vent, sont dus à des effets de succion ou à des effets combinés de pression et de succion.

Certains éléments de couverture de petites dimensions (vitres, tuiles, éléments de zinguerie, etc.), non accrochés ou insuffisamment accrochés, sont souvent en danger d'être soulevés et même arrachés sous l'effet de l'action de surpressions intérieures et de succions extérieures.

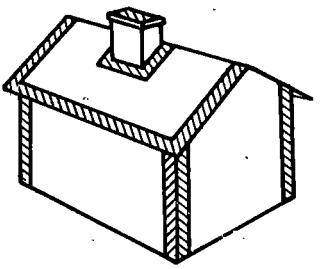


FIG. 1.8.

De tels effets sont aggravés localement le long des arêtes, rives, aux bords de pignons, saillies de corniches ou de toits, sillage des cheminées, etc., et à tous endroits où se produisent de grandes vitesses locales dues aux caractères particuliers de l'écoulement, souvent très instable d'ailleurs dans ces parties d'une construction.

Ces effets locaux produisent souvent des actions saccadées, des battements qui préparent l'arrachement d'éléments plus ou moins légers.

L'étude des agrafages et autres moyens d'attache de ces éléments de couverture doit être faite avec grand soin, impliquant une grande expérience technologique.

1.443. Actions intérieures

Constructions fermées : $\nu_i = \pm 0{,}3$.
Constructions ouvertes : ouverture au vent : $\nu_1 = + 0{,}8$,
ouverture sous le vent : $\nu_1 = - 0{,}5$.

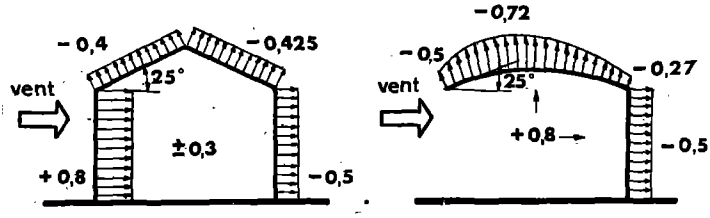


FIG. 1.9. — Exemples d'application.
Construction fermée à deux versants plans.
Construction ouverte à toiture en voûte à génératrice circulaire.

1.444. Actions résultantes unitaires sur les parois et les versants

Elles sont déterminées en combinant de la façon la plus défavorable pour chaque élément, les actions extérieures moyennes et les actions intérieures. Elles sont exprimées par $(\nu_0 - \nu_1)q$.

Par exemple pour les parois verticales, les actions extérieures moyennes combinées aux actions intérieures, donnent comme actions résultantes unitaires :

Constructions fermées :	Constructions ouvertes :
$+ 1{,}1q$	$\pm 1{,}3q$
$- 0{,}8q$	

Le vent pouvant tourner autour de la construction, il est possible dans de nombreux cas de se limiter pour les toitures aux seules valeurs maximales des actions sur les versants (par exemple : pour une toiture à 30° appartenant à une construction ouverte, on calcule les deux versants avec une succion $(- 0{,}45 - 0{,}8)q = - 1{,}25q$). Mais les deux valeurs (versant au vent, versant sous le vent) doivent être envisagées dans les structures (par exemple : fermes triangulées, etc.) pour lesquelles la combinaison d'actions différentes sur les deux versants de la toiture conduirait à des résultats plus défavorables dans certains éléments (treillis de ferme...).

1.445. Actions d'ensemble

Elles sont obtenues par la composition géométrique des actions résultantes totales sur les différentes parois de la construction.

Par exemple, pour une construction à base rectangulaire et à toiture-terrasse, la force de renversement est exprimée par $T = 1{,}3qha$ (ou b) que la construction soit fermée ou ouverte, et la force de soulèvement centrée est exprimée par :

— constructions fermées $U = 0{,}8qS_u$,

— constructions ouvertes $U = 1{,}3qS_u$,

S_u étant l'aire de la projection horizontale de la construction.

1.446. Blocs accolés en une seule file à toiture unique

La méthode simplifiée peut être étendue au cas de plusieurs blocs accolés en une seule file à toiture unique sous réserve que l'ensemble des blocs et chaque bloc pris séparément répondent aux conditions énoncées en 1.41.

Indépendamment du calcul d'ensemble, tous les blocs intermédiaires doivent être considérés comme fermés et isolés, et vérifiés pour résister à des actions d'ensemble égales aux 6/10 de celles calculées selon la règle 1.445 le vent soufflant normalement au plan des joints.

1.45. CAS SPÉCIAUX

Les ouvrages ne répondant pas aux définitions données en 1.41 devront faire l'objet d'une étude particulière.

CHAPITRE 2

DÉTERMINATION PROBABILISTE DE LA SÉCURITÉ

par Yves SAILLARD, Dr. Ing.

2.0. PRÉLIMINAIRES

On sait que l'effondrement d'une construction ou, plus généralement, sa mise hors-service, dépend de nombreux facteurs d'insécurité.

Parmi ces facteurs d'insécurité, on peut citer, entre autres, l'imprécision des surcharges et autres actions que devra supporter la construction tout au long de sa durée d'exploitation, l'inexactitude des hypothèses de base et l'imprécision du calcul, la conception plus ou moins valable de la structure, l'inexactitude ou l'altération des caractères de base du béton et de l'acier pris en compte par l'ingénieur, la rigueur plus ou moins stricte du contrôle de ces matériaux et de la qualité des procédés d'exécution, ainsi que la dégradation éventuelle de l'ouvrage au cours du temps.

Ces facteurs d'insécurité présentant un caractère aléatoire, il apparaît rationnel d'orienter les méthodes de détermination de la sécurité vers une conception probabiliste. En fait, le problème réel consiste à maintenir la probabilité de mise hors-service ou d'effondrement en-deçà d'une limite admissible, qui doit tenir compte de divers facteurs, tels que : coût de la construction, entretien de l'ouvrage, assurance de risques divers, éléments d'ordre psychologique, etc..., suivant des critères comparables à ceux qui servent à l'établissement des assurances.

Il est évident que la notion classique de coefficient de sécurité, sous sa forme globale et arbitraire, ne tient compte que d'une façon très imprécise de tous ces paramètres et de leurs incidences sur la sécurité.

Mais, pour qu'un calcul probabiliste puisse présenter la rigueur nécessaire, il est indispensable de connaître les lois de distributions statistiques correspondantes. Malheureusement, les données statistiques sont encore, du moins à

l'heure actuelle, très insuffisantes. Dans de nombreux cas, elles sont même inexistantes. De ce fait, il paraît difficile de pouvoir envisager une application aussi rigoureuse de la théorie des probabilités à la détermination pratique de la sécurité des constructions.

Cette difficulté a incité le Comité Européen du Béton et le Conseil International du Bâtiment à mettre au point une *méthode semi-probabiliste*, qui consiste à définir des *valeurs caractéristiques* des résistances mécaniques et des sollicitations, calculées à partir de leurs valeurs moyennes en introduisant l'écart quadratique moyen et en supposant une loi de distribution statistique normale des résultats expérimentaux. Ces valeurs caractéristiques sont affectées d'un coefficient de minoration (pour les résistances mécaniques) ou d'un coefficient de majoration (pour les sollicitations), tenant compte éventuellement de l'incertitude plus ou moins grande de nos connaissances et des conditions de fonctionnement effectif d'un élément considéré dans la structure globale. A chaque état-limite de la construction correspond un jeu de coefficients permettant de déterminer la sécurité appropriée à chacun d'eux.

Les prescriptions du Code UNESCO sont basées sur des principes analogues, mais, *dans un but de simplification*, pour les calculs les plus courants :

a) la valeur caractéristique de la résistance de l'acier et du béton a été remplacée par la valeur minimale garantie;

b) la majoration des sollicitations a été transposée en une minoration supplémentaire des résistances, ce qui réduit l'ensemble des coefficients de majoration et de minoration à deux coefficients, à savoir : un seul coefficient de sécurité pour chacun des deux matériaux, et à l'emploi direct dans le calcul des sollicitations caractéristiques.

2.1. RAPPEL DES PRINCIPES DES THÉORIES PROBABILISTES DE LA SÉCURITÉ

On sait que l'objet du calcul de la sécurité est de maintenir la probabilité d'atteindre l'état-limite envisagé en-deçà d'une certaine valeur préalablement établie pour le type de structure considérée.

Dans la mesure où le permettent les considérations morales (comme le respect de la vie humaine) et, éventuellement, les éléments d'ordre psychologique (tels que, par exemple, les réactions possibles de l'opinion publique à la suite d'un accident), la valeur-limite admissible pourrait être fixée de manière à rendre minimal le total du prix initial de la construction, du capital nécessaire pour assurer son entretien durant la période d'exploitation et du montant de la prime fictive d'assurance couvrant les risques de dommages matériels et corporels pendant la construction et l'exploitation. Cette prime fictive doit tenir compte de la possibilité de mise hors-service qui est en fonction des lois de probabilité déduites des données statistiques recueillies.

Un calcul probabiliste complet exigerait la connaissance des lois de distribution des sollicitations les plus défavorables pouvant se présenter pendant toute la durée de l'exécution et de l'exploitation d'ouvrages similaires, ainsi que de la capacité de la construction ou de ses divers éléments de résister à ces sollicitations. Il devrait tenir compte de tous les facteurs aléatoires, susceptibles d'influer sur la possibilité d'atteindre l'état-limite envisagé :

a) le degré d'approximation de calcul proprement dit, en particulier celui des hypothèses de base, compte tenu de la nature de la structure, de la valeur de sa conception et de ses dispositions constructives;

b) la valeur de la résistance des matériaux dans les zones les plus sollicitées, compte tenu notamment du choix des procédés d'exécution et de la qualité de la réalisation, de la rigueur plus ou moins stricte du contrôle, de la dégradation de l'ouvrage pendant sa durée d'exploitation ;

c) la valeur des sollicitations les plus défavorables à la stabilité. Toutefois, les données statistiques actuelles sont insuffisantes ou inexistantes. Dans ces conditions, l'application systématique et généralisée des principes probabilistes présente de sérieuses difficultés. Il convient donc de se borner à utiliser de la manière la plus adéquate, les résultats statistiques déjà acquis et à apprécier, le mieux possible, les dispersions sur lesquelles peu de données valables existent à l'heure actuelle, quitte à procéder ultérieurement à des corrections au fur et à mesure des progrès des connaissances. Enfin, il faut noter que certains phénomènes ne peuvent pas être considérés comme entièrement aléatoires.

2.2. MÉTHODE SEMI-PROBABILISTE DE CALCUL C.E.B./C.I.B.

La conception semi-probabiliste adoptée par le Comité Européen du Béton (C.E.B.) et le Conseil International du Bâtiment (C.I.B.) consiste à limiter, en première approximation, l'analyse statistique véritable à l'étude de la variation des résistances et de l'intensité des charges et autres actions. Pour ces grandeurs, la dispersion des données est prise en compte par l'introduction de valeurs caractéristiques G_c évaluées au moyen d'expression de la forme :

$$G_c = G_m(1 \pm \kappa\delta)$$

où G_m est la valeur moyenne de la grandeur considérée,
δ est son écart quadratique moyen relatif,
κ est un coefficient variable dont la valeur dépend de la probabilité, acceptée *a priori*, que les données sortent de l'intervalle (G_m, G_c).

On est ainsi conduit à prendre en compte une valeur caractéristique des résistances (résistances caractéristiques), définissant les caractères mécaniques des matériaux et une valeur caractéristique des charges permanentes, surcharges et autres actions (sollicitations caractéristiques).

Quant aux incertitudes résiduelles, qui ne peuvent pas être analysées par voie statistique, elles sont prises en compte par l'application d'une série de coefficients de calcul γ aux grandeurs caractéristiques. Pour les matériaux, on définit ainsi des résistances de calcul, égales aux résistances caractéristiques divisées par un coefficient minorateur γ_m, qui tient compte de ce que les caractères mécaniques réels de l'acier et du béton peuvent être inférieurs à ceux admis pour le projet. De même, pour les charges permanentes, surcharges et autres actions, on utilise comme données de base des sollicitations de calcul, égales aux sollicitations caractéristiques multipliées par un coefficient majorateur γ_s, qui tient compte de ce que les sollicitations réellement appliquées aux ouvrages peuvent être plus élevées ou donner lieu à des effets plus défavorables que ceux admis dans le projet.

Dans ces conditions, la détermination de la sécurité consiste à vérifier que, dans tous les états-limites, les effets des sollicitations de calcul sont au plus égaux aux valeurs que permettent d'atteindre les résistances de calcul des matériaux. Autrement dit, pour une sollicitation donnée et un matériau donné, le coefficient de sécurité global est égal au produit $\gamma_m \cdot \gamma_s$.

Cette méthode semi-probabiliste présente de nombreux avantages :

D'abord, contrairement aux apparences, il ne s'agit pas d'une méthode compliquée, fruit des spéculations abstraites de spécialistes avides de nouveauté. A titre d'exemple, il est intéressant de citer un problème concret, auquel la méthode semi-probabiliste fournit une solution simple : si l'on considère la résistance à rupture par flexion d'une section en béton armé, on est évidemment conduit à envisager une marge de sécurité différente, suivant que l'état ultime est atteint par déficience du béton ou par déficience de l'acier. On pense immédiatement à pénaliser davantage la résistance du béton que celle de l'acier, en appliquant à la résistance du béton un coefficient minorateur plus élevé qu'à celle de l'acier; de cette manière, on peut obtenir une sécurité plus grande pour les sections qui périssent par déficience du béton que pour celles qui périssent par déficience de l'acier. Cette façon d'opérer coïncide précisément avec le processus du calcul de la méthode semi-probabiliste.

D'ailleurs, cette méthode est parfaitement logique, puisqu'elle attribue à chacun des facteurs d'incertitude une quote-part de la sécurité globale de l'ouvrage. En effet, l'introduction des résistances et sollicitations caractéristiques tient compte de la variabilité respective des caractères mécaniques des matériaux et des surcharges de diverses natures, tandis que les coefficients minorateurs γ_m des résistances caractéristiques et les coefficients majorateurs γ_s des sollicitations caractéristiques prennent en compte les autres facteurs d'incertitude, tels que les défauts d'exécution, l'inexactitude des hypothèses de calcul, les erreurs d'interprétation du comportement de la structure, etc... Il est clair que ce processus permet à chacun des responsables : fabricant des matériaux, projeteur, constructeur, de se faire une idée précise de la marge de sécurité dont il dispose et, par là même, des responsabilités qui lui incombent.

2.3. VALEURS CARACTÉRISTIQUES ET VALEURS DE CALCUL DES CHARGES PERMANENTES, SURCHARGES ET AUTRES ACTIONS

2.31. DÉFINITION GÉNÉRALE

Pour les sollicitations qui peuvent être considérées comme aléatoires, la valeur caractéristique Q_k est définie par la relation :

$$Q_k = Q_m(1 + \kappa\delta)$$

dans laquelle Q_m, qui résulte de l'examen statistique d'un ensemble de constructions de même type et de même durabilité que la construction étudiée, la valeur de la sollicitation la plus défavorable ayant 50 % de probabilité d'être dépassée (vers les valeurs anormalement élevées) une seule fois durant la vie prévue de la construction, dans laquelle δ représente l'écart quadratique moyen relatif ou « coefficient de dispersion » de la distribution des sollicitations maximales et κ représente un coefficient dépendant de la probabilité, acceptée *a priori*, d'avoir des sollicitations de valeur plus élevée que la valeur Q_k.

A titre indicatif, les dispersions constatées dans certains pays ont varié de 0 à 0,15 pour les charges permanentes (voisines de 0 pour les poutres de très grandes dimensions, comprises entre 0,08 et 0,10 environ pour les dalles, de l'ordre de 0,15 dans le cas de matériaux de poids spécifiques mal connus ou variables avec l'hygrométrie), de 0,10 à 0,20 pour les surcharges (voisins de 0,10 pour les locaux d'habitation et de bureaux, de l'ordre de 0,15 pour certaines surcharges industrielles).

Il faut noter que, dans certains cas particuliers, une réduction de la sollicitation peut être dangereuse pour la stabilité de la construction. Ces cas particuliers ne peuvent concerner que les charges permanentes, puisque, pour les surcharges, la sollicitation la plus faible correspond toujours à l'absence de surcharge. Par contre, pour les charges permanentes, on peut citer l'exemple de la cheminée ou du mur de soutènement dont le poids contribue à la stabilité. Dans ce cas, la valeur caractéristique Q'_k doit être définie par la relation :

$$Q'_k = Q'_m(1 - \kappa\delta)$$

dans laquelle Q_m désigne la valeur de la sollicitation la plus défavorable ayant 50 % de probabilité d'être dépassée (vers les valeurs anormalement basses) une seule fois durant la vie de la construction, δ représente l'écart quadratique moyen relatif (ou « coefficient de dispersion ») de la distribution des sollicitations minimales et κ représente un coefficient dépendant de la probabilité, acceptée *a priori*, d'avoir des sollicitations de valeur plus faible que la valeur Q'_k.

Pour les surcharges qui ne peuvent pas être considérées comme aléatoires, leur valeur, établie *a priori* par une décision (convois routiers types, trains

types, convois stratégiques) ou choisie en fonction de l'utilisation prévue pour la construction, sera prise comme valeur caractéristique.

La valeur de calcul des charges permanentes et surcharges se déduit de leur valeur caractéristique par une relation du type :

$$Q^* = \gamma_s Q_k$$

dans laquelle le coefficient majorateur γ_s permet de prendre en compte :

a) la probabilité d'atteindre un état-limite, qui peut être choisie en fonction de l'importance des dommages consécutifs à un accident éventuel. Plus la probabilité d'atteindre un état limite est grande, plus γ_s doit être élevé ; toutefois, cette probabilité ne doit pas être trop élevée, sinon le coût de la construction deviendrait prohibitif;

b) l'accroissement possible des charges permanentes ou surcharges et de leurs effets au-delà des prévisions, non seulement du fait des écarts statistiques (donnés par δ) des charges permanentes ou des surcharges elles-mêmes, mais également du fait de l'inexactitude des hypothèses admises pour le projet, du fait des erreurs éventuelles de calcul et du fait que certaines influences sont parfois négligées. Le coefficient γ_s doit couvrir, entre autres, l'influence, sur le risque du comportement du type de structure envisagé, du degré d'approximation de la méthode de calcul et des autres facteurs de variation des sollicitations;

c) les erreurs éventuelles de construction, qui se répercutent sur l'importance des efforts auxquels le béton et les armatures doivent résister. C'est le cas, par exemple, d'une mise en place défectueuse des armatures, du fonctionnement défectueux d'une articulation, d'une erreur de tracé de la ligne directrice d'un arc, de la non verticalité d'un poteau. C'est aussi le cas de l'augmentation ou de la diminution des sollicitations, résultant de la déformation des coffrages et se répercutant sur la valeur des charges permanentes, ou bien de toute erreur susceptible d'altérer sensiblement les dimensions géométriques des éléments de la structure (portées de poutres, hauteurs de poteaux, etc...) ou de leur position relative (par exemple : excentricités accidentelles dans le point d'application des charges). Les efforts additionnels qui résultent de ces défauts d'exécution au chantier n'ont pas été pris en considération dans l'évaluation statistique des surcharges et doivent donc être couverts par une majoration des sollicitations.

Le projeteur doit considérer chaque problème avec soin. Par exemple :

γ_s devrait être plus élevé pour des dalles minces où des erreurs relatives dans l'épaisseur de béton et dans la position des armatures sont plus nuisibles et peuvent avoir des conséquences plus graves.

De même, si l'application d'une charge ou surcharge donnée correspond à une contrainte faible ou nulle due à la prise en compte de composantes positives ou négatives dans la ligne d'influence (barre de triangulation d'une ferme

de toiture, par exemple), le coefficient donné γ_s ne sera pas suffisant (puisque $\gamma_s \times 0 = 0$). La contrainte, dans ce type de structure, devrait être accrue, suivant des critères assez difficiles à fixer dans un règlement.

Bien entendu, le coefficient γ_s ne couvre ni les erreurs de conception, ni les fautes graves dans l'exécution.

d) La probabilité de non-simultanéité de plusieurs charges ou surcharges. Le coefficient γ_s doit également tenir compte de la combinaison des diverses catégories de charges ou surcharges entre elles (pesanteur, surcharges d'exploitation, vent, neige, etc...). Chacune de ces charges ou surcharges atteint très rarement sa valeur maximale et leur probabilité de simultanéité est faible. Aussi, la valeur γ_s peut-elle être réduite, si on l'applique à l'ensemble des charges ou surcharges de diverses natures (dans certains pays, une réduction pouvant atteindre 30 % semble admise).

e) La possibilité de redistribution des efforts. La valeur de γ_S devrait également dépendre du type de la construction. Cette valeur pourrait être plus faible pour les constructions ou les éléments de construction dans lesquels une redistribution des efforts est possible, que pour les constructions où la rupture d'un seul élément peut amener la ruine de l'ensemble ou pour les éléments susceptibles de se rompre brutalement sans avertissement.

Quant aux actions, découlant des effets du retrait, du fluage, de la température, etc... elles seront également multipliées par un coefficient majorateur γ_s, dont le choix sera déterminé par les mêmes principes.

2.32. VALEURS CARACTÉRISTIQUES ET VALEURS DE CALCUL DES CHARGES PERMANENTES

Sauf exception, les charges permanentes, évaluées d'après le volume et la densité des matériaux dans leurs conditions d'emploi, ne seront pas affectées d'une dispersion ($\delta = 0$). Les cas d'exception comprennent notamment ceux où la stabilité au renversement est en jeu et où la densité des matériaux est mal connue ou susceptible de variations ($\delta \neq 0$); on pourra adopter alors : $k = 1$. Soit, pour les charges permanentes caractéristiques

$$G_k = G_m(1 \pm \delta)$$

avec le signe correspondant à l'effet le plus défavorable.

2.321. État-limite ultime

Les charges permanentes de calcul se déduisent des charges permanentes caractéristiques par application du coefficient majorateur $\gamma_s = 1{,}40$. Mais, dans le cas-limite exceptionnel, où toutes les conditions les plus favorables d'études, d'exécution ou d'utilisation sont remplies simultanément (exactitude des hypothèses de base, rigueur des études et des calculs, étude très soignée

des ancrages et liaisons, exécution soignée, contrôle continu, dommages uniquement matériel en cas d'accident), on peut abaisser le coefficient majorateur pour l'état-limite ultime à : $\gamma_s = 1{,}25$. En fait, il est très rare que ces conditions idéales soient toutes satisfaites à la fois. Et s'il n'en est pas ainsi, il faut ajouter ou retrancher à 1,25 :

+ 0,15 dans le cas d'hypothèses incertaines, d'études ou de calculs moyennement soignés;
+ 0,15 dans le cas d'exécution moyenne;
+ 0,15 dans le cas de risques de dommages très importants;
— 0,15 dans le cas de risques de dommages minimes.

En définitive, en cumulant ces augmentations ou diminutions, on retrouve, dans la quasi-totalité des cas, pour l'état-limite ultime :

$$\gamma_s = 1{,}40.$$

2.322. État-limite d'instabilité

Pour l'état-limite d'instabilité, qui correspond généralement au cas d'une rupture sans avertissement, pouvant entraîner la ruine totale de la structure, le coefficient γ_s, concernant la pièce considérée, doit être convenablement majoré par rapport à la valeur $\gamma_s = 1{,}40$. Il est conseillé d'adopter : $\gamma_s = 1{,}70$.

2.323. État-limite de fissuration et de déformation

Pour l'état-limite de fissuration et l'état-limite de déformation, qui correspondent pratiquement aux conditions normales de service, le coefficient γ_s peut, par contre, être abaissé à : $\gamma_s = 1{,}00$.

2.324. Récapitulation

État-limite ultime	$: G^* = 1{,}40 \cdot G_k = 1{,}40 \cdot G_m(1 \pm \delta)$
État-limite de fissuration	$: G^* = G_k = G_m(1 \pm \delta)$
État-limite de déformation	$: G^* = G_k = G_m(1 \pm \delta)$
État-limite d'instabilité	$: G^* = 1{,}70 \cdot G_k = 1{,}75 \cdot G_m(1 \pm \delta)$

2.33. VALEURS CARACTÉRISTIQUES ET VALEURS DE CALCUL DES SURCHARGES ET AUTRES ACTIONS

Ces surcharges et autres actions comprennent :

a) les surcharges fixes et surcharges d'exploitation;

b) les surcharges climatiques : neige et vent;

c) les actions pouvant résulter des surcharges d'exploitation telles que les effets de freinage et de lacet, les forces centrifuges, les phénomènes vibratoires;

d) les déplacements, frottements et résistances d'appuis;

e) les effets du retrait, du fluage et des variations de température;

f) les effets des séismes éventuels;

g) l'influence du mode de construction, s'il y a lieu.

La détermination des surcharges caractéristiques se fera sur la base de l'expression :

$$Q_k = Q_m(1 + \delta)$$

dans laquelle la valeur du coefficient k, multiplicatif de δ, est prise égale à 1 et celle du coefficient de dispersion δ fixée par les Cahiers des Charges particulières. On notera également que, contrairement à certains types de charges permanentes, la dispersion δ doit toujours être additionnée (signe *plus*, à l'exclusion du signe « moins ») car, si le signe « moins » devait effectivement être envisagé pour certains types de surcharges, il faudrait remarquer que de toute façon, l'effet le plus défavorable correspond toujours à une valeur nulle de ces surcharges.

Les recommandations du Comité Européen du Béton imposent également une majoration de 15 % de toutes les surcharges variables et mobiles, dont l'effet est beaucoup plus dangereux que celui des surcharges fixes; cette majoration de 15 % tient compte de la variation du sens et de la grandeur des contraintes. Cette majoration ne doit pas être confondue avec les coefficients dynamiques usuels. En effet, lorsque les surcharges variables et mobiles s'accompagnent également d'effets dynamiques, ces surcharges doivent subir, outre la majoration précédente de 15 %, une majoration complémentaire, sous forme de coefficients dynamiques, dont la valeur, convenablement choisie, doit tenir compte de l'influence des forces d'inertie, chocs ou vibration, et des phénomènes qui peuvent en résulter.

Les surcharges de calcul se déduisent des surcharges caractéristiques par le même coefficient majorateur que les charges permanentes (§ 2.324). Comme pour les charges permanentes, la valeur $\gamma_s = 1{,}40$ concernant l'état-limite ultime peut, dans des cas exceptionnels, être ramenée à $\gamma_s = 1{,}25$.

Par ailleurs, certains cas de *superposition de surcharges* ont fait l'objet de prescriptions particulières :

C'est ainsi que, lorsque l'effet du vent doit être superposé à celui des charges permanentes et surcharges d'exploitation, le coefficient majorateur γ_s pourra être réduit de 10 % (soit : $\gamma_s = 0{,}90 \times 1{,}40 = 1{,}26$), sous réserve que la résistance offerte dans ces conditions par la construction ne soit pas moindre que celle qui correspond à l'action de la charge permanente de calcul (c'est-à-dire, multipliée par : $\gamma_s = 1{,}40$) et des surcharges variables d'exploitation majorées de 15 % (c'est-à-dire, multipliées par : $\gamma_s = 1{,}40 \times 1{,}15 = 1{,}61$). Mais s'il

n'existe aucune surcharge d'exploitation, comme dans le cas d'une cheminée, aucun coefficient réducteur ne pourra être appliqué.

De même, lorsque l'effet d'une surcharge exceptionnelle (telle qu'un séisme) doit être ajouté à celui des charges permanentes, surcharges d'exploitation et autres actions, le coefficient majorateur γ_s pourra être réduit à $\gamma_s = 1$, sous réserve de maintenir la majoration de 15 % des surcharges variables; qui plus est, les résistances de calcul pourront être également multipliées par 1,15. Autrement dit, dans ce cas exceptionnel, la sécurité globale pourra être ramenée à 1 pour l'acier et à $\frac{1{,}50}{1{,}15} = 1{,}30$ pour le béton, sous réserve que la combinaison considérée soit effectivement la plus défavorable.

2.4. RÉSISTANCES CARACTÉRISTIQUES ET RÉSISTANCES DE CALCUL DE L'ACIER ET DU BÉTON

2.41. DÉFINITION GÉNÉRALE

La résistance caractéristique σ_k d'un matériau résulte de l'interprétation statistique de résultats d'essais; elle est définie par la relation :

$$\sigma_k = \sigma_m(1 - \kappa\delta)$$

dans laquelle σ_m représente la moyenne arithmétique des résultats d'essais, δ représente l'écart quadratique moyen relatif (ou coefficient de dispersion) ou κ représente un coefficient, dépendant du nombre des essais définissant σ_m et de la probabilité, acceptée *a priori*, d'avoir des résultats inférieurs à la valeur caractéristique σ_k.

La résistance de calcul σ^* d'un matériau est définie par la relation :

$$\sigma^* = \frac{1}{\gamma_m}\sigma_k$$

dans laquelle le coefficient minorateur γ_m de la résistance est fonction des lois statistiques concernant les erreurs ou défauts qui se produisent pendant l'exécution des ouvrages et qui engendrent une réduction de résistance des sections transversales.

Pour l'acier, il peut s'agir, par exemple, d'une insuffisance des sections d'armatures, soit du fait de leur fabrication, soit du fait du chantier de façonnage ou de pose.

Pour le béton, les risques d'écarts sont beaucoup plus grands que pour les armatures :

a) alors que la résistance de l'acier peut être déterminée de manière précise par des essais sur des éprouvettes, les essais sur le béton peuvent ne pas correspondre à la résistance réelle du béton dans l'ouvrage.

Celle-ci peut être affectée :

— soit par de petites erreurs accidentelles de dosage en ciment ou en eau dans une gâchée;

— soit par le transport;

— soit par les conditions climatiques au moment du coulage (chaleur, gel, pluie, vent);

— soit par un serrage insuffisant;

b) la section transversale du béton peut être insuffisante par suite de la présence de vides (nids de cailloux) ou d'une diminution des cotes de coffrage consécutives à une erreur d'exécution ou à une déformation accidentelle du coffrage;

c) presque toujours, les essais de courte durée ne mettent pas en évidence les effets défavorables des charges de très longue durée;

d) en outre, plus fréquemment que pour l'acier, la déficience du béton peut, dans de nombreux cas, provoquer une rupture totale de l'ouvrage, sans signes avertisseurs. Pour ces diverses raisons, la valeur γ_m doit, en pratique, atteindre pour le béton 1,25 à 1,50 fois celle de l'acier.

2.42. RÉSISTANCE CARACTÉRISTIQUE ET RÉSISTANCE DE CALCUL DE L'ACIER

La valeur de la résistance caractéristique de l'acier est celle correspondant à la probabilité d'avoir, dans une distribution statistique normale des résultats d'essais de mesure de la limite d'élasticité, 5 % des résultats inférieurs à la valeur ainsi fixée. Cette probabilité de 5 % entraîne : $\kappa = 1{,}64$ soit :

$$\sigma_{ak} = \sigma_{am}(1 - 1{,}64\delta) \leqslant 0{,}885 \cdot \sigma_{am}.$$

La valeur de la résistance de calcul de l'acier se déduit de celle de la résistance caractéristique par application du coefficient minorateur $\gamma_a = 1{,}15$ pour l'état-limite ultime et l'état-limite d'instabilité et $\gamma_a = 1{,}60$ pour l'état-limite de fissuration et l'état-limite de déformation, soit :

$$\sigma_a^* = \frac{\sigma_{ak}}{1{,}15} = \frac{\sigma_{am}(1 - 1{,}64\delta)}{1{,}15}$$ (état-limite ultime et état-limite d'instabilité)

$$\sigma_a^* = \frac{\sigma_{ak}}{1{,}60} = \frac{\sigma_{am}(1 - 1{,}64\delta)}{1{,}60}$$ (état-limite de fissuration et état-limite de déformation)

2.43. RÉSISTANCE CARACTÉRISTIQUE ET RÉSISTANCE DE CALCUL DU BÉTON

La valeur de la résistance caractéristique est celle correspondant à la probabilité d'avoir, dans une distribution statistique normale des résultats d'essais de mesure de la résistance (en compression ou en traction), 5 % des résultats inférieurs à la valeur fixée. Cette probabilité de 5 % entraîne : $\kappa = 1{,}64$. Toutefois, en aucun cas, il ne sera tenu compte d'un écart quadratique moyen relatif inférieur à 7 %, soit :

$$\sigma_{bk} = \sigma_{bm}(1 - 1{,}64\delta) \leqslant 0{,}885\sigma_{bm}.$$

Une approximation, qui conduit sensiblement à la même valeur, mais qui évite le calcul des écarts quadratiques, consiste à prendre pour valeur de la résistance caractéristique deux fois la moyenne de la moitié des résultats inférieurs à la médiane, diminuée de la moyenne de l'ensemble des résultats.

La valeur de la résistance de calcul du béton se déduit de celle de la résistance caractéristique par application du coefficient minorateur $\gamma_b = 1{,}50$ pour l'état-limite ultime et l'état-limite d'instabilité, $\gamma_b = 1{,}30$ pour l'état-limite de fissuration et $\gamma_b = 1$ pour l'état-limite de déformation, soit :

$$\sigma_b^* = \frac{\sigma_{bk}}{1{,}50} = \frac{\sigma_{bm}(1 - 1{,}64\delta)}{1{,}50} \leqslant 0{,}59\sigma_{bm} \text{ (état-limite ultime et état-limite d'instabilité)}$$

$$\sigma_b^* = \frac{\sigma_{bk}}{1{,}30} = \frac{\sigma_{bk}(1 - 1{,}64\delta)}{1{,}30} \leqslant 0{,}68\sigma_{bm} \text{ (état-limite de fissuration)}$$

$$\sigma_b^* = \sigma_{bk} = \sigma_{bk}(1 - 1{,}64\delta) \leqslant 0{,}885\sigma_{bm} \text{ (état-limite de déformation)}$$

Ces valeurs sont valables pour du béton contrôlé et fabriqué sur chantier. La valeur $\gamma_b = 1{,}50$, concernant l'état-limite ultime, peut être réduite à 1,40 pour du béton fabriqué en usine, rigoureusement dosé et contrôlé, mais elle doit être portée à 1,60 pour du béton peu contrôlé.

Par ailleurs, les résistances de calcul doivent être minorées de 10 %, dans le cas de pièces de faibles sections, bétonnées verticalement sans précautions spéciales, car de grandes variations de la qualité du béton ont été constatées sur toute la hauteur de telles pièces.

2.5. MODE DE VÉRIFICATION DE LA SÉCURITÉ

Cette vérification doit être évidemment effectuée dans les divers états-limites envisagés, notamment : l'état-limite ultime, l'état-limite de fissuration, l'état-limite de déformation, l'état-limite d'instabilité et, éventuellement, d'autres états-limites à considérer dans chaque cas particulier. Elle consiste à vérifier que les effets des sollicitations de calcul ne dépassent pas la capacité de portance, déduite des résistances de calcul de l'acier et du béton.

Cette vérification de la sécurité par la méthode semi-probabiliste C.E.B./C.I.B. peut être schématisée par l'expression symbolique :

$$\Sigma\gamma_s \cdot S_k \leqslant R\left(\text{fonction de } \frac{\sigma_{ak}}{\gamma_a} \quad \text{et} \quad \frac{\sigma_{bk}}{\gamma_b}\right)$$

expression dans laquelle S_k représente les différentes sollicitations caractéristiques à prendre en compte et R la résistance de calcul de la pièce dans l'état-limite, fonction de la résistance mécanique de calcul de l'acier et du béton.

2.6. CORRESPONDANCE ENTRE LA MÉTHODE SEMI-PROBABILISTE C.E.B./C.I.B. ET LA MÉTHODE SIMPLIFIÉE UNESCO

Les deux simplifications essentielles, introduites dans les prescriptions du Code UNESCO et valables pour les calculs les plus courants, consistent :

a) *à remplacer la résistance caractéristique de l'acier et du béton par la résistance minimale garantie ;*

b) *à reporter le coefficient de majoration γ_s des sollicitations caractéristiques sur les coefficients de minoration des résistances caractéristiques de l'acier et du béton,* qui deviennent de ce fait, respectivement $\gamma_a \cdot \gamma_s$ et $\gamma_b \cdot \gamma_s$.

Pratiquement, le calcul simplifié est effectué avec des « *sollicitations caractéristiques* » *non majorées et des « résistances caractéristiques » minorées, respectivement de* $\gamma_a \cdot \gamma_s$ et $\gamma_b \cdot \gamma_s$. A la notion de « résistances de calcul » est ainsi substituée la notion de *résistances de base* suivant la relation :

$$\text{Résistance de base} = \frac{\text{Résistance de calcul}}{\gamma_s} = \frac{\text{Résistance caractéristique}}{(\gamma_a \cdot \gamma_s) \quad \text{ou} \quad (\gamma_b \cdot \gamma_s)}$$

Ce coefficient global de minoration $(\gamma_a \cdot \gamma_s)$ ou $(\gamma_b \cdot \gamma_s)$ est donc assimilable à un *coefficient unique de sécurité*, défini pour chacun des deux matériaux acier

et béton. Ses valeurs sont fixées aux §§ 4.21 et 4.22 du Code, d'après les relations :

$$\gamma_{\text{acier}} = \gamma_a \cdot \gamma_s$$
$$\gamma_{\text{béton}} = \gamma_b \cdot \gamma_s.$$

Les résistances de base correspondantes sont égales, respectivement :

Acier : $$\bar{\sigma}_a = \frac{\sigma_e}{\gamma_{\text{acier}}}$$

Béton : $$\bar{\sigma}'_b = \frac{\sigma'_0}{\gamma_{\text{béton}}}$$

Dans les cas les plus courants, cette méthode simplifiée UNESCO conduit à des résultats voisins de ceux de la méthode semi-probabiliste C.E.B./C.I.B.; la marge d'erreur se situe, bien entendu, du côté de la sécurité.

Le constructeur jugera, le cas échéant, s'il a intérêt à réduire cette marge d'erreur et à bénéficier de l'économie supplémentaire que peut lui permettre l'application systématique et complète de la méthode semi-probabiliste.

CHAPITRE 3

FLEXION DROITE CALCUL THÉORIQUE

par Yves SAILLARD, Dr. Ing.

3.0. RAPPEL DES HYPOTHÈSES FONDAMENTALES DE CALCUL

Outre les deux équations d'équilibre des efforts et des moments, le calcul à l'état-limite d'une section, sollicitée en flexion droite, simple ou composée, doit être basé sur les hypothèses suivantes :

3.01. CONDITION DE COMPATIBILITÉ DES DÉFORMATIONS

Les déformations des éléments d'une section sont supposées toujours proportionnelles à la distance de ces éléments à l'axe neutre (*hypothèse de planéité des sections*, dite « hypothèse de Navier-Bernoulli »). La condition correspondante constitue l'*équation de compatibilité des déformations.*

3.02. PRISE EN COMPTE DU BÉTON EN COMPRESSION

Le *diagramme de répartition des contraintes du béton* de la zone comprimée est assimilé à un rectangle, dont la largeur est prise égale à la résistance de base du béton $\bar{\sigma}'_b$ et dont la hauteur est prise égale, en fonction de la distance x de l'axe neutre à la face la plus comprimée de la pièce, à :

$$\begin{cases} \dfrac{3}{4}x & , \quad \text{lorsque } x \leqslant h \text{ (flexion simple et flexion composée)} \\ \dfrac{x-\frac{3}{4}h}{x-\frac{2}{3}h} \cdot h & , \quad \text{lorsque } x \geqslant h \text{ (compression excentrée)} \end{cases}$$

expressions dans lesquelles h représente la hauteur utile de la section.

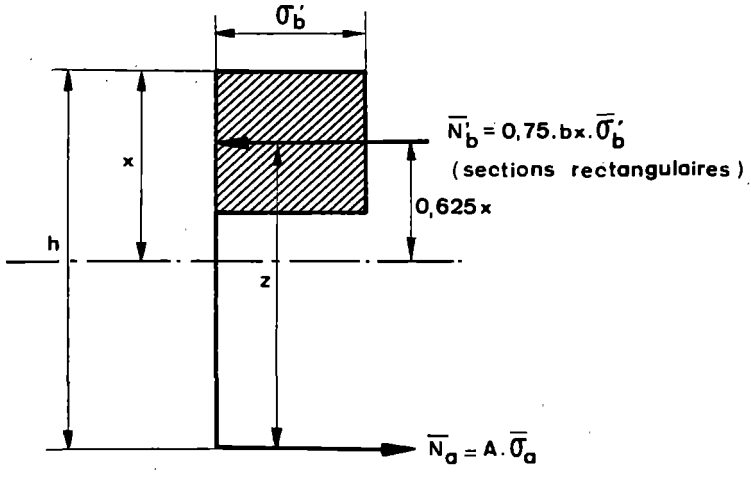


FIG. 3.1.

Toutefois, la valeur du moment résistant dû aux contraintes de compression du béton (abstraction faite de l'apport éventuel d'une armature de compression) est *limitée* à la valeur du moment (par rapport aux aciers tendus ou situés du côté le moins comprimé) des forces agissant sur la section totale utile, supposée soumise à une contrainte uniforme égale aux trois quarts (0,75) de la résistance de base du béton $\overline{\sigma}'_b$.

Enfin, le *raccourcissement unitaire maximal du béton* dans l'état limite ultime est pris conventionnellement égal à $2\ ^{o}/_{oo}$.

3.03. PRISE EN COMPTE DE L'ACIER EN TRACTION

Le *diagramme de base des contraintes de traction de l'acier* est déduit du diagramme-type de traction par une affinité de direction parallèle à la droite de Hooke et de rapport :

$$\frac{1}{\gamma_{acier}} = \frac{1}{1{,}80} = 0{,}556$$

L'allongement unitaire de l'acier dans l'état-limite ultime est limité supérieurement à $10\ ^{o}/_{oo}$.

3.04. PRISE EN COMPTE DE L'ACIER EN COMPRESSION

Le raccourcissement unitaire de l'acier de l'armature de compression dans l'état-limite ultime étant déterminé d'après l'hypothèse de planéité des sections, la contrainte de compression de l'acier, à introduire dans le calcul de résistance, est déduite du *diagramme de base* de compression, qui est supposé

analogue, sous réserve de renversement des signes, au diagramme de base de traction. En pratique, dans les cas courants, cette contrainte de compression peut être assimilée à la résistance de base de l'acier en compression $\bar{\sigma}'_a$.

Pour la simplification du présent exposé, le calcul théorique complet n'a été développé que dans le cas des aciers naturels, dont le diagramme contraintes-déformations comporte un palier de ductilité, c'est-à-dire, dont la contrainte de traction reste invariable pendant toute la durée de la phase de plastification. Mais des considérations analogues seraient valables dans le cas des aciers écrouis, à condition de prendre en compte, dans la phase de plastification, la loi de variation de la contrainte de traction en fonction des déformations, conformément au diagramme-type de l'acier (diagramme de référence § 3.132-2 du Code ou diagramme de base § 6.111-3 du Code) ou éventuellement, à son diagramme expérimental réel, si ce dernier est connu avec une précision suffisante.

3.1. CALCUL D'UNE SECTION SYMÉTRIQUE DE FORME QUELCONQUE

3.11. DÉTERMINATION DU TYPE DE RUPTURE

On sait que, suivant la valeur du pourcentage d'armature, l'état-limite ultime de rupture peut être atteint, soit par écrasement du béton comprimé (pour les pourcentages élevés), soit par écoulement de l'armature de traction (pour les pourcentages normaux). La simultanéité de ces deux types de rupture est atteinte pour une valeur-limite du pourcentage d'armature, à laquelle il est facile de faire correspondre une valeur-limite de $\frac{y}{h}$.

La connaissance de ces valeurs-limites permet de prédire, *a priori*, la nature de la rupture.

3.111. Expression de $\frac{y}{h}$ en fonction des caractères de la section et des sollicitations extérieures

Dans le cas le plus général d'une section comprimée et fléchie, l'équation générale d'équilibre des efforts s'écrit, pour autant que l'armature de traction ait atteint sa limite d'écoulement lors de la rupture de la pièce :

$$\bar{N} = \bar{\sigma}'_b \int_0^y b \cdot \mathrm{d}y - A \cdot \sigma_a + A' \cdot \bar{\sigma}'_a \qquad (3.101)$$

expression dans laquelle $A' \cdot \bar{\sigma}'_a$ représente la contribution de l'armature éventuelle de compression.

On peut aussi poser, par convention : $\int_0^y b \cdot dy = b_m \cdot y$, expression dans laquelle b_m représente la largeur fictive d'une section rectangulaire équivalant à la section considérée. On obtient ainsi :

$$\frac{y}{h} = \frac{\bar{N} + A \cdot \sigma_a - A' \cdot \bar{\sigma}'_a}{\sigma'_b \cdot b_m \cdot h} \tag{3.102}$$

Il suffit de confronter cette valeur de $\frac{y}{h}$ avec la valeur-limite de $\frac{y}{h}$ pour déterminer si la rupture intervient ou n'intervient pas par écoulement de l'acier.

3.112. Expression de $\left(\frac{y}{h}\right)$ limite

La valeur-limite de $\frac{y}{h}$ est atteinte lorsque, simultanément, le béton atteint son raccourcissement ultime ε'_0 et l'acier de l'armature de traction l'allongement ε_e correspondant à son palier d'écoulement σ_e. Soit, par application de l'équation de compatibilité des déformations :

$$\left(\frac{x}{h}\right)_{\text{limite}} = \frac{\varepsilon'_0}{\varepsilon'_0 + \varepsilon_e} = \frac{1}{1 + \frac{\sigma_e}{E_a \cdot \varepsilon'_0}} \tag{3.103}$$

c'est-à-dire :

$$\left(\frac{y}{h}\right)_{\text{limite}} = \frac{0{,}75}{1 + \frac{\sigma_e}{E_a \cdot \varepsilon'_0}} \tag{3.104}$$

Si l'on remplace E_a et ε'_0 par leurs valeurs respectives $E_a = 2{,}1 \cdot 10^6$ bars et $\varepsilon'_0 = 2\ ‰$, on obtient une expression simple de $\left(\frac{y}{h}\right)_{\text{limite}}$:

$$\left(\frac{y}{h}\right)_{\text{limite}} = \frac{0{,}75}{1 + 2{,}38 \cdot \overline{10}^{-4} \cdot \sigma_e} \tag{3.105}$$

Cette expression, dans laquelle σ_e doit être exprimée en bars (kg/cm²), est valable, quelle que soit la forme géométrique de la section, et ne dépend que de la valeur de la limite élastique de l'acier.

3.113. Détermination pratique du type de rupture

Pour déterminer le type de rupture, il suffit de comparer la valeur de $\frac{y}{h}$ résultant de l'expression (3.102) à la valeur de $\left(\frac{y}{h}\right)_{\text{limite}}$ résultant de l'expression

(3.105). L'application de cette dernière expression conduit aux valeurs suivantes :

σ_e (bars ou kg/cm^2)	$\left(\frac{y}{h}\right)_{\text{limite}}$
2 100	0,500
2 500	0,470
3 000	0,438
3 500	0,409
4 000	0,384
4 500	0,362
5 000	0,342
5 500	0,325
6 000	0,309

Si $\frac{y}{h}$ ne dépasse pas $\left(\frac{y}{h}\right)_{\text{limite}}$ c'est que la rupture intervient effectivement par écoulement de l'acier.

Sinon, c'est que la rupture est due à la déficience du béton de la zone comprimée.

3.12. DÉTERMINATION DU MOMENT DE RUPTURE

3.121. Expression des équations d'équilibre

Dans le cas le plus général d'une section comprimée et fléchie, l'équation générale d'équilibre des moments s'écrit :

$$\bar{N} \cdot e = \bar{\sigma}'_b \int_0^y b(h - y)\, dy + A' \cdot \bar{\sigma}'_a \cdot h' \qquad (3.106)$$

que l'on peut écrire :

$$\bar{N} \cdot e = \bar{\sigma}'_b \cdot b_m \cdot y(h - \delta y) + A' \cdot \bar{\sigma}'_a \cdot h'$$

expression dans laquelle δ est un coefficient, inférieur à 1, correspondant à l'ordonnée relative, par rapport au bord le plus comprimé, du centre de gravité des efforts de compression. Ce coefficient est égal à $\frac{1}{2}$ dans le cas d'un diagramme rectangulaire et à $\frac{3}{8}$ dans le cas d'un diagramme parabolique.

En associant à cette équation générale d'équilibre des moments, l'équation (3.102) issue de l'équation générale d'équilibre des efforts, on obtient les deux équations de base du calcul de la section :

$$\begin{cases} \dfrac{y}{h} = \dfrac{\bar{N} + A \cdot \bar{\sigma}_a - A' \cdot \bar{\sigma}'_a}{\bar{\sigma}'_b \cdot b_m \cdot h} \qquad \left(\text{si } \dfrac{y}{h} \leqslant \left(\dfrac{y}{h}\right)_{\text{limite}}\right) & (3.102) \\ \bar{M} = \bar{N} \cdot e = \bar{\sigma}'_b \cdot b_m \cdot h^2 \cdot \dfrac{y}{h}\left(1 - \delta \dfrac{y}{h}\right) + A' \cdot \bar{\sigma}'_a \cdot h' & (3.107) \end{cases}$$

Ces deux équations permettent donc le calcul immédiat du moment de rupture, mais ne sont valables que si $\left(\dfrac{y}{h}\right) \leqslant \left(\dfrac{y}{h}\right)_{\text{limite}}$, c'est-à-dire si la rupture intervient par écoulement de l'acier.

Dans le cas contraire, si $\left(\dfrac{y}{h}\right) \geqslant \left(\dfrac{y}{h}\right)_{\text{limite}}$, il faut d'abord évaluer la contrainte σ_a de l'armature de traction, en associant aux deux équations générales d'équilibre l'équation de compatibilité des déformations. On obtient ainsi les trois équations suivantes, qui servent alors de base au calcul de la section :

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{y}{h} = \dfrac{0{,}75 \cdot \varepsilon'_0}{\varepsilon'_0 + \dfrac{\sigma_a}{E_a}} \end{array}\right\} \quad \text{si} \quad \frac{y}{h} \geqslant \left(\frac{y}{h}\right)_{\text{limite}} \qquad (3.108)$$

$$\left.\begin{array}{l} \bar{N} = \bar{\sigma}'_b \cdot b_m \cdot y - A \cdot \sigma_a + A' \cdot \bar{\sigma}'_a \end{array}\right\} \qquad (3.109)$$

$$\bar{M} = \bar{N} \cdot e = \bar{\sigma}'_b \cdot b_m \cdot h^2 \cdot \frac{y}{h}\left(1 - \delta \frac{y}{h}\right) + A' \cdot \bar{\sigma}'_a \cdot h' \qquad (3.107)$$

Ces trois équations permettent donc le calcul immédiat du moment de rupture, dans le cas où $\left(\dfrac{y}{h}\right) \geqslant \left(\dfrac{y}{h}\right)_{\text{limite}}$, c'est-à-dire, si la rupture intervient par déficience du béton.

Toutefois, le problème se trouve compliqué par l'existence d'un « moment-plafond ».

3.122. Expression du moment-plafond

D'après les hypothèses de base de la méthode, on sait que la valeur maximale du moment susceptible d'être fourni par une section de béton est égale à :

$$\bar{M}_p = 0{,}75 \cdot \bar{\sigma}'_b \int_0^h b(h - y)\, dy \qquad (3.110)$$

D'autre part, la valeur de $\left(\dfrac{y}{h}\right)$, pour laquelle le moment atteint son plafond,

s'obtient en égalant l'expression générale du moment à la valeur du moment-plafond, soit :

$$\bar{\sigma}'_b \int_0^y b(h-y)\,dy = 0{,}75 \cdot \bar{\sigma}'_b \int_0^h b(h-y)\,dy \qquad (3.111)$$

Il est donc essentiel de comparer la valeur de $\frac{y}{h}$, non seulement à $\left(\frac{y}{h}\right)_{\text{limite}}$, mais aussi à $\left(\frac{y}{h}\right)_{\text{plafond}}$, calculé d'après (3.111).

Cette relation (3.111) permet l'évaluation de $\left(\frac{y}{h}\right)_{\text{plafond}}$. Dans le cas courant des sections rectangulaires (ou assimilables à de telles sections), on obtient :

$$\left(\frac{y}{h}\right)_{\text{plafond}} = 0{,}50.$$

Or, le tableau de calcul du § 3.113 montre que, pour tous les aciers couramment utilisés en béton armé ($\sigma_e < 2\,100$ bars), la valeur de $\left(\frac{y}{h}\right)_{\text{limite}}$ est toujours inférieure à 0,50. On peut donc en conclure que, pour toutes les sections rectangulaires (ou assimilables à de telles sections), on a :

$$\left(\frac{y}{h}\right)_{\text{limite}} < \left(\frac{y}{h}\right)_{\text{plafond}}$$

ce qui constitue pratiquement une simplification appréciable du calcul.

Néanmoins, si l'on considère le cas plus général d'une section symétrique de forme quelconque, on est conduit, pour définir le processus de calcul approprié de l'état-limite ultime de la section (dimensionnement ou vérification), à comparer la valeur de $\frac{y}{h}$, d'une part à $\left(\frac{y}{h}\right)_{\text{limite}}$, d'autre part à $\left(\frac{y}{h}\right)_{\text{plafond}}$, conformément au processus suivant :

3.123. Récapitulation. Processus général de calcul

3.1231. ***1er cas*** $\boxed{\left(\frac{y}{h}\right)_{\text{limite}} < \left(\frac{y}{h}\right)_{\text{plafond}}}$

Comme il a été indiqué ci-dessus, ce cas est notamment celui de toutes les sections rectangulaires ou assimilables à de telles sections.

1. Si $\frac{y}{h} \leqslant \left(\frac{y}{h}\right)_{\text{limite}} < \left(\frac{y}{h}\right)_{\text{plafond}}$, on utilise le système (3.102) (3.107).

(Cas d'une rupture par écoulement de l'acier, avec moment non plafonné.)

2. Si $\left(\frac{y}{h}\right)_{\text{limite}} < \frac{y}{h} < \left(\frac{y}{h}\right)_{\text{plafond}}$, on utilise le système (3.107) (3.108) (3.109).

(Cas d'une rupture par déficience du béton, avec moment non plafonné.)

3. Si $\left(\frac{y}{h}\right)_{\text{limite}} < \left(\frac{y}{h}\right)_{\text{plafond}} < \frac{y}{h}$, on utilise la relation (3.110).

(Cas d'une rupture par déficience du béton, avec moment plafonné.)

3.1232. *2e cas* $\boxed{\left(\frac{y}{h}\right)_{\text{limite}} > \left(\frac{y}{h}\right)_{\text{plafond}}}$

1. Si $\frac{y}{h} \leqslant \left(\frac{y}{h}\right)_{\text{plafond}} < \left(\frac{y}{h}\right)_{\text{limite}}$, on utilise le système (3.102) (3.107).

(Cas d'une rupture par écoulement de l'acier, avec moment non plafonné.)

2. Si $\left(\frac{y}{h}\right)_{\text{plafond}} < \frac{y}{h} < \left(\frac{y}{h}\right)_{\text{limite}}$, on utilise la relation (3.110).

(Cas d'une rupture par écoulement de l'acier, avec moment plafonné.)

3. Si $\left(\frac{y}{h}\right)_{\text{plafond}} < \left(\frac{y}{h}\right)_{\text{limite}} \leqslant \frac{y}{h}$, on utilise la relation (3.110).

(Cas d'une rupture par déficience du béton, avec moment plafonné.)

3.2. CALCUL D'UNE SECTION RECTANGULAIRE

3.21. CALCUL GÉNÉRAL

3.211. Détermination du moment de rupture

3.2111. *Expression générale du moment de rupture*

Pour une section rectangulaire les relations du § 3.12 deviennent, avec $b_m = b$ et $\delta = 0{,}5$:

1. Dans le cas de rupture par écoulement de l'acier :

$$\begin{cases} \dfrac{y}{h} = \dfrac{\bar{N} + A \cdot \bar{\sigma}_a - A' \cdot \bar{\sigma}'_a}{\bar{\sigma}'_b \cdot b \cdot h} \qquad \left(\text{si } \dfrac{y}{h} \leqslant \left(\dfrac{y}{h}\right)_{\text{limite}}\right) & (3.201) \\ \bar{M} = \bar{N} \cdot e = \bar{\sigma}'_b \cdot b \cdot h^2 \cdot \dfrac{y}{h}\left(1 - 0{,}50 \cdot \dfrac{y}{h}\right) + A' \cdot \bar{\sigma}'_a \cdot h' & (3.202) \end{cases}$$

2. Dans le cas de rupture par déficience du béton :

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{y}{h} = \dfrac{0{,}75 \cdot \varepsilon'_0}{\varepsilon'_0 + \dfrac{\sigma_a}{E_a}} \\ \bar{N} = \bar{\sigma}'_b \cdot b \cdot y - A \cdot \sigma_a + A' \cdot \bar{\sigma}'_a \end{array}\right\} \quad \text{si} \quad \frac{y}{h} \geqslant \left(\frac{y}{h}\right)_{\text{limite}} \tag{3.203}$$

$$\bar{N} = \bar{\sigma}'_b \cdot b \cdot y - A \cdot \sigma_a + A' \cdot \bar{\sigma}'_a \tag{3.204}$$

$$\bar{M} = \bar{N} \cdot e = \bar{\sigma}'_b \cdot b \cdot h^2 \frac{y}{h}\left(1 - 0{,}50\frac{y}{h}\right) + A' \cdot \bar{\sigma}'_a \cdot h' \tag{3.202}$$

3. De même, l'expression du moment plafond s'écrit, compte non tenu de l'armature de compression A' :

$$\bar{M}_p = 0{,}75 \times 0{,}50 \times \bar{\sigma}'_b \cdot b \cdot h^2 = 0{,}375 \cdot \bar{\sigma}'_b \cdot b \cdot h^2 \tag{3.205}$$

Soit, en introduisant la notion de moment relatif :

$$\bar{\mu}_p = \frac{\bar{M}_p}{\bar{\sigma}'_b \cdot b \cdot h^2} = 0{,}375 \tag{3.206}$$

D'autre part, la valeur $\left(\dfrac{y}{h}\right)_p$, pour laquelle le moment atteint son plafond, s'obtient facilement d'après (3.111) et conduit à :

$$\left(\frac{y}{h}\right)_p = 0{,}50 \tag{3.207}$$

3.2112. *Expression du moment relatif en fonction de* $\frac{y}{h}$:

On notera tout d'abord que, dans l'expression générale du moment de rupture (3.202), le premier terme représente la contribution de la zone comprimée de béton, tandis que le second terme correspond à l'apport de l'armature de compression. Il est évident que ce second terme, qui, sous certaines réserves constructives, reste pratiquement invariable, ne peut, en aucune façon, modifier l'allure du phénomène. C'est pourquoi l'on se bornera à étudier la loi de variation du premier terme en fonction de $\dfrac{y}{h}$ en mettant l'expression sous forme de moment relatif, suivant :

$$\mu = \frac{y}{h}\left(1 - 0{,}50\frac{y}{h}\right) \leqslant 0{,}375 \tag{3.208}$$

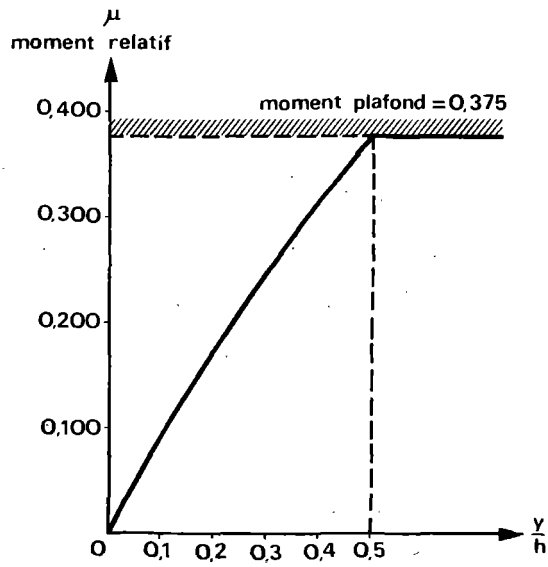


FIG. 3.2.

3.212. Dimensionnement et vérification de l'armature

3.2120. *Données*

On suppose connus :

— les sollicitations extérieures, caractérisées par l'effort normal $\bar{N}$ et l'excentricité e;

— les caractères géométriques de la section b, h et h';

— la résistance de base du béton $\bar{\sigma}'_b$ en compression;

— les résistances de base de l'acier $\bar{\sigma}_a$ en traction et $\bar{\sigma}'_a$ en compression.

La section de l'armature de compression A' étant connue *a priori* ou dimensionnée de manière adéquate, la *valeur de* $\frac{y}{h}$ peut être calculée par résolution de l'équation du 2e degré (3.202) dont elle constitue la racine inférieure :

$$\frac{y}{h}\left(1 - 0{,}50\frac{y}{h}\right) = \frac{\bar{N} \cdot e - A' \cdot \bar{\sigma}'_a \cdot h'}{\bar{\sigma}'_b \cdot b \cdot h^2} \qquad (3.202)$$

$$\frac{y}{h} = 1 - \sqrt{1 - 2\frac{\bar{N} \cdot e - A' \cdot \bar{\sigma}'_a \cdot h'}{\bar{\sigma}'_b \cdot b \cdot h^2}} \qquad (3.202\ bis)$$

De la valeur de $\frac{y}{h}$ peut être déduite la *section de l'armature de traction A.*

Mais le processus de calcul peut en être différent suivant que $\frac{y}{h}$ est inférieur ou supérieur à sa valeur-plafond 0,50.

3.2121. *1er cas :* $\boxed{\frac{y}{h} \leqslant 0{,}50}$

Si $\frac{y}{h} < \left(\frac{y}{h}\right)_{\text{limite}} \leqslant 0{,}50$, la résistance de la section est limitée par le risque d'écoulement de l'acier et la section A peut être déduite de la relation (3.201), sous la forme :

$$A = \frac{\frac{y}{h} \cdot \bar{\sigma}'_b \cdot b \cdot h - (\bar{N} - A' \cdot \bar{\sigma}'_a)}{\bar{\sigma}_a} \tag{3.209}$$

Si $\left(\frac{y}{h}\right)_{\text{limite}} \leqslant \frac{y}{h} \leqslant 0{,}50$, la résistance de la section est limitée par le risque de déficience du béton et la section A peut être déduite de l'application des relations (3.203) et (3.204) :

$$\begin{cases} \sigma_a = E_a \cdot \varepsilon_0 \cdot \dfrac{0{,}75 - \frac{y}{h}}{\frac{y}{h}} & (3.203\ bis) \\[2ex] A = \dfrac{\frac{y}{h} \cdot \bar{\sigma}'_b \cdot b \cdot h - (\bar{N} - A' \cdot \bar{\sigma}'_a)}{\sigma_a} & (3.204\ bis) \end{cases}$$

3.2122. *2e cas* $\boxed{0{,}50 \leqslant \frac{y}{h} \leqslant 0{,}75}$

Dans ce cas, conformément aux hypothèses fondamentales de base, le calcul de la section ne doit prendre en compte, dans la définition du diagramme rectangulaire « plafonné », qu'une valeur réduite de la résistance de base du béton, obtenue en minorant cette résistance de base dans une proportion variant de 1 à 0,75. Soit :

$$\sigma'_b = \frac{0{,}75}{\frac{y}{h}\left(2 - \frac{y}{h}\right)} \bar{\sigma}'_a \tag{3.210}$$

Mais, comme $\frac{y}{h}$, supérieur à 0,50, dépend lui-même de la valeur de la contrainte de traction de l'acier σ_a (inférieure à la résistance de base $\bar{\sigma}_a$), il faut associer à l'expression (3.210) l'équation de compatibilité des déformations, sous sa forme (3.203) :

$$\frac{y}{h} = \frac{0{,}75 \cdot \varepsilon_0'}{\varepsilon_0' + \frac{\sigma_a}{E_a}} \tag{3.203}$$

et utiliser, pour la détermination de la section de l'armature de traction A, la relation :

$$A \cdot \sigma_a = \frac{y}{h} \cdot \sigma_b' \cdot b \cdot h - (N - A' \cdot \bar{\sigma}_a')$$

$$A \cdot \sigma_a = \frac{0{,}75}{2 - \frac{y}{h}} \cdot \bar{\sigma}_b' \cdot b \cdot h - (N - A' \cdot \bar{\sigma}_a')$$

Soit :

$$A = \frac{\frac{y}{h}}{\left(2 - \frac{y}{h}\right)\left(\frac{3}{4} - \frac{y}{h}\right)} \cdot \frac{0{,}75 \cdot \bar{\sigma}_b' \cdot b \cdot h - \left(2 - \frac{y}{h}\right)(N - A' \cdot \bar{\sigma}_a')}{E_a \cdot \varepsilon_0'} \tag{3.211}$$

Cette expression est valable pour $0{,}50 < \frac{y}{h} < 0{,}75$, ou $\frac{2}{3} < \frac{x}{h} < 1$, c'est-à-dire pour toutes les sections ayant leur axe neutre intérieur, en d'autres termes, pour tout le domaine de la flexion composée.

Lorsque $\frac{y}{h}$ approche de la valeur 0,75, l'expression de A se présente sous la forme indéterminée $\frac{0}{0}$, mais le numérateur étant un infiniment petit du 2e ordre et le dénominateur un infiniment petit du 1er ordre, cette expression tend en réalité vers 0, ce qui représente bien le comportement mécanique de la section.

Lorsque $\frac{y}{h}$ dépasse la valeur 0,75, cette expression de A aboutit à un résultat négatif, ce qui est normal, puisque la section de béton devient entièrement comprimée et que l'armature A représente, sinon l'armature tendue, du moins l'armature la moins comprimée. Le résultat obtenu reste significatif, car il ne fait qu'interpréter les conditions d'équilibre, de compatibilité et de plafond. Il est néanmoins préférable, pour la commodité des calculs pratiques de dimensionnement et de vérification des sections, d'adopter, *en compression excentrée*, une expression mieux appropriée des conditions d'équilibre, de compatibilité et de plafond, conformément aux indications ci-après :

3.2123. *3e cas* $\boxed{0{,}75 \leqslant \frac{y}{h} \leqslant 1}$

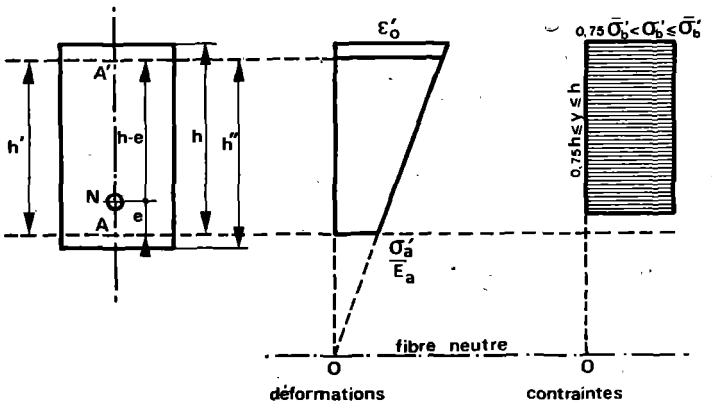


FIG. 3.3.

En compression excentrée, e désignant l'excentricité de l'effort normal $\bar{N}$ par rapport au centre de gravité de l'armature la moins comprimée A, les conditions d'équilibre des efforts et des moments et les conditions de compatibilité des déformations peuvent s'écrire, compte tenu de la condition de plafond :

Équation d'équilibre des efforts :

$$\bar{N} = \sigma'_b \cdot b \cdot y + A \cdot \sigma'_a + A' \cdot \bar{\sigma}'_a \tag{3.212}$$

Équation d'équilibre des moments :

$$\bar{N} \cdot e = 0{,}375 \cdot \bar{\sigma}'_b \cdot b \cdot h^2 + A' \cdot \bar{\sigma}'_a \cdot h' \tag{3.213}$$

ou, en considérant l'excentricité $(h' - e)$ de l'effort normal $\bar{N}$ par rapport au centre de gravité de l'armature la plus comprimée A' :

$$\bar{N} \cdot (h' - e) = 0{,}375 \cdot \bar{\sigma}'_b \cdot b \cdot h'^2 + A \cdot \bar{\sigma}'_a \cdot h' \tag{3.214}$$

Équation de compatibilité des déformations :

$$\frac{x}{h} = \frac{\varepsilon'_0}{\varepsilon'_0 - \dfrac{\sigma'_a}{E_a}} \tag{3.215}$$

ou, en tenant compte de la condition de plafond :

$$\frac{y}{h} = \frac{x - \frac{3}{4}h}{x - \frac{2}{3}h} \leqslant 1 :$$

$$\begin{cases} \sigma'_a = -\dfrac{E_a \cdot \varepsilon'_0}{2} \cdot \dfrac{\dfrac{y}{h} - \dfrac{3}{4}}{\dfrac{y}{h} - \dfrac{9}{8}} & (3.216) \\ \sigma'_b = \dfrac{0{,}75}{\dfrac{y}{h}\left(2 - \dfrac{y}{h}\right)} \cdot \bar{\sigma}'_b & (3.217) \end{cases}$$

Le dimensionnement des sections d'armature A et A' se déduit immédiatement des équations d'équilibre (3.213) et (3.214) suivant :

$$\begin{cases} A' = \dfrac{\bar{N} \cdot e - 0{,}375 \cdot \bar{\sigma}'_b \cdot b \cdot h^2}{\bar{\sigma}'_a \cdot h} & (3.213\ bis) \\ A = \dfrac{\bar{N}(h' - e) - 0{,}375 \cdot \bar{\sigma}'_b \cdot b \cdot h''^2}{\bar{\sigma}'_a \cdot h'} & (3.214\ bis) \end{cases}$$

Quant à la détermination de $\frac{y}{h}$, nécessaire à la vérification de la section et au calcul de la capacité portante, elle se déduit de la résolution de l'équation d'équilibre (3.212), dans laquelle on aura respectivement remplacé les contraintes inconnues σ'_a et σ'_b par leurs expressions (3.216) et (3.217) en fonction de $\frac{y}{h}$. Il en résulte une équation du second degré en $\frac{y}{h}$, dont l'une des deux racines est comprise entre 0,75 et 1. On en déduit σ'_a, σ'_b et $\bar{N}$.

On peut aussi noter que les expressions (3.213 *bis*) et (3.214 *bis*) peuvent inversement servir à la détermination des efforts normaux $\bar{N}_1$ et $\bar{N}_2$ correspondant à une distribution donnée des sollicitations et conduisant à la compression maximale, soit sur un bord, soit sur l'autre ($\bar{N}_1 \leqslant \bar{N}_2$) :

$$\begin{cases} \bar{N}_1 = \dfrac{0{,}375 \cdot \bar{\sigma}'_b \cdot b \cdot h^2 + A' \cdot \bar{\sigma}'_a \cdot h'}{e} & (3.218) \\ \bar{N}_2 = \dfrac{0{,}375 \cdot \bar{\sigma}'_b \cdot b \cdot h''^2 + A \cdot \bar{\sigma}'_a \cdot h'}{h' - e} & (3.219) \end{cases}$$

De même, si $\bar{N}_1$ ou $\bar{N}_2$ sont donnés, ces expressions permettent de définir l'excentricité-limite permise, soit :

$$\begin{cases} e \leqslant \dfrac{0{,}375 \cdot \bar{\sigma}'_b \cdot b \cdot h^2 + A' \cdot \bar{\sigma}'_a \cdot h'}{\bar{N}_1} & (3.220) \\ h' - e \leqslant \dfrac{0{,}375 \cdot \bar{\sigma}'_b \cdot b \cdot h''^2 + A \cdot \bar{\sigma}'_a \cdot h'}{\bar{N}_2} & (3.221) \end{cases}$$

Ces expressions permettent aussi de retrouver à la limite, les formules valables pour la compression simple. En effet, en compression simple, $\bar{N}_1 = N_2$ et le point d'application de la résultante des sollicitations coïncide avec le centre de gravité de la section. Il en résulte que e et $(h' - e)$ sont liées par les deux relations :

$$\frac{e}{h' - e} = \frac{0{,}375 \cdot \bar{\sigma}'_b \cdot b \cdot h^2 + A' \cdot \bar{\sigma}'_a \cdot h'}{0{,}375 \cdot \bar{\sigma}'_b \cdot b \cdot h''^2 + A \cdot \bar{\sigma}'_a \cdot h'}$$

On en déduit la valeur de e, que l'on porte dans l'expression (2.18) de $\bar{N}_1$, d'où l'on déduit la valeur de l'effort normal limite $\bar{N}$ *en compression simple :*

$$\bar{N} = \bar{N}_1 = \bar{N}_2 = 0{,}375 \cdot \bar{\sigma}'_b \cdot b \cdot \frac{h^2 + h''^2}{h'} + A \cdot \bar{\sigma}'_a + A' \cdot \bar{\sigma}'_a$$

Soit :

$$\bar{N} = 0{,}75 \cdot \bar{\sigma}'_b \cdot b \cdot h_t + A \cdot \bar{\sigma}'_a + A' \cdot \bar{\sigma}'_a \qquad (3.222)$$

3.22. CALCUL D'UNE SECTION RECTANGULAIRE EN FLEXION SIMPLE

3.221. Dimensionnement de la section

3.2211. *1er cas. La hauteur utile h est imposée au constructeur*

Cette éventualité n'est pas souhaitable, car elle aboutit souvent à un dimensionnement peu économique. Il arrive néanmoins que les dispositions architecturales ou les conditions d'exploitation de la structure imposent une hauteur très réduite des pièces fléchies, dont le projeteur doit s'accommoder au moins-mal.

Le processus de dimensionnement comporte d'abord le calcul du moment relatif ultime $\bar{\mu} = \dfrac{\bar{M}}{\bar{\sigma}'_b \cdot b \cdot h^2}$ et sa comparaison au moment-plafond 0,375.

Si $\bar{\mu} < 0{,}375$, l'armature de compression est inutile.

Si $\bar{\mu} > 0{,}375$, on peut, soit augmenter la largeur b de l'élément fléchi (par

exemple, en élargissant la table de compression), soit prévoir une armature de compression :

$$A' = \frac{\bar{\sigma}'_b}{\bar{\sigma}'_a} \frac{b \cdot h^2}{h'} (\bar{\mu} - 0{,}375)$$

A) Section rectangulaire sans armature de compression

Connaissant le moment relatif ultime $\bar{\mu}$, on en déduit la hauteur relative $\frac{y}{h}$ du diagramme rectangulaire de compression du béton :

$$\bar{\mu} = \frac{y}{h}\left(1 - 0{,}50\frac{y}{h}\right)$$

Soit :

$$\frac{y}{h} = 1 - \sqrt{1 - 2\bar{\mu}}$$

Deux éventualités peuvent alors se présenter :

$$1^{re}\ \textit{éventualité} : \frac{y}{h} < \left(\frac{y}{h}\right)_{\text{limite}}$$

c'est-à-dire :

$$\frac{y}{h} > \frac{0{,}75}{1 + 2{,}38 \cdot \overline{10}^{-4} \cdot \sigma_e} \quad (\sigma_e \text{ en bar.}$$

Dans cette éventualité, le moment résistant ultime de la section est limité par le risque d'écoulement de l'acier; il se trouve défini par la condition :

$$\sigma_a = \bar{\sigma}_a = \frac{\sigma_e}{\gamma_{\text{acier}}}$$

La section A de l'armature de traction est aisée à déterminer :
En effet, on sait que :

$$\frac{y}{h} = \frac{A \cdot \bar{\sigma}_a}{b \cdot h \cdot \bar{\sigma}'_b}$$

ce qui donne :

$$A = \frac{y}{h} = b \cdot h \frac{\bar{\sigma}'_b}{\bar{\sigma}_a} \frac{y}{h}$$

$$2^{e}\ \textit{éventualité} : \frac{y}{h} > \left(\frac{y}{h}\right)_{\text{limite}}$$

c'est-à-dire :

$$\frac{y}{h} > \frac{0{,}75}{1 + 2{,}38 \cdot \overline{10}^{-4} \cdot \sigma_e} \quad (\sigma_e \text{ en bars})$$

Dans cette éventualité, le moment résistant ultime de la section est limité par le risque d'écrasement du béton, avant que l'armature de traction n'ait épuisé sa capacité de résistance : $\sigma_a < \bar{\sigma}_a$.

La contrainte de traction de l'acier σ_a à introduire dans le calcul est défini par la relation :

$$\frac{y}{h} = \frac{0{,}75 \cdot \varepsilon'_0}{\varepsilon'_0 + \left(\frac{\sigma_a}{E_a} \times \gamma_{\text{acier}}\right)}$$

Soit :

$$\sigma_a = \frac{\varepsilon'_0 \cdot E_a}{\gamma_{\text{acier}}} \left(\frac{0{,}75}{\frac{y}{h}} - 1\right) = \frac{\varepsilon'_0 E_a}{\gamma_{\text{acier}}} \cdot \frac{\sqrt{1-2\bar{\mu}} - \frac{1}{4}}{1 - \sqrt{1-2\bar{\mu}}}$$

ou, plus précisément :

$$\sigma_a = \left(\frac{0{,}75}{\frac{y}{h}} - 1\right) \times 2\,333 \text{ bars} = \frac{\sqrt{1-2\bar{\mu}} - \frac{1}{4}}{1 - \sqrt{1-2\bar{\mu}}} \times 2\,333 \text{ bars}$$

La section A de l'armature de traction se déduira immédiatement de la valeur de la contrainte σ_a, suivant (3.204) :

$$\bar{\sigma}'_b \cdot b \cdot y = A \cdot \sigma_a$$

ce qui donne :

$$A = b \cdot h \cdot \frac{\bar{\sigma}'_b}{\sigma_a} \frac{y}{h}$$

B) SECTION RECTANGULAIRE AVEC ARMATURE DE COMPRESSION

Étant entendu que la différence entre le moment relatif ultime $\bar{\mu}$ et le moment plafond 0,375 peut être supportée par une armature de compression :

$$A' = \frac{\bar{\sigma}'_b}{\bar{\sigma}'_a} \frac{bh^2}{h'} (\bar{\mu} - 0{,}375)$$

il reste à dimensionner la section pour le moment relatif plafond 0,375 auquel correspond la valeur plafond $\frac{y}{h} = \frac{1}{2}$ de la hauteur relative du diagramme de compression du béton.

Or, on sait que cette valeur-plafond $\frac{y}{h} = \frac{1}{2}$, pour tous les aciers courants utilisés en béton armé, est supérieure à la valeur-limite correspondante. En

d'autres termes, dans tous les cas courants, le moment résistant ultime de la section est limité par le risque d'écrasement du béton, avant que l'armature de traction n'ait épuisé sa capacité de résistance : $\sigma_a < \bar{\sigma}_a$.

Comme précédemment, cette contrainte σ_a est définie par la relation :

$$\sigma_a = \left(\frac{0{,}75}{\frac{y}{h}} - 1 \right) 2\,333 \text{ bars}$$

Soit, pour $\frac{y}{h} = \frac{1}{2}$, $\sigma_a = 1\,167$ bars.

La section A de l'armature de traction se déduit de l'équation d'équilibre des efforts (2.06) :

$$A = \frac{b \cdot h}{2} \frac{\bar{\sigma}'_b}{1\,167 \text{ bars}} + A' \frac{\bar{\sigma}'_a}{1\,167 \text{ bars}}$$

On conçoit immédiatement que cette section est antiéconomique et que la limitation arbitraire de la hauteur utile h conduit à une consommation excessive d'acier. Ceci apparaît immédiatement sur un exemple numérique. Supposons : $\bar{\mu} = 0{,}450$, $\sigma_e = \sigma'_e = 4\,000$ bars, $\bar{\sigma}_a = \bar{\sigma}'_a = 2\,222$ bars, $\bar{\sigma}'_0 = 350$ bars, $\bar{\sigma}'_b = 152$ bars, $h' = 0{,}9h$. La consommation totale d'acier est :

$$A + A' = \frac{76}{1\,167} b \cdot h + \frac{3\,389}{1\,167} \cdot \frac{152}{2\,222} \cdot \frac{10}{9} \cdot 0{,}075 b \cdot h$$

$$= 6{,}512 \cdot \overline{10}^{-2} + (2{,}904 \times 0{,}571 \cdot \overline{10}^{-2}) b \cdot h = 8{,}17 \cdot \overline{10}^{-2} \cdot b \cdot h$$

Par contre, si le projeteur pouvait augmenter de 50 % la hauteur utile, il obtiendrait : $\bar{\mu} = 0{,}200$ et $\frac{y}{h} = 0{,}225$, valeur qui se situe non seulement en dessous de la valeur-plafond, mais aussi en dessous de la valeur-limite, ce qui permettrait non seulement de supprimer l'armature de compression, mais d'utiliser l'armature de traction à sa pleine capacité de résistance. La consommation totale d'acier deviendrait alors, toutes choses égales par ailleurs :

$$A = 1{,}53 \cdot \overline{10}^{-2} \cdot b \cdot 1{,}5h = 2{,}30 \cdot \overline{10}^{-2} \cdot b \cdot h.$$

Donc, une augmentation de 50 % de la hauteur utile (c'est-à-dire de la consommation de béton) a permis d'économiser plus de 70 % des aciers d'armature.

3.2212. 2e *cas. La hauteur utile h est laissée au choix du constructeur*

Dans cette éventualité, il est évident que l'économie impose au constructeur, non seulement de se situer en-dessous de la valeur-plafond, mais encore en dessous de la valeur-limite, car c'est, pour lui, la seule possibilité de faire

travailler au maximum ses aciers et de tirer le meilleur parti du calcul de la section à l'état-limite.

A défaut d'abaques, une solution raisonnable et commode (mais pas toujours la plus économique) consiste à ce situer *arbitrairement* au tiers du moment-limite.

σ_e	$\left(\frac{y}{h}\right)_{\text{limite}}$	μ_{limite}	$\frac{1}{3} \cdot \mu_{\text{limite}}$	$\frac{y}{h}$
2 100	0,500	0,375	0,125	0,134
2 500	0,470	0,360	0,120	0,128
3 000	0,438	0,342	0,114	0,121
3 500	0,409	0,325	0,108	0,115
4 000	0,384	0,310	0,103	0,109
4 500	0,362	0,296	0,099	0,104
5 000	0,342	0,283	0,094	0,099
5 500	0,325	0,272	0,091	0,095
6 000	0,309	0,261	0,087	0,091

On en déduit immédiatement la hauteur utile h et la section d'armature de traction A :

$$\begin{cases} h = \sqrt{\dfrac{\bar{M}}{\frac{1}{3}\mu_{\text{limite}} \times \bar{\sigma}'_b \times b}} \\ A = b \cdot h \cdot \dfrac{\bar{\sigma}'_b}{\bar{\sigma}_a} \cdot \dfrac{y}{h} \end{cases}$$

Ainsi, supposons, pour un moment $\bar{M} = 50\,000$ kg/m, que l'on ait $\sigma_e = 4\,000$ bars, $\bar{\sigma}_a = 2\,222$ bars, $\sigma'_0 = 350$ bars, $\bar{\sigma}'_b = 152$ bars, $b = 0{,}60$ m, on obtient :

$$\begin{cases} h = \sqrt{\dfrac{5 \cdot 10^6}{0{,}103 \times 152 \times 60}} = 73 \text{ cm} \\ A = 60 \times 73 \times \dfrac{152}{2\,222} \times 0{,}109 = 32{,}6 \text{ cm}^2 \end{cases}$$

Soit un pourcentage géométrique de 0,75 °/₀₀.

3.222. Vérification de la section

Le processus de vérification d'une section rectangulaire, avec ou sans armature de compression, résulte de l'application des équations générales (3.201) à (3.207), dans laquelle on aura annulé l'effort normal : $N = 0$.

Pratiquement, ce processus est le suivant :

3.2221. *1re tentative :*

On calcule la hauteur relative $\frac{y}{h}$ du diagramme rectangulaire par la formule :

$$\frac{y}{h} = \frac{A \cdot \bar{\sigma}_a - A' \cdot \bar{\sigma}'_a}{\bar{\sigma}'_b \cdot b \cdot h} \qquad \text{(équation d'équilibre)}$$

Si la valeur obtenue pour $\frac{y}{h}$ est inférieure à la valeur de $\left(\frac{y}{h}\right)_{\text{limite}}$ correspondant à la nuance d'acier utilisée, on se trouve dans le cas § 3.1231-1 (cas d'une rupture par écoulement de l'acier, avec moment non plafonné) et on applique la relation (3.202) qui donne immédiatement le moment résistant :

$$\bar{M} = \bar{\sigma}'_b \cdot b \cdot h^2 \cdot \frac{y}{h}\left(1 - 0{,}50\,\frac{y}{h}\right) + A' \cdot \bar{\sigma}'_a \cdot h' \qquad \text{(équation de moment)}$$

S'il n'en est pas ainsi, c'est qu'il y a, non pas rupture par écoulement de l'acier, mais rupture par déficience du béton, et il faut procéder à une 2e tentative.

3.2222. *2e tentative :*

On calcule la hauteur relative $\frac{y}{h}$ du diagramme rectangulaire par résolution du système :

$$\begin{cases} \dfrac{y}{h} = \dfrac{0{,}75 \cdot \varepsilon'_0}{\varepsilon'_0 + \dfrac{\sigma_a}{E_a}} & \text{(équation de compatibilité)} \\[2ex] \dfrac{y}{h} = \dfrac{A \cdot \sigma_a - A' \cdot \bar{\sigma}'_a}{\bar{\sigma}'_b \cdot b \cdot h} & \text{(équation d'équilibre)} \end{cases}$$

On trouve ainsi la valeur de σ_a (inférieur à $\bar{\sigma}_a$), ainsi qu'une nouvelle valeur de $\frac{y}{h}$.

Si la valeur obtenue pour $\frac{y}{h}$, supérieure à la valeur de $\left(\frac{y}{h}\right)_{\text{limite}}$, est inférieure à la valeur $\left(\frac{y}{h}\right)_{\text{plafond}} = \frac{1}{2}$, on se trouve dans le cas § 3.1231-2 (cas d'une

rupture par déficience du béton, avec moment non plafonné) et on applique, comme dans le cas précédent, la relation (3.202) qui donne immédiatement le moment résistant :

$$\bar{M} = \bar{\sigma}'_b \cdot b \cdot h^2 \cdot \frac{y}{h}\left(1 - 0{,}50\,\frac{y}{h}\right) + A' \cdot \bar{\sigma}'_a \cdot h' \qquad \text{(équation de moment)}$$

Si, par contre, la valeur obtenue pour $\frac{y}{h}$ est supérieure à la valeur $\left(\frac{y}{h}\right)_{\text{plafond}} = \frac{1}{2}$, il faut faire intervenir le « plafond » et procéder à une 3e tentative.

3.2223. *3e tentative :*

On se trouve dans le cas 3.1231-3 (cas d'une rupture par déficience du béton, avec moment plafonné). Le calcul de ce moment est immédiat :

$$M = 0{,}375 \cdot b \cdot h^2 \cdot \bar{\sigma}'_b + A' \cdot \bar{\sigma}'_a \cdot h'$$

3.23. CALCUL D'UNE SECTION RECTANGULAIRE EN FLEXION COMPOSÉE AVEC COMPRESSION

3.231. Dimensionnement de la section

3.2311. *1er cas. La hauteur utile h est imposée au constructeur*

Le processus de dimensionnement comporte d'abord, comme en flexion simple, le calcul du moment relatif ultime $\bar{\mu} = \dfrac{\bar{N} \cdot e}{\bar{\sigma}'_b \cdot b \cdot h^2}$ et sa comparaison au moment-plafond 0,375.

Si $\bar{\mu} < 0{,}375$, l'armature de compression est inutile.

Si $\bar{\mu} > 0{,}375$, on peut, soit augmenter la largeur b de l'élément fléchi (par exemple, en élargissant la table de compression), soit prévoir une armature de compression :

$$A' \leqslant \frac{\bar{\sigma}'_b}{\bar{\sigma}'_a} \cdot \frac{b \cdot h^2}{h'}(\bar{\mu} - 0{,}375)$$

La section de l'armature de compression A' étant connue, la valeur de $\frac{y}{h}$ s'en déduit par application de la relation (3.202 *bis*) :

$$\frac{y}{h} = 1 - \sqrt{1 - 2\,\frac{\bar{N} \cdot e - A' \cdot \bar{\sigma}'_a \cdot h'}{\bar{\sigma}'_b \cdot b \cdot h^2}} \qquad (3.202)$$

La valeur trouvée pour $\frac{y}{h}$ dépend alors de la valeur de

$$\frac{\bar{N} \cdot e - A' \cdot \bar{\sigma}'_a \cdot h'}{\bar{\sigma}'_b \cdot b \cdot h^2} = \bar{\mu} - \frac{\bar{\sigma}'_a \cdot A' \cdot h'}{\bar{\sigma}'_b \cdot b \cdot h^2}.$$

Si la valeur de μ est inférieure au plafond 0,375 ou si la différence $(\mu - 0{,}375)$ a été complètement équilibrée par une armature de compression appropriée, la valeur trouvée pour $\frac{y}{h}$ sera inférieure à 0,50 et la résistance de la section sera limitée, soit par le risque de déficience de l'armature de traction si

$$\frac{y}{h} \leqslant \left(\frac{y}{h}\right)_{\text{limite}} \leqslant 0{,}50,$$

soit par le risque de déficience du béton si $\left(\frac{y}{h}\right)_{\text{limite}} \leqslant \frac{y}{h} \leqslant 0{,}50$. Dans le cas contraire, si la valeur de $\bar{\mu}$ est supérieure au plafond 0,375, sans que la différence $(\bar{\mu} - 0{,}375)$ ait été complètement équilibrée par l'armature de compression, la valeur trouvée pour $\frac{y}{h}$ sera supérieure à 0,50 et la condition de plafond devra être appliquée $(0{,}75 \cdot \bar{\sigma}'_b \leqslant \sigma'_b \leqslant \bar{\sigma}'_b)$.

1re éventualité :

$$\frac{y}{h} \leqslant \left(\frac{y}{h}\right)_{\text{limite}} \leqslant 0{,}50$$

Dans cette éventualité, le moment résistant ultime de la section est limité par le risque d'écoulement de l'acier; il se trouve défini par la condition :

$$\sigma_a = \bar{\sigma}_a = \frac{\sigma_e}{\gamma_{\text{acier}}}$$

La section A de l'armature de traction est aisée à déterminer :

$$A = \frac{\frac{y}{h} \cdot \bar{\sigma}'_b \cdot b \cdot h - (\bar{N} - A' \cdot \bar{\sigma}'_a)}{\bar{\sigma}_a} \tag{3.209}$$

2e éventualité :

$$\left(\frac{y}{h}\right)_{\text{limite}} \leqslant \frac{y}{h} \leqslant 0{,}50$$

Dans cette éventualité, le moment résistant ultime de la section est limité

par le risque d'écrasement du béton, avant que l'armature de traction n'ait épuisé sa capacité de résistance ($\sigma_a \leqslant \bar{\sigma}_a$) :

$$\sigma_a = E_a \cdot \varepsilon'_0 \cdot \frac{0{,}75 - \frac{y}{h}}{\frac{y}{h}} \qquad (3.203\ bis)$$

La section A de l'armature de traction s'en déduit immédiatement :

$$A = \frac{\frac{y}{h} \cdot \bar{\sigma}'_b \cdot b \cdot h - (\bar{N} - A' \cdot \bar{\sigma}'_a)}{\sigma_a}$$

$$= \frac{\frac{y}{h}}{0{,}75 - \frac{y}{h}} \cdot \frac{\frac{y}{h} \cdot \bar{\sigma}'_b \cdot b \cdot h - (\bar{N} - A' \cdot \bar{\sigma}'_a)}{E_a \cdot \varepsilon'_0} \qquad (3.204\ ter)$$

3e éventualité :

$$0{,}50 \leqslant \frac{y}{h} \leqslant 0{,}75$$

Dans cette éventualité, le moment résistant ultime de la section, déterminé par le risque d'écrasement du béton, est limité au moment-plafond. Dans ce cas, conformément aux hypothèses fondamentales de base, le calcul de la section ne doit prendre en compte, dans la définition du diagramme rectangulaire « plafonné », qu'une valeur réduite de la résistance de base du béton σ'_b, obtenue en minorant cette résistance de base dans une proportion variant de 1 à 0,75. Soit :

$$\sigma'_b = \frac{0{,}75}{\frac{y}{h}\left(2 - \frac{y}{h}\right)} \cdot \bar{\sigma}'_b \leqslant \bar{\sigma}'_b$$

Mais, comme le moment plafond est atteint avant que l'armature de traction n'ait épuisé sa capacité de résistance, on a également, conformément à l'équation d'équilibre des efforts :

$$\sigma_a = \frac{\frac{y}{h} \cdot \sigma'_b \cdot b \cdot h - (\bar{N} - A' \cdot \bar{\sigma}'_a)}{A}$$

La section A de l'armature de traction est donc définie par la relation :

$$A = \frac{\frac{y}{h}}{\left(2 - \frac{y}{h}\right)\left(\frac{3}{4} - \frac{y}{h}\right)} \frac{0{,}75 \cdot \bar{\sigma}'_b \cdot b \cdot h - \left(2 - \frac{y}{h}\right)(\bar{N} - A' \cdot \bar{\sigma}'_a)}{E_a \cdot \varepsilon'_0} \qquad (3.211)$$

Cette valeur de A tend vers zéro, lorsque $\frac{y}{h}$ se rapproche de 0,75, c'est-à-dire lorsque $\frac{x}{h}$ se rapproche de 1, ou bien, en d'autres termes, lorsque l'axe neutre du couple de flexion se rapproche du centre de gravité de l'armature de traction. Cette limite marque le passage du domaine de la flexion composée (section partiellement comprimée) à celui de la compression excentrée (section entièrement comprimée).

4e éventualité :

$$0{,}75 \leqslant \frac{y}{h} \leqslant 1$$

La section est sollicitée en compression excentrée et se trouve entièrement comprimée. Elle doit être dimensionnée comme telle suivant § 3.241.

3.2312. ***2e cas. La hauteur utile h est laissée au choix du constructeur***

Dans cette éventualité, il est évident que l'économie impose au constructeur de se situer, dans la mesure du possible, non seulement en dessous de la valeur-plafond, mais encore en dessous de la valeur-limite. A défaut d'abaques, une solution raisonnable et commode peut consister à se situer arbitrairement, comme en flexion simple, au tiers du moment-limite (suivant tableau du § 3.2212).

On en déduit immédiatement la hauteur utile h et la section d'armature de traction A :

$$\begin{cases} h = \sqrt{\dfrac{\bar{N} \cdot e}{\frac{1}{3} \cdot \mu_{\text{limite}} \times \bar{\sigma}'_b \times b}} \\ A = b \cdot h \cdot \dfrac{\bar{\sigma}'_b}{\bar{\sigma}_a} \cdot \dfrac{y}{h} \end{cases}$$

Un autre cas, très fréquent en flexion composée, est celui où la section doit être armée *symétriquement* ($A = A'$). Les équations d'équilibre et de compatibilité s'écrivent alors, dans le cas d'une rupture par l'armature de traction :

$$\begin{cases} \dfrac{y}{h} = \dfrac{\bar{N} + A(\bar{\sigma}_a - \sigma'_a)}{\bar{\sigma}'_b \cdot b \cdot h} & \text{(équilibre des efforts)} \\ \bar{N} \cdot e = \bar{\sigma}'_b \cdot b \cdot h^2 \cdot \dfrac{y}{h}\left(1 - 0{,}50\dfrac{y}{h}\right) + A \cdot \sigma'_a \cdot h' & \text{(équilibre des moments)} \\ \sigma'_a = -\sigma_a \dfrac{1 - \dfrac{h'}{h} - \dfrac{4}{3} \cdot \dfrac{y}{h}}{1 - \dfrac{4}{3} \cdot \dfrac{y}{h}} & \text{(compatibilité)} \end{cases}$$

Si l'on se situe, comme ci-dessus, au tiers du moment-limite, on en déduit immédiatement la hauteur utile h et le système des équations d'équilibre et de compatibilité permet, par élimination de $\frac{y}{h}$ et de σ'_a, de déterminer la section A d'armature de traction et d'armature de compression.

3.232. Vérification de la section

Le processus de vérification d'une section rectangulaire, avec ou sans armature de compression, résulte de l'application des équations générales (3.201) à (3.207).

Pratiquement, ce processus est le suivant :

3.2321. *1re tentative*

On calcule la hauteur relative $\frac{y}{h}$ du diagramme rectangulaire par élimination de $\bar{N}$ entre les deux équations d'équilibre (3.201) et (3.202) :

$$\begin{cases} \dfrac{y}{h} = \dfrac{\bar{N} + A \cdot \bar{\sigma}_a - A' \cdot \bar{\sigma}'_a}{\bar{\sigma}'_b \cdot b \cdot h} & (3.201) \\ \bar{N} \cdot e = \bar{\sigma}'_b \cdot b \cdot h^2 \cdot \dfrac{y}{h}\left(1 - 0{,}50\,\dfrac{y}{h}\right) + A' \cdot \bar{\sigma}'_a \cdot h' & (3.202) \end{cases}$$

Si la valeur obtenue par $\frac{y}{h}$ est inférieure à la valeur $\left(\frac{y}{h}\right)_{\text{limite}}$ correspondant à la nuance d'acier utilisée, on se trouve dans le cas § 3.1231-1 (cas d'une rupture par écoulement de l'acier, avec moment plafonné) et on applique la relation (3.202), qui donne immédiatement le moment résistant $\bar{N} \cdot e$, c'est-à-dire l'effort normal résistant (si son excentricité est fixée *a priori*) ou l'excentricité admissible (si l'effort normal est fixé *a priori*).

S'il n'en est pas ainsi, c'est qu'il y a, non pas rupture par écoulement de l'acier, mais rupture par déficience du béton, et il faut procéder à une 2e tentative.

3.2322. 2e *tentative*

On calcule la hauteur relative $\frac{y}{h}$ du diagramme rectangulaire par élimination de $\bar{N}$ et de σ_a entre les trois équations de compatibilité et d'équilibre (3.203) (3.204) (3.202) :

$$\begin{cases} \dfrac{y}{h} = \dfrac{0{,}75 \cdot \varepsilon'_0}{\varepsilon'_0 + \dfrac{\sigma_a}{E_a}} & (3.203) \\ \bar{N} = \bar{\sigma}'_b \cdot b \cdot y - A \cdot \sigma_a + A' \cdot \bar{\sigma}'_a & (3.204) \\ \bar{N} \cdot e = \bar{\sigma}'_b \cdot b \cdot h^2 \cdot \dfrac{y}{h}\left(1 - 0{,}50 \cdot \dfrac{y}{h}\right) + A' \cdot \bar{\sigma}'_a \cdot h' & (3.202) \end{cases}$$

Si la nouvelle valeur obtenue pour $\frac{y}{h}$, supérieure à la valeur de $\left(\frac{y}{h}\right)_{\text{limite}}$, est inférieure à la valeur $\left(\frac{y}{h}\right)_{\text{plafond}} = 0{,}50$, on se trouve dans le cas § 3.1231 (cas d'une rupture par déficience du béton, avec moment non plafonné) et on applique, comme dans le cas précédent, la relation (3.202) qui donne immédiatement le moment résistant $\bar{N} \cdot e$, c'est-à-dire l'effort normal résistant (si son excentricité est fixée *a priori*) ou l'excentricité admissible (si l'effort normal est fixé *a priori*).

Si, par contre, la valeur obtenue pour $\frac{y}{h}$ est supérieure à la valeur $\left(\frac{y}{h}\right)_{\text{plafond}} = 0{,}50$, il faut faire intervenir le « plafond » et procéder à une 3e tentative.

3.2323. 3e *tentative*

On calcule la hauteur relative $\frac{y}{h}$ du diagramme rectangulaire par élimination de $\bar{N}$, de σ_a et σ'_b entre les quatre équations de compatibilité, d'équilibre et de plafond (3.203) (3.223) (3.224) (3.210) :

$$\begin{cases} \dfrac{y}{h} = \dfrac{0{,}75 \cdot \varepsilon'_0}{\varepsilon'_0 + \dfrac{\sigma_a}{E_a}} & (3.203) \\ \bar{N} = \alpha'_b \cdot b \cdot y - A \cdot \sigma_a + A' \cdot \bar{\sigma}'_a & (3.223) \\ \bar{N} \cdot e = 0{,}375 \cdot \bar{\alpha}'_b \cdot b \cdot h^2 + A' \cdot \bar{\sigma}'_a \cdot h' & (3.224) \\ \alpha'_b = \dfrac{0{,}75}{\dfrac{y}{h}\left(2 - \dfrac{y}{h}\right)} \cdot \bar{\alpha}'_b & (3.210) \end{cases}$$

Si la nouvelle valeur obtenue pour $\frac{y}{h}$, supérieure à 0,50, est inférieure à 0,75, on se trouve dans le cas § 3.1231-3 (cas d'une rupture en flexion composée, par déficience du béton, avec moment plafonné) et la relation (3.224) donne immédiatement le moment résistant $\bar{N} \cdot e$, c'est-à-dire, l'effort normal résistant (si son excentricité est fixée *a priori*) ou l'excentricité admissible (si l'effort normal est fixé *a priori*).

Si, par contre, la nouvelle valeur obtenue pour $\frac{y}{h}$, est supérieure à 0,75, on se trouve en compression excentrée et la section, entièrement comprimée, doit être vérifiée, comme telle, suivant § 3.242.

3.24. CALCUL D'UNE SECTION RECTANGULAIRE EN COMPRESSION EXCENTRÉE

3.241. Dimensionnement de la section

3.2411. *1er cas. La hauteur utile h est imposée au constructeur*

Le dimensionnement de sections d'armature la moins comprimée A et la plus comprimée A' est effectué, conformément au § 3.2123, d'après les deux relations (3.213 *bis*) et (3.214 *bis*) :

$$\begin{cases} A' = \dfrac{\bar{N} \cdot e - 0{,}375 \cdot \bar{\sigma}'_b \cdot b \cdot h^2}{\bar{\sigma}'_a \cdot h} & (3.213\ bis) \\ A = \dfrac{\bar{N}(h' - e) - 0{,}375 \cdot \bar{\sigma}'_b \cdot b \cdot h''^2}{\bar{\sigma}'_a \cdot h'} & (3.214\ bis) \end{cases}$$

3.2412. *2e cas. La hauteur utile h est laissée au choix du constructeur*

Dans ce cas, une solution raisonnable et commode consiste à équilibrer le moment $\bar{N} \cdot e$ par la section de béton seul, ce qui donne, selon (2.13 *bis*) :

$$\bar{N} \cdot e = 0{,}375 \cdot \bar{\sigma}'_b \cdot b \cdot h^2$$

Soit :

$$\begin{cases} h = \sqrt{\dfrac{\bar{N} \cdot e}{0{,}375 \cdot \bar{\sigma}'_b \cdot b}} \\ A' = 0 \\ A = \dfrac{\bar{N}}{\bar{\sigma}'_a} \left(1 - \dfrac{e}{h'} \cdot \dfrac{h^2 + h''^2}{h^2} \right) \end{cases}$$

Il ne reste donc à équilibrer, par l'armature la moins comprimée, que la proportion $\left(1 - \frac{e}{h'} \cdot \frac{h^2 + h''^2}{h^2}\right)$ de l'effort normal $\bar{N}$.

3.242. Vérification de la section

Cette vérification se fait immédiatement au moyen de l'équation d'équilibre des moments (3.213) (3.216) du § 3.2123.

De même, les expressions (3.213 *bis*) et (3.214 *bis*) peuvent servir à la détermination des efforts normaux $\bar{N}_1$ et $\bar{N}_2$ correspondant à une distribution donnée des sollicitations et conduisant à la compression maximale, soit sur un bord, soit sur l'autre ($\bar{N}_1 \leqslant \bar{N}_2$) :

$$\bar{N}_1 = \frac{0{,}375 \cdot \bar{\sigma}'_b \cdot b \cdot h^2 + A' \cdot \bar{\sigma}'_a \cdot h'}{e} \tag{32.18}$$

$$\bar{N}_2 = \frac{0{,}375 \cdot \bar{\sigma}'_b \cdot b \cdot h''^2 + A \cdot \bar{\sigma}'_a \cdot h'}{h' - e} \tag{3.219}$$

De même, si $\bar{N}_1$ ou $\bar{N}_2$ sont fixés *a priori*, on peut définir l'excentricité-limite admissible, soit :

$$e \leqslant \frac{0{,}375 \cdot \bar{\sigma}'_b \cdot b \cdot h^2 + A' \cdot \bar{\sigma}'_a \cdot h'}{\bar{N}_1} \tag{3.220}$$

$$h' - e \frac{0{,}375 \cdot \bar{\sigma}'_b \cdot b \cdot h''^2 + A \cdot \bar{\sigma}'_a \cdot h'}{\bar{N}_2} \tag{3.221}$$

3.25. CALCUL D'UNE SECTION RECTANGULAIRE EN COMPRESSION SIMPLE

3.251. Dimensionnement de la section

Ce dimensionnement est basé sur l'application de l'équation d'équilibre (3.222) :

$$\bar{N} = 0{,}75 \cdot \bar{\sigma}'_b \cdot b \cdot h_t + A \cdot \bar{\sigma}'_a + A' \cdot \bar{\sigma}'_a \tag{3.222}$$

Une fois adopté le pourcentage minimal d'armature longitudinale, imposé par le Code, on définit la section de béton par :

$$b \cdot h_t = \frac{\bar{N} - (A + A')\bar{\sigma}'_a}{0{,}75 \cdot \bar{\sigma}'_b}$$

3.252. Vérification de la section

Cette vérification est obtenue immédiatement par l'application de la relation précédente (3.222).

CHAPITRE 4

FLEXION DROITE. CALCUL PRATIQUE

par André PADUART, Prof. Dr. Ing.

4.1. PRÉAMBULE

Le but du chapitre 4 est de montrer, au moyen d'une série d'exemples, comment le calcul théorique général développé dans le chapitre 3 peut être appliqué aux différents problèmes qui se présentent aux calculateurs dans la pratique de leur métier.

A cet effet, quelques abaques ont été dressés par l'auteur afin de simplifier les calculs et de fournir très rapidement la solution demandée.

4.2. CARACTÈRES DES MATÉRIAUX

4.21. QUALITÉS DU BÉTON

Nous considérons dix valeurs particulières de la résistance de base $\bar{\sigma}'_b$ du béton. Pour chacune d'elles, nous calculons la résistance-limite ultime correspondante $\bar{\sigma}'_{bo}$ en compression simple, prise égale à $0{,}75 \cdot \bar{\sigma}'_b$. Ces valeurs sont indiquées ci-dessous et évaluées en bars.

$\bar{\sigma}'_b$	40	50	60	70	80	90	100	120	140	160
$\bar{\sigma}'_{bo}$	30	37,5	45	52,5	60	67,5	75	90	105	120

4.22. QUALITÉS DE L'ACIER

Nous considérons cinq types d'acier, qui correspondent aux qualités les plus couramment utilisées en béton armé. Ces types sont définis au tableau ci-dessous, dans lequel nous avons indiqué, pour chacun d'eux, la limite élastique de référence σ_e, les résistances de base en traction $\bar{\sigma}_a$ et en compression $\bar{\sigma}'_a$, ainsi que la contrainte de base maximale de traction $\bar{\sigma}_{10}$ correspondant à l'allongement unitaire limite de 10 $^0/_{00}$ (Code, § 6.111.3).

La contrainte $\bar{\sigma}_a$ s'obtient en divisant σ_e par le coefficient de sécurité global 1,80.

La contrainte $\bar{\sigma}'_a$ représente la compression que l'on peut admettre sur les armatures A et A'. Ces valeurs correspondent à un raccourcissement de 2 °/₀₀.

Type d'acier	σ_e (bars)	$\bar{\sigma}_a$ (bars)	$\bar{\sigma}_{10}$ (bars)	$\bar{\sigma}'_a$ (bars)
(1) acier naturel	2 400	1 335	1 335	1 335
(2) acier naturel	4 000	2 225	2 225	2 225
(3) acier écroui	4 000	2 225	2 425	2 110
(4) acier écroui	5 000	2 780	3 025	2 585
(5) acier écroui	6 000	3 335	3 625	2 960

Tableau des types d'acier et des contraintes de base, évaluées en bars.

La figure 4.1 indique, pour chaque valeur de l'allongement unitaire ε_a défini dans l'état-limite ultime, la contrainte de base σ_a de chaque type d'acier. Cette

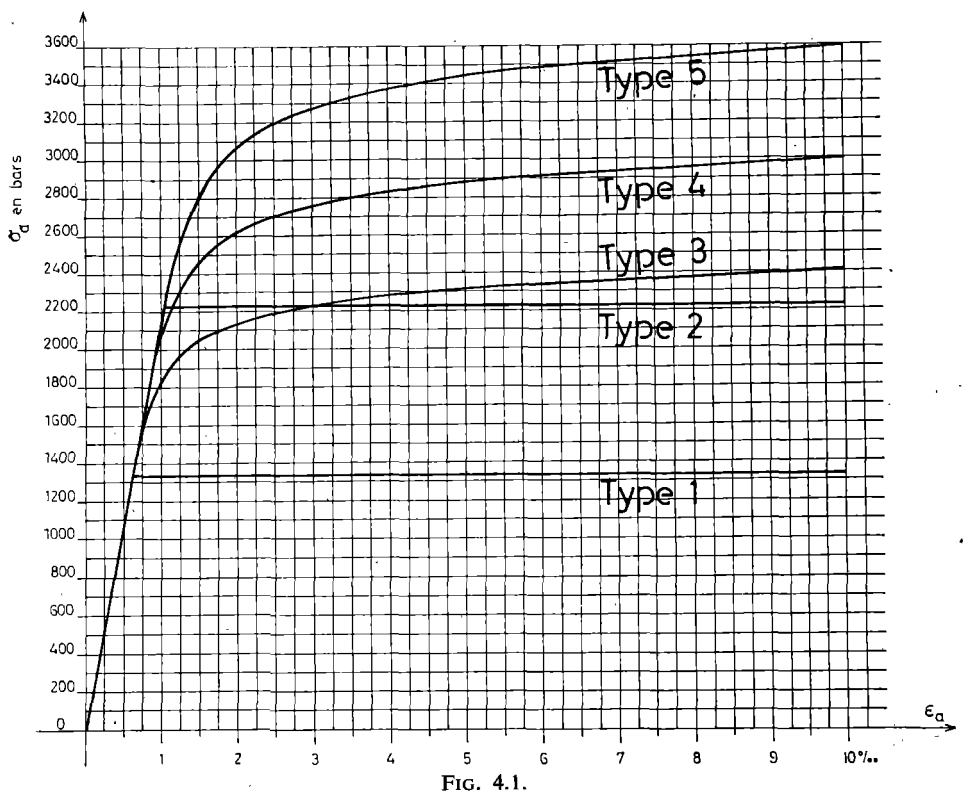


FIG. 4.1.

contrainte a été déduite de la courbe de déformation réelle de l'acier par une première affinité parallèle à la droite de Hooke dans le rapport 0,556 (Code, § 6.111.3). L'allongement maximal ε_a est limité à 10 °/₀₀, cette valeur étant considérée comme le maximum de déformation plastique admissible dans l'état-limite ultime.

4.3. FLEXION DROITE SIMPLE

4.31. SECTION QUELCONQUE SYMÉTRIQUE PAR RAPPORT AU PLAN DE FLEXION

Rappel des hypothèses fondamentales

Le calcul de l'état-limite ultime en flexion simple est basé sur les hypothèses suivantes :

a) Les déformations longitudinales dans une section sont proportionnelles aux distances à l'axe neutre.

b) La résistance à la traction du béton est négligée.

c) Le raccourcissement unitaire maximal ε'_0 du béton comprimé dans l'état-limite ultime est pris égal à 2 °/₀₀.

d) Le diagramme de répartition des contraintes du béton comprimé est assimilé à un rectangle. La largeur de ce rectangle est prise égale à la résistance de base $\bar{\sigma}'_b$. La hauteur y est prise égale aux $\frac{75}{100}$ de la hauteur x de la zone soumise à un raccourcissement.

e) La valeur du moment fléchissant ultime est limitée au moment-plafond M_p. Celui-ci est égal au produit du moment statique de la section de béton (par rapport au centre de gravité de l'armature de traction), par les $\frac{75}{100}$ de la résistance de base du béton ($0{,}75 \cdot \bar{\sigma}'_b = \bar{\sigma}'_{bo}$).

f) La contrainte de base dans l'armature de traction est indiquée en fonction de ε_a par les courbes de la figure 4.1. Les valeurs de ε_a sont liées à celles de y par la relation

$$\frac{\varepsilon_a}{0{,}002} = \frac{h - 1{,}33y}{1{,}33y} \qquad (4.31\ a)$$

La figure 4.2 donne ε_a en fonction de $\frac{y}{h}$. La déformation unitaire est limitée à 10 °/₀₀, conformément à la condition imposée par le Code (§ 6.111.3). L'introduction de cette limite d'allongement de l'acier a comme conséquence que, pour les très faibles pourcentages d'armature, l'état-limite ultime est atteint avant que le raccourcissement unitaire du béton n'atteigne 2 °/₀₀. Cependant,

la diminution de moment maximal, qui résulte de cette limitation d'allongement de l'acier, est négligeable dans la pratique.

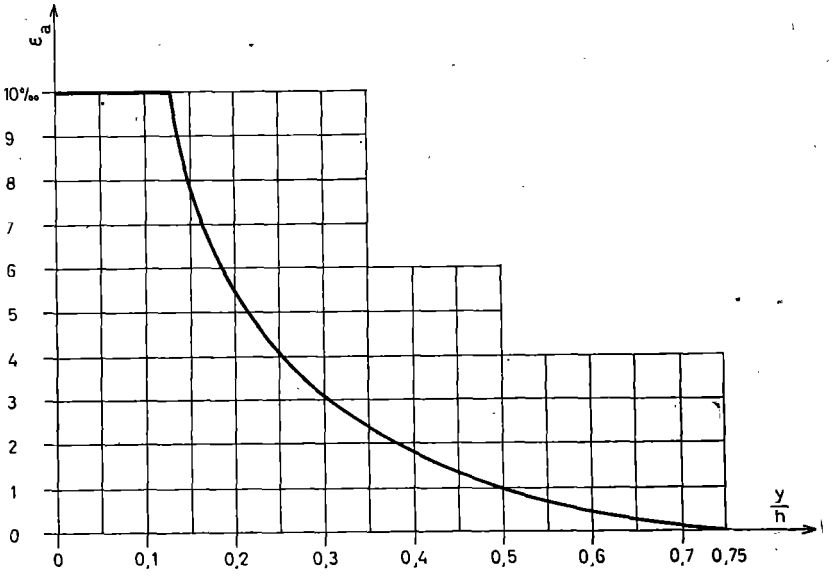


FIG. 4.2.

g) La contrainte de base dans l'armature de compression correspond à un raccourcissement de 2 ‰ et est indiquée en 4.22.

Problème n° 1

On donne : la section géométrique de la pièce, les sections d'armatures, les caractères des matériaux, le moment de flexion M.

On demande si la sécurité de la pièce est assurée.

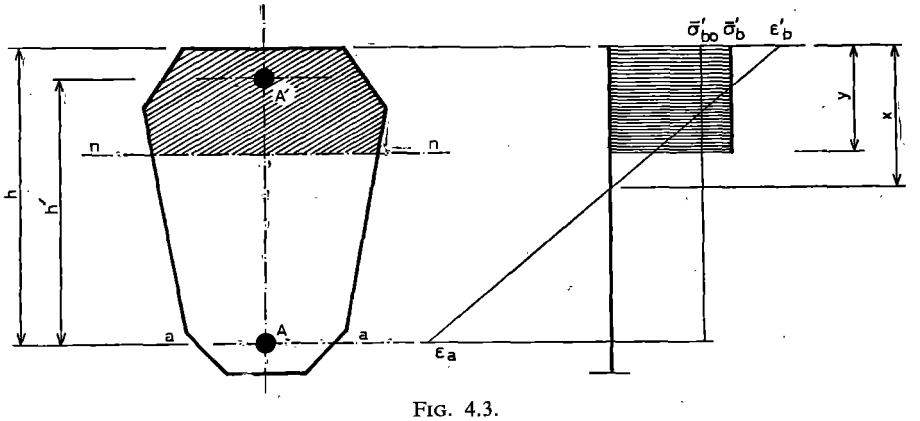


FIG. 4.3.

Si S désigne le moment statique de la section de béton de hauteur utile h par rapport à l'axe a-a passant par le centre de gravité de l'armature de traction (fig. 4.3), le moment de flexion maximal, qui peut être équilibré par les armatures comprimées et le béton, vaut

$$M_p = 0{,}75 \cdot S \cdot \bar{\sigma}'_b + A' \cdot \bar{\sigma}'_a \cdot h' \qquad (4.31\ b)$$

La première condition de sécurité s'écrit donc

$$M \leqslant M_p$$

Il reste à vérifier si l'armature A est suffisante. A cet effet, on commence par rechercher le niveau n-n constituant le bord inférieur du diagramme rectangulaire des compressions sur le béton.

Désignons par S_n et B' respectivement le moment statique par rapport à l'axe a-a et l'aire de la section située au-dessus du niveau n-n. On a :

$$S_n = \frac{M - A' \cdot \bar{\sigma}'_a \cdot h'}{\bar{\sigma}'_b} \qquad (4.31\ c)$$

ce qui permet de trouver le niveau n-n et la hauteur y.

Des figures 4.2 et 4.1 on déduit ε_a et σ_a.

La condition d'équilibre de translation longitudinale donne la section minimale de l'armature de traction nécessaire :

$$A_{\min} = \frac{B' \cdot \bar{\sigma}'_b + A' \cdot \bar{\sigma}'_a}{\bar{\sigma}_a} \qquad (4.31\ d)$$

Exemple (a)

On donne : la section triangulaire représentée à la figure 4.4 a

$A' = 1{,}13\ \text{cm}^2$ (type 3) $\qquad A = 11{,}3\ \text{cm}^2$ (type 1)

$\bar{\sigma}'_b = 90$ bars $\qquad M = 1{,}85\ \text{tf} \cdot \text{m}$

On demande de vérifier la pièce.

On a :

$$S = \frac{40 \times 40}{2} \times \frac{40}{3} = 10\,667\ \text{cm}^3$$

D'où :

$$M_p = (10\,667 \times 67{,}5) + (1{,}13 \times 2\,110 \times 32{,}5)$$

$$= 719\,000\ \text{kgf} \cdot \text{cm} + 78\,000\ \text{kgf} \cdot \text{cm} = 7{,}97\ \text{tf} \cdot \text{m}$$

La première condition est vérifiée.

D'autre part :

$$S_n = \frac{185\,000 - 78\,000}{90} = 1\,190\ \text{cm}^3$$

Le diagramme tracé à la figure 4.5 donne S_n en fonction de y; on y lit à l'abscisse 1 190 cm³ une valeur de y égale à 8,2 cm.

Pour $\frac{y}{h} = \frac{8,2}{40} = 0,205$, la figure 4.2 donne : $\varepsilon_a = 5,3$ °/₀₀ et la figure 4.1 donne : $\sigma_a = 1\,335$ bars.

On a aussi :

$$B' = \frac{8,2 \times 8,2}{2} = 33,7 \text{ cm}^2$$

La section minimale d'armature de traction est donc :

$$A_{\min} = \frac{(33,7 \times 90) + (1,13 \times 2\,110)}{1\,335} = 4,05 \text{ cm}^2$$

La sécurité est donc assurée.

Exemple (b)

On donne : la section représentée à la figure 4.4 *b*

$A' = 1,13$ cm² (type 3) $\qquad A = 6,2$ cm² (type 3)

$\bar{\sigma}'_b = 90$ bars $\qquad M = 4,20$ tf · m

On demande de vérifier la pièce.

On a :

$$S = \overline{37,5}^2 \left(\frac{37,5}{3} + \frac{7,5}{2}\right) = 22\,800 \text{ cm}^3$$

D'où :

$$M_p = (22\,800 \times 67,5) + (1,13 \times 2\,110 \times 32,5)$$

$$= 1\,540\,000 \text{ kgf} \cdot \text{cm} + 78\,000 \text{ kgf} \cdot \text{cm} = 16,18 \text{ tf} \cdot \text{m}$$

La première condition est vérifiée.

D'autre part :

$$S_n = \frac{420\,000 - 78\,000}{90} = 3\,800 \text{ cm}^3$$

En tâtonnant, on trouve : $y = 2,4$ cm et $B' = 105$ cm²

Pour $\frac{y}{h} = \frac{2,4}{37,5} = 0,064$, la figure 4.2 donne : $\varepsilon_a = 10$ °/₀₀ et la figure 4.1 donne $\sigma_a = 2\,425$ bars.

La section minimale d'armature de traction est donc :

$$A_{\min} = \frac{(105 \times 90) + (1,13 \times 2\,110)}{2\,425} = 4,9 \text{ cm}^2$$

La sécurité est donc assurée.

Problème n° 2

On donne : la section de la pièce, les armatures, la qualité des matériaux.
On demande : le moment de flexion résistant.

La réponse est donnée par la plus petite des deux valeurs M_p et M_a suivantes :

a) *Critère du béton :*

On applique la formule (4.31 *b*) :

$$M_p = 0{,}75 \cdot S \cdot \bar{\sigma}'_b + A' \cdot \bar{\sigma}'_a \cdot h'$$

b) *Critère de l'armature de traction :*

L'effort maximal que le béton doit équilibrer si les armatures travaillent à leur contrainte de base vaut :

$$N'_0 = A \cdot \bar{\sigma}_a - A' \cdot \bar{\sigma}'_a$$

D'où, en reprenant la formule (4.31 *d*) :

$$B' = \frac{A \cdot \bar{\sigma}_a - A' \cdot \bar{\sigma}'_a}{\bar{\sigma}'_b}$$

On en déduit S_n et la deuxième valeur limite :

$$M_a = S_n \cdot \bar{\sigma}'_b + A' \cdot \bar{\sigma}'_a \cdot h' \qquad (4.31\ e)$$

Pour les aciers écrouis (types 3, 4 ou 5), un tâtonnement est nécessaire pour trouver la valeur exacte de σ_a qui dépend de ε_a.

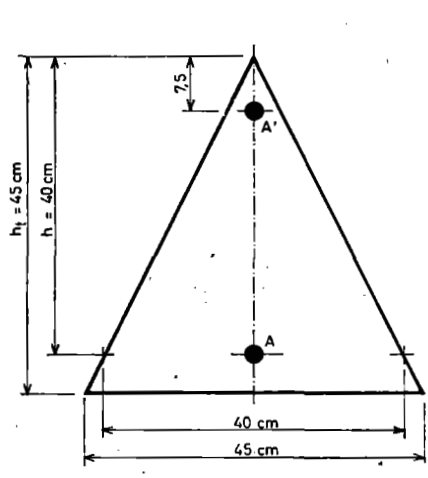


FIG. 4.4 *a*.

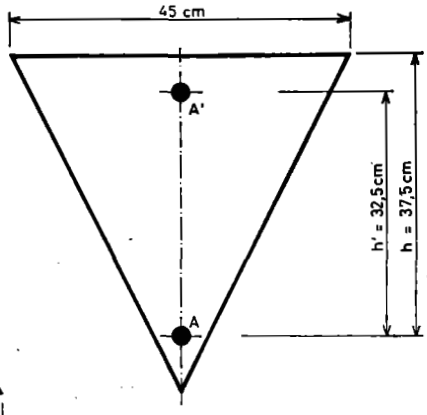


FIG. 4.4 *b*.

Exemple (a) :

On donne : la section représentée à la figure 4.4 *a*

$A' = 1{,}13$ cm^2 (type 3) $\quad A = 11{,}3$ cm^2 (type 1)

$\bar{\sigma}'_b = 90$ bars

On demande : le moment de flexion résistant.

a) Critère du béton :

Le problème précédent nous a donné $M_p = 7{,}97$ tf · m.

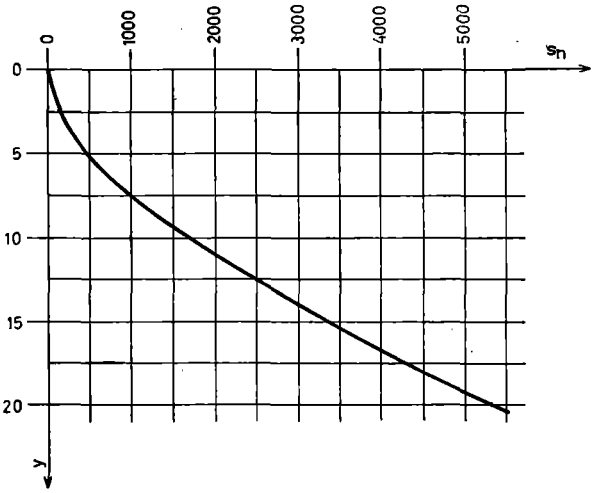


FIG. 4.5.

b) Critère de l'armature de traction :

Adoptons tout d'abord : $\sigma_a = 1\,335$ bars.

$$N'_0 = (11{,}3 \times 1\,335) - (1{,}13 \times 2\,110) = 12\,720 \text{ kgf}$$

$$B' = \frac{12\,720}{90} = 141 \text{ cm}^2$$

$$y = \sqrt{2 \times 141} = 16{,}8 \text{ cm} \rightarrow \frac{y}{h} = 0{,}42 \rightarrow \varepsilon_a = 1{,}6\ {}^0/_{00}.$$

On peut donc effectivement se baser sur : $\sigma_a = 1\,335$ bars.

On trouve pour la section triangulaire donnée :

$$S_n = y^2 \left(20 - \frac{y}{3}\right) = 4\,060 \text{ cm}^3$$

D'où :

$$M_a = (4\,060 \times 90) + (1{,}13 \times 2\,110 \times 32{,}5)$$
$$= 366\,000 \text{ kgf} \cdot \text{cm} + 78\,000 \text{ kgf} \cdot \text{cm} = 4{,}44 \text{ tf} \cdot \text{m}$$

C'est cette dernière valeur qui constitue la réponse cherchée.

Exemple (b) :

On donne : la section représentée à la figure 4.4 *b*

$A' = 1{,}13 \text{ cm}^2$ (type 3) $\quad A = 6{,}2 \text{ cm}^2$ (type 3)

$\bar{\sigma}'_b = 90$ bars.

On demande : le moment de flexion résistant.

a) Critère du béton :

L'exemple (*b*) du problème n° 1 nous a donné : $M_p = 16{,}18$ tf · m

b) Critère de l'armature de traction :

Adoptons, pour commencer, la valeur : $\sigma_a = 2\,425$ bars.

$$N'_0 = (6{,}2 \times 2\,425) - (1{,}13 \times 2\,110) = 12\,660 \text{ kgf}$$

$$B' = \frac{12\,660}{90} = 141 \text{ cm}^2$$

$$y = 3{,}3 \text{ cm} \rightarrow \frac{y}{h} = 0{,}088 \rightarrow \varepsilon_a = 10\ {}^0/_{00}$$

On peut donc effectivement se baser sur : $\sigma_a = 2\,425$ bars.

On a :

$$S_n = 141 \times 35{,}9 = 5\,060 \text{ cm}^3$$

D'où :

$$M_a = (5\,060 \times 90) + (1{,}13 \times 2\,110 \times 32{,}5)$$
$$= 455\,000 \text{ kgf} \cdot \text{cm} + 78\,000 \text{ kgf} \cdot \text{cm} = 5{,}33 \text{ tf} \cdot \text{m}$$

C'est cette dernière valeur qui constitue la réponse cherchée.

Problème n° 3

On donne : la section de la pièce, l'armature en compression, la qualité des matériaux, le moment de flexion.

On demande : l'armature nécessaire en traction.

Il faut d'abord vérifier si le moment-plafond M_p donné par la formule (4.31 *b*) n'est pas dépassé. La section de l'armature en traction se calcule ensuite à l'aide des relations (4.31 *c*) et (4.31 *d*).

Exemple (a) :

On donne : la section représentée à la figure 4.4 *a*

$A' = 1{,}13$ cm^2 (type 3) Acier type 1 en traction

$\bar{\sigma}'_b = 90$ bars $M = 3{,}85$ tf · m

On demande : A.

En se référant à l'exemple (*a*) du problème n° 1, on constate que A' est surabondant puisque $M < M_p$.

D'autre part, on a, d'après (4.31 *c*) :

$$S_n = \frac{385\,000 - 78\,000}{90} = 3\,410 \text{ cm}^3$$

Le diagramme tracé à la figure 4.5 donne $y = 15{,}2$ cm.

Pour $\frac{y}{h} = \frac{15{,}2}{40} = 0{,}38$, la figure 4.2 donne : $\varepsilon_a = 1{,}95$ °/$_{oo}$ et la figure 4.1 donne : $\sigma_a = 1\,335$ bars.

On a aussi :

$$B' = 116 \text{ cm}^2$$

D'où :

$$A = \frac{(116 \times 90) + (1{,}13 \times 2\,110)}{1\,335} = 9{,}6 \text{ cm}^2$$

Exemple (b) :

On donne : la section représentée à la figure 4.4 *b*

$A' = 1{,}13$ cm^2 (type 3) Acier type 3 en traction

$\bar{\sigma}'_b = 90$ bars $M = 12{,}3$ tf · m

On demande : la section A de l'armature de traction.

En se référant à l'exemple (*b*) du problème n° 1, on constate que A' est surabondant, puisque $M < M_p$.

D'autre part, on a, d'après (4.31 *c*) :

$$S_n = \frac{1\,230\,000 - 78\,000}{90} = 12\,800 \text{ cm}^3$$

En tâtonnant, on trouve : $y = 9{,}8$ cm et $B' = 393$ cm^2.

Pour $\frac{y}{h} = \frac{9{,}8}{37{,}5} = 0{,}261$, la figure 4.2 donne : $\varepsilon_a = 3{,}75\ ^{o}/_{oo}$ et la figure 4.1 donne : $\sigma_a = 2\,270$ bars.

D'où :

$$A = \frac{(393 \times 90) + (1{,}13 \times 2\,110)}{2\,260} = 16{,}7\ \text{cm}^2$$

Problème n° 4

On donne : la section de la pièce, l'armature de compression, la qualité des armatures, le moment de flexion.

On demande : la qualité minimale du béton, l'armature de traction correspondante.

La formule (4.31 *b*) se transforme comme suit :

$$\bar{\sigma}'_b = \frac{M - A' \cdot \bar{\sigma}'_a \cdot h'}{0{,}75S} \qquad (4.31\ f)$$

On en déduit immédiatement la qualité minimale du béton.

En introduisant ensuite cette contrainte $\bar{\sigma}'_b$ dans la formule (4.31 *c*) et en utilisant la formule (4.31 *d*), on obtient la section nécessaire de l'armature de traction.

Il peut arriver, pour certaines formes de section, que ce calcul conduise à une valeur de y qui soit très proche de $0{,}75h$ ou même supérieure à cette limite. Dans ce cas, ε_a possède une valeur très petite, voire même négative, de sorte que le problème ainsi considéré n'aurait pas de solution raisonnable.

Afin d'avoir un rendement intéressant de l'armature de traction, on a intérêt à ne pas laisser descendre ε_a au-dessous de $1\ ^{o}/_{oo}$, ce qui limite $\frac{y}{h}$ à 0,50 (cf. fig. 4.2).

La formule (4.31 *c*), écrite sous la forme

$$\bar{\sigma}'_b = \frac{M - A' \cdot \bar{\sigma}'_a \cdot h'}{S_n} \qquad (4.31\ g)$$

permet de trouver la qualité minimale du béton correspondant à cette nouvelle position de la fibre neutre.

Notons qu'il peut y avoir un intérêt économique à augmenter davantage ε_a si la réduction de la section A de l'armature qui en résulte compense la dépense occasionnée par la mise en œuvre d'un béton de meilleure qualité.

Exemple (a) :

On donne : la section représentée à la figure 4.4 *a*

$A' = 1{,}13\ \text{cm}^2$ (type 3) Acier type 1 en traction

$M = 3{,}85\ \text{tf} \cdot \text{m}$

On demande : $\bar{\sigma}'_b$ et A.

La formule (4.31 *f*) donne :

$$\bar{\sigma}'_b = \frac{385\,000 - (1{,}13 \times 2\,110 \times 32{,}5)}{0{,}75 \times 10\,667}$$

$$= 38{,}4 \text{ bars.}$$

La formule (4.31 *c*) donne :

$$S_n = \frac{307\,000}{38{,}4} = 8\,000 \text{ cm}^3$$

D'où : $y = 27$ cm.
Cette valeur dépasse $0{,}50h$ de sorte que la solution n'est pas intéressante.
Choisissons donc : $\varepsilon_a = 1\ ^0/_{00}$, ce qui correspond à $\sigma_a = 1\,335$ bars.

On a : $\frac{y}{h} = 0{,}50$, d'où : $y = 20$ cm et $S_n = 5\,333$ cm^3.

D'où :

$$\bar{\sigma}'_b = \frac{307\,000}{5\,333} = 57{,}5 \text{ bars} \qquad \text{et} \qquad B' = \frac{20^2}{2} = 200 \text{ cm}^2$$

$$A = \frac{(200 \times 57{,}5) + (1{,}13 \times 2\,110)}{1\,350} = 10{,}4 \text{ cm}^2$$

Exemple (b) :

On donne : la section représentée à la figure 4.4 *b*

$A' = 1{,}13$ cm^2 (type 3) Acier type 3 en traction

$M = 12{,}3$ tf · m

On demande : $\bar{\sigma}'_b$ et A.

La formule (4.31 *f*) donne :

$$\bar{\sigma}'_b = \frac{1\,230\,000 - (1{,}13 \times 2\,110 \times 32{,}5)}{0{,}75 \times 22\,800}$$

$$= 67{,}5 \text{ bars.}$$

La formule (4.31 *c*) donne :

$$S_n = \frac{1\,152\,000}{67{,}5} = 17\,100 \text{ cm}^3$$

En tâtonnant, on trouve : $y = 15{,}4$ cm.
D'où :

$$\frac{y}{h} = \frac{15{,}4}{37{,}5} = 0{,}41$$

La figure 4.2 donne : $\varepsilon_a = 1{,}7\ ^0/_{00}$ et la figure 4.1 donne : $\sigma_a = 2\,080$ bars. On a aussi :

$$B' = 575\ \text{cm}^2$$

D'où :

$$A = \frac{(575 \times 67{,}5) + (1{,}13 \times 2\,110)}{2\,080} = 20{,}0\ \text{cm}^2$$

Remarquons, pour terminer, qu'au problème n° 3, à l'exemple (*b*), nous avions trouvé, pour la même pièce, une section A égale à 16,7 cm² parce que nous avions imposé $\bar{\sigma}'_b = 90$ bars. Ceci fait apparaître l'incidence économique de la qualité du béton.

Problème n° 5

On donne : la section de la pièce, la qualité du béton, la section des armatures, le moment de flexion.

On demande : la qualité minimale des armatures.

On s'impose le type d'armature en compression en veillant à ce que la valeur du moment-plafond, donnée par (4.31 *b*), ne soit pas dépassée.

On procède ensuite comme indiqué au problème n° 3, en écrivant la formule (4.31 *d*) sous la forme :

$$\sigma_{a\ \min} = \frac{B' \cdot \bar{\sigma}'_b + A' \cdot \bar{\sigma}'_a}{A} \qquad (4.31\ h)$$

Connaissant ε_a, la figure 4.1 indique les types d'acier qui conviennent.

Exemple (a) :

On donne : la section représentée à la figure 4.4 *a*

$$A' = 1{,}13\ \text{cm}^2 \qquad \bar{\sigma}'_b = 90\ \text{bars}$$

$$A = 5{,}3\ \text{cm}^2 \qquad M = 3{,}85\ \text{tf} \cdot \text{m}$$

On demande : les types d'acier qui conviennent.

Choisissons le type 3 pour l'armature de compression :

$$M_p = (10\,667 \times 67{,}5) + (1{,}13 \times 2\,110 \times 32{,}5) = 7{,}97\ \text{tf} \cdot \text{m}$$

La formule (4.31 *c*) donne :

$$S_n = \frac{385\,000 - 78\,000}{90} = 3\,410\ \text{cm}^3$$

D'où :

$$y = 15{,}2\ \text{cm} \qquad \frac{y}{h} = 0{,}38 \qquad B' = 116\ \text{cm}^2$$

La figure 4.2 donne : $\varepsilon_a = 1{,}95\ ^{\circ}/_{oo}$.
La formule (4.31 *h*) donne :

$$\sigma_{a\ \min} = \frac{(116 \times 90) + (1{,}13 \times 2\,110)}{5{,}3} = 2\,420 \text{ bars}$$

La figure 4.1 montre que les armatures de traction qui peuvent convenir sont du type 4 ou 5.

Exemple (b) :

On donne : la section représentée à la figure 4.4 *b*

$$A' = 1{,}13 \text{ cm}^2 \qquad \bar{\sigma}'_b = 90 \text{ bars}$$

$$A = 17{,}5 \text{ cm}^2 \qquad M = 12{,}3 \text{ tf} \cdot \text{m}$$

On demande : les types d'aciers qui conviennent.

Choisissons le type 3 pour l'armature de compression :

$$M_p = (22\,800 \times 67{,}5) + (1{,}13 \times 2\,110 \times 32{,}5) = 16{,}18 \text{ tf} \cdot \text{m}$$

La formule (4.31 *c*) donne :

$$S_n = \frac{1\,230\,000 - 78\,000}{90} = 12\,800 \text{ cm}^3$$

En tâtonnant, on trouve : $y = 9{,}8$ cm et $B' = 393$ cm².

Pour : $\frac{y}{h} = \frac{9{,}8}{37{,}5} = 0{,}261$, la figure 4.2 donne : $\varepsilon_a = 3{,}75\ ^{\circ}/_{oo}$.
D'autre part, la formule (4.31 *h*) donne :

$$\sigma_{a\ \min} = \frac{(393 \times 90) + (1{,}13 \times 2\,110)}{17{,}5} = 2\,150 \text{ bars}$$

La figure 4.1 montre que tous les types d'aciers conviennent, excepté le type 1.

Problème n° 6

On donne : la qualité des matériaux, le moment de flexion.
On demande : la section nécessaire de la pièce et des armatures.

La résolution directe de ce problème n'est pas possible. Il faut se donner *a priori* une section de béton qui paraît convenir et chercher ensuite les armatures nécessaires. On examine alors si le ferraillage ainsi obtenu est rationnel et économique.

De plus, on doit veiller à ce que la sécurité vis-à-vis de la fissuration et de la déformation soit assurée, c'est-à-dire, en d'autres termes, vérifier les états-limites de fissuration et de déformation.

4.32. SECTION RECTANGULAIRE SANS ARMATURE DE COMPRESSION

Appliquons la méthode générale exposée au § 4.31 et, de plus, faisons $A' = 0$.

Soit b, la largeur de la section rectangulaire.

On a dans ce cas :

$$S = 0{,}5 \cdot b \cdot h^2 \qquad \text{et} \qquad S_n = b \cdot y(h - 0{,}5y)$$

Le moment-plafond vaut donc :

$$M_p = 0{,}5 \cdot b \cdot h^2 \cdot \bar{\sigma}'_{b0} = 0{,}375 \cdot b \cdot h^2 \cdot \bar{\sigma}'_b \qquad (4.32\,a)$$

Connaissant le moment de flexion réel M, qui ne peut évidemment pas dépasser ce plafond, on applique la formule (4.31 c), qui devient :

$$b \cdot y(h - 0{,}5y) = \frac{M}{\bar{\sigma}'_b}$$

Cette équation du deuxième degré donne y ; on en tire directement le bras de levier du couple des contraintes :

$$z = h - 0{,}5y$$

La résolution des problèmes se fait très aisément au moyen de l'abaque représenté à la figure 4.6.

On y trouve en abscisse le coefficient δ tel que :

$$h = \delta \sqrt{\frac{M}{b}} \qquad (4.32\,b)$$

les unités étant le cm et le kgf.

Les courbes cotées d'après $\bar{\sigma}'_b$ (exprimé en bars) donnent, en ordonnée, les rapports $\frac{z}{h}$ et $\frac{y}{h}$.

Les lignes en traits interrompus, tracées dans la partie droite de l'abaque, permettent de lire la contrainte σ_a de l'armature en fonction du type d'acier et de $\frac{y}{h}$. Les valeurs de σ_a sont cotées sur l'échelle horizontale supérieure.

La section d'armature nécessaire en traction est donnée par :

$$A = \frac{M}{z \cdot \sigma_a} \qquad (4.32\,c)$$

La figure 4.6 permet de résoudre les problèmes de vérification et de dimensionnement que l'on rencontre en pratique.

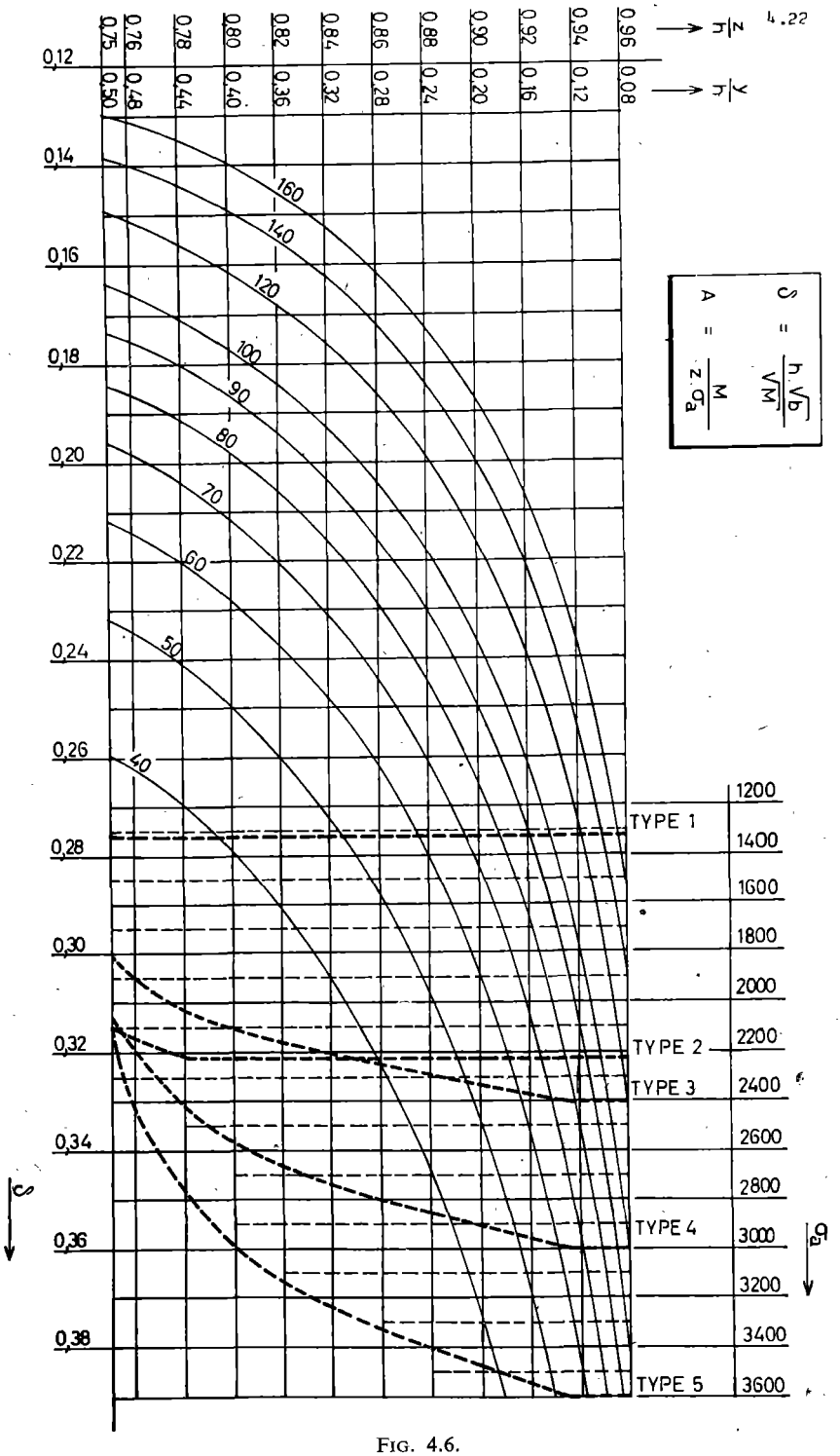

z/h
y/h
0,75 0,76 0,78 0,80 0,82 0,84 0,86 0,88 0,90 0,92 0,94 0,96
0,50 0,48 0,44 0,40 0,36 0,32 0,28 0,24 0,20 0,16 0,12 0,08
0,12
0,14
0,16
0,18
0,20
0,22
0,24
0,26
0,28
0,30
0,32
0,34
0,36
0,38
160
140
120
100
90
80
70
60
50
40
C = h √b / √M
A = M / z σa
TYPE 1
TYPE 2
TYPE 3
TYPE 4
TYPE 5
1200
1400
1600
1800
2000
2200
2400
2600
2800
3000
3200
3400
3600
C
σa

FIG. 4.6.

Problème n° 7

On donne : b, h, A, qualité de l'acier, M.
On demande : $\bar{\sigma}'_b$ minimum nécessaire.
On détermine :

$$\delta = \frac{h\sqrt{b}}{\sqrt{M}} \tag{4.32 d}$$

ce qui est facile au moyen des deux échelles de la règle à calcul, et :

$$\left(\frac{z}{h}\right)_{\min} = \frac{M}{A \cdot \sigma_a \cdot h} \tag{4.32 e}$$

On cherche ensuite sur la figure 4.6 le point défini par ces deux coordonnées. Ce point fournit la réponse, par interpolation entre les courbes.

Notons que, sauf pour les aciers du type 1, la contrainte σ_a varie en fonction de $\frac{z}{h}$.

La formule (4.32 *e*) doit donc, en général, faire l'objet de quelques approximations successives, dans lesquelles on introduit chaque fois la valeur de σ_a qui correspond à celle de $\frac{z}{h}$ que l'on vient de trouver dans le calcul précédent.

La convergence est satisfaisante.

Exemple :

On donne : $b = 40$ cm $\qquad h = 90$ cm

$A = 32{,}17$ cm^2 (type 1) $\qquad M = 36$ tf · m

On demande : $\bar{\sigma}'_b$ minimum nécessaire.
On trouve successivement :

$$\delta = \frac{90\sqrt{40}}{\sqrt{3\,600\,000}} = 0{,}300$$

$$\left(\frac{z}{h}\right)_{\min} = \frac{36}{32{,}17 \times 1{,}335 \times 0{,}90} = 0{,}933$$

La figure 4.6 indique comme qualité minimale :

$$\bar{\sigma}'_b = 90 \text{ bars.}$$

Problème n° 8

On donne : b, h, A, qualité des matériaux.
On demande : le moment de flexion admissible.

On applique la méthode de résolution qui a été indiquée pour le problème n° 2.

Le moment de flexion admissible est égal à la plus petite des deux valeurs M_p et M_a suivantes :

a) *Critère du béton :*

$$M_p = 0{,}375 \cdot b \cdot h^2 \cdot \bar{\sigma}'_b$$

b) *Critère de l'armature de traction :*

L'effort maximal que le béton doit équilibrer si l'armature travaille à sa limite admissible vaut :

$$N'_0 = A \cdot \sigma_a$$

D'où :

$$B' = \frac{A \cdot \sigma_a}{\bar{\sigma}'_b}$$

et :

$$y = \frac{B'}{b} = \frac{A \cdot \sigma_a}{b \cdot \bar{\sigma}'_b}$$

Sachant que : $z = h - 0{,}5y$, on obtient :

$$M_a = B' \cdot z \cdot \bar{\sigma}'_b$$

Ici également, une correction de σ_a, lue sur la figure 4.6 en fonction de $\frac{z}{h}$ que l'on vient de trouver, est parfois nécessaire.

Exemple :

On donne : $b = 40$ cm $\qquad h = 90$ cm

$A = 32{,}17$ cm^2 (type 3) $\qquad \bar{\sigma}'_b = 80$ bars.

On demande : le moment de flexion admissible.

a) Critère du béton :

$$M_p = 0{,}375 \times 40 \times 90^2 \times 80 = 97{,}2 \text{ tf} \cdot \text{m}$$

b) Critère de l'armature de traction :

Prenons pour commencer $\sigma_a = 2\,100$ bars.

$$y = \frac{32{,}17 \times 2\,100}{40 \times 80} = 21{,}2 \text{ cm}$$

D'où :

$$\frac{y}{h} = \frac{21{,}2}{90} = 0{,}236$$

D'après la figure 4.6, on aurait alors $\sigma_a = 2\,300$ bars.
Corrigeons la valeur choisie pour σ_a et prenons 2 270 bars.
On a cette fois-ci :

$$y = \frac{32{,}17 \times 2\,270}{40 \times 80} = 22{,}8 \text{ cm}$$

$$\frac{y}{h} = \frac{22{,}8}{90} = 0{,}253 \rightarrow \sigma_a = 2\,270 \text{ bars.}$$

La valeur donnée à σ_a est donc bonne, de sorte que :

$$B' = \frac{32{,}17 \times 2\,270}{80} = 915 \text{ cm}^2$$

$$z = 90 - 11{,}4 = 78{,}6 \text{ cm}$$

$$M_a = 915 \times 78{,}6 \times 80 = 57{,}5 \text{ tf} \cdot \text{m}$$

C'est cette dernière valeur qui constitue la réponse demandée.

Problème n° 9

On donne : b, h, la qualité des matériaux.
On demande : le moment de flexion admissible, la section A d'armature.
On prend :

$$M = M_p = 0{,}375 \cdot b \cdot h^2 \cdot \bar{\sigma}'_b$$

ce qui peut encore s'écrire :

$$M = \frac{b \cdot h^2}{\delta^2} \qquad (4.32\,f)$$

Pour cette valeur, z vaut $0{,}75h$, ce qui donne :

$$A = \frac{M}{0{,}75 \cdot h \cdot \sigma_a}$$

Exemple :

On donne : $b = 40$ cm $\quad h = 90$ cm

$\bar{\sigma}'_b = 80$ bars $\quad$ Acier type 1

On demande : M_p et A.
On écrit :

$$M_p = 0{,}375 \times 40 \times 90^2 \times 80 = 97{,}2 \text{ tf} \cdot \text{m}$$

$$A = \frac{97{,}2}{0{,}75 \times 0{,}90 \times 1{,}33} = 108 \text{ cm}^2$$

Problème n° 10

On donne : b, h, la qualité des matériaux, M.
On demande : la section A d'armature.

On calcule :

$$\delta = \frac{h\sqrt{b}}{\sqrt{M}} \qquad (4.32\,d)$$

En lisant l'ordonnée de la courbe cotée en $\bar{\sigma}'_b$ sur la figure 4.6 à l'aplomb de cette valeur de δ, on obtient z.
Compte tenu du type d'acier, on trouve σ_a.
On applique ensuite la formule :

$$A = \frac{M}{z \cdot \sigma_a} \qquad (4.32\,c)$$

Exemple :

On donne : $b = 40$ cm $\quad h = 90$ cm
$\bar{\sigma}'_b = 80$ bars $\quad M = 36$ tf • m
Acier type 4

On demande : A.

On a :

$$\delta = \frac{90\sqrt{40}}{\sqrt{3\,600\,000}} = 0{,}300$$

La figure 4.6 donne :

$$\frac{z}{h} = 0{,}925 \qquad \text{et} \qquad \sigma_a = 2\,970 \text{ bars}$$

D'où :

$$A = \frac{36}{0{,}925 \times 0{,}90 \times 2{,}97} = 14{,}6 \text{ cm}^2$$

Problème n° 11

On donne : b, h, qualité de l'acier, M.
On demande : $\bar{\sigma}'_b$ minimum, la section A de l'armature.

On calcule :

$$\delta = \frac{h\sqrt{b}}{\sqrt{M}} \qquad (4.32\,d)$$

La qualité minimale du béton est donnée par le bord inférieur de la figure 4.6 à l'aplomb de cette valeur δ.

On a dans ce cas : $\frac{z}{h} = 0{,}75$.

On applique la formule :

$$A = \frac{M}{z \cdot \sigma_a} \qquad (4.32\,c)$$

Notons qu'il peut y avoir un intérêt économique à choisir un béton de meilleure qualité, ce qui permet d'augmenter $\frac{z}{h}$ et σ_a. La consommation d'acier est, de ce fait, diminuée.

Exemple :

On donne : $b = 40$ cm $\quad h = 90$ cm
Acier type 3 $\quad M = 81$ tf · m

On demande : $\bar{\sigma}'_b$ et A.

On a :

$$\delta = \frac{90\sqrt{40}}{\sqrt{8\,100\,000}} = 0{,}200$$

1° Le bord inférieur de la figure 4.6 donne : $\bar{\sigma}'_b = 67{,}5$ bars.
Il y correspond une section d'acier nécessaire :

$$A = \frac{81}{0{,}75 \times 0{,}90 \times 1{,}800} = 66{,}5 \text{ cm}^2$$

2° Choisissons un béton meilleur donnant $\bar{\sigma}'_b = 100$ bars.
On trouve dans cette hypothèse :

$$\frac{z}{h} = 0{,}854 \qquad \text{et} \qquad \sigma_a = 2\,230 \text{ bars}$$

D'où :

$$A = \frac{81}{0{,}854 \times 0{,}90 \times 2{,}23} = 47{,}3 \text{ cm}^2$$

La section d'acier est donc sensiblement réduite.

Problème n° 12

On donne : b, la qualité des matériaux, M.
On demande : h minimal, la section A d'armature.

La valeur minimale de h est donnée par :

$$h_{\min} = \delta_{\min} \sqrt{\frac{M}{b}}$$

le coefficient $\delta_{\min}$ se lisant à l'intersection de la courbe cotée en $\bar{\sigma}'_b$ avec le bord inférieur de la figure 4.6.

En général, pour des raisons d'économie et de raideur, on essaie de donner à h une valeur supérieure à cette limite et compatible avec les dispositions architecturales.

Ayant fixé la valeur de h, on se reporte au problème n° 10.

Exemple :

On donne : $b = 40$ cm $\quad \bar{\sigma}'_b = 80$ bars
Acier type 4 $\quad M = 36$ tf · m

On demande : h minimal et A.

La figure 4.6 donne : $\delta_{\min} = 0{,}184$
D'où :

$$h_{\min} = 0{,}184 \sqrt{\frac{3\,600\,000}{40}} = 55{,}2 \text{ cm}$$

Adoptons : $h = 75$ cm
Il y correspond :

$$\delta = 0{,}184 \times \frac{75}{55{,}2} = 0{,}250$$

La figure 4.6 donne, pour cette valeur, sur la courbe « 80 » :

$$\frac{z}{h} = 0{,}886 \qquad \text{et} \qquad \sigma_a = 2\,870 \text{ bars}$$

D'où :

$$A = \frac{36}{0{,}886 \times 0{,}75 \times 2{,}87} = 18{,}9 \text{ cm}^2$$

4.33. SECTION RECTANGULAIRE AVEC ARMATURE DE COMPRESSION

L'obligation de recourir à une armature de compression pour augmenter le moment de flexion que peut reprendre une poutre, dont la section et la qualité du béton sont imposées, est toujours coûteuse.

La prise en considération d'une telle armature est donc plutôt exceptionnelle et ne se présente que dans deux cas :

— les dimensions de la section ne peuvent absolument pas être augmentées pour des raisons d'exploitation ;

— une armature est prévue dans la zone comprimée pour une autre cause, par exemple si la flexion est alternée.

Nous ne reprendrons pas en détail les problèmes étudiés dans le cas précédent et nous nous limiterons à deux éventualités, qui suffisent à montrer comment on doit tenir compte de l'armature de compression éventuelle.

Problème n° 13

Toutes les caractéristiques sont données, sauf la section A de l'armature en traction.

On calcule le moment de flexion M'_a que peut reprendre l'armature en compression conjointement avec l'armature en traction.

Le solde, soit $(M - M'_a)$ agit sur le béton conformément à ce qui a été exposé en 4.32.

On peut donc écrire :

$$M'_a = A' \cdot h' \cdot \bar{\sigma}'_a$$

$$A = \frac{M - M'_a}{z \cdot \sigma_a} + A' \cdot \frac{\bar{\sigma}'_a}{\sigma_a}$$

La contrainte $\bar{\sigma}'_a$ a été indiquée en 4.22, tandis que z et σ_a se déterminent à l'aide de la figure 4.6.

Il est, bien entendu, nécessaire que $(M - M'_a)$ ne dépasse pas le moment-plafond M_p, donné par (4.32 *a*).

Exemple :

On donne : $b = 40$ cm $\quad h = 90$ cm $\quad h' = 84$ cm

$\bar{\sigma}'_b = 60$ bars $\quad A' = 16{,}0$ cm² (type 3)

$M = 81$ tf · m $\quad$ Acier type 3 en traction

On demande : A.

On a :

$$M'_a = 16{,}0 \times 0{,}84 \times 2{,}110 = 28{,}4 \text{ tf} \cdot \text{m}$$

$$M - M'_a = 81 - 28{,}4 = 52{,}6 \text{ tf} \cdot \text{m}$$

$$\delta = \frac{90\sqrt{40}}{\sqrt{5\,260\,000}} = 0{,}249$$

La figure 4.6 donne : $\frac{z}{h} = 0{,}842$ et $\sigma_a = 2\,210$ bars

D'où :

$$A = \frac{52{,}6}{0{,}842 \times 0{,}90 \times 2{,}21} + 16{,}0 \times \frac{2{,}11}{2{,}14} = 31{,}4 + 15{,}3 = 46{,}7 \text{ cm}^2$$

Problème n° 14

Toutes les caractéristiques sont données, sauf les sections A' et A d'armature.

On calcule M_p à l'aide de la formule (4.32 *a*).
Si $M \leqslant M_p$, on peut prendre $A' = 0$ et on est ramené au problème n° 10.
Si $M > M_p$, on écrit :

$$A'_{\min} = \frac{M - M_p}{h' \cdot \bar{\sigma}'_a}$$

La contrainte $\bar{\sigma}'_a$ est indiquée en 4.22.
D'où :

$$A = \frac{M_p}{z \cdot \sigma_a} + A'_{\min} \cdot \frac{\bar{\sigma}'_a}{\sigma_a}$$

Nous avons vu précédemment que pour le moment-plafond M_p on a : $z = 0{,}75h$. Il peut être avantageux d'augmenter légèrement A', ce qui permet de diminuer le moment de flexion à reprendre par le béton; dans ce cas $\frac{z}{h}$ et σ_a augmentent. Quelques tâtonnements sont donc nécessaires pour trouver la solution la plus économique.

Exemple :

On donne : $b = 40$ cm $\quad h = 90$ cm $\quad h' = 84$ cm
$\bar{\sigma}'_b = 60$ bars $\quad M = 81$ tf · m
Acier type 3 en compression et en traction.

On demande : A' et A.

On a :

$$M_p = 0{,}375 \times 40 \times \overline{90}^2 \times 60 = 72{,}9 \text{ tf} \cdot \text{m}$$

et :

$$M - M_p = 81 - 72{,}9 = 8{,}1 \text{ tf} \cdot \text{m}$$

D'où :

$$A'_{\min} = \frac{8{,}1}{0{,}84 \times 2{,}11} = 4{,}57 \text{ cm}^2$$

$$A = \frac{72{,}9}{0{,}75 \times 0{,}90 \times 1{,}800} + 4{,}57 \times \frac{2{,}11}{1{,}80} = 60{,}0 + 5{,}4 = 65{,}4 \text{ cm}^2$$

Voyons s'il n'y a pas intérêt à augmenter A'.
Prenons, par exemple : $A' = 10{,}7$ cm².
Nous sommes ramenés au problème n° 13.

$$M'_a = 10{,}7 \times 0{,}84 \times 2{,}11 = 19 \text{ tf} \cdot \text{m}$$

$$M - M'_a = 62 \text{ tf} \cdot \text{m}$$

$$\delta = 0{,}228 \rightarrow \frac{z}{h} = 0{,}80 \quad \text{et} \quad \sigma_a = 2\,100 \text{ bars.}$$

D'où :

$$A = \frac{62}{0{,}80 \times 0{,}90 \times 2{,}10} + 10{,}7 \times \frac{2{,}11}{2{,}10} = 41{,}0 + 10{,}7 = 51{,}7 \text{ cm}^2$$

Rappelons en outre que, d'après l'exemple du problème précédent, pour $A' = 16{,}0$ cm^2, nous avions trouvé $A = 46{,}7$ cm^2. Le prix du ferraillage sera donc proportionnel aux nombres suivants :

pour $A' = A'_{\min} = 4{,}57$ cm^2 : $4{,}57 + 65{,}4 = 69{,}97$
$A' = 10{,}7$ cm^2 : $10{,}7 + 51{,}7 = 62{,}4$
$A' = 16{,}0$ cm^2 : $16{,}0 + 46{,}7 = 62{,}7$

Les deux dernières solutions sont donc économiquement équivalentes.

4.34. SECTION EN T

4.341. Détermination de la largeur efficace de la table de compression

Pour les poutres en T sur appuis libres, qui se présentent avec une nervure unique ou avec une série de nervures parallèles associées à une même table, la largeur efficace b_e, c'est-à-dire la largeur de table à faire intervenir dans le calcul, peut être déterminée à l'aide des abaques représentés aux figures 7 et 8.

Ces abaques sont valables pour une répartition uniforme, triangulaire, parabolique ou sinusoïdale des charges, ainsi que dans le cas d'un moment de flexion constant.

Par contre, si la poutre supporte une charge localisée, appliquée sur une zone de longueur a, la largeur qui peut être prise en compte de part et d'autre de la nervure, au droit de la section correspondante, est réduite par rapport aux valeurs résultant de ces abaques, dans les proportions données au tableau suivant.

Pour les poutres en T continues, et d'une façon plus générale pour les poutres en T dans lesquelles se présentent des changements de signe du moment de flexion, la largeur efficace se calcule en adoptant pour l la distance entre les points de moment nul.

$\frac{l}{b - b_0}$	$a = 0$	$0 < a < 0{,}1l$	$0{,}1l < a$
0	1	Calcul	0,6
5	1	par interpolation	0,7
10	1	linéaire	0,9

Tableau des valeurs de la largeur de table à prendre en compte de part et d'autre de la nervure, rapportée à 0,5 $(b_e - b_0)$.

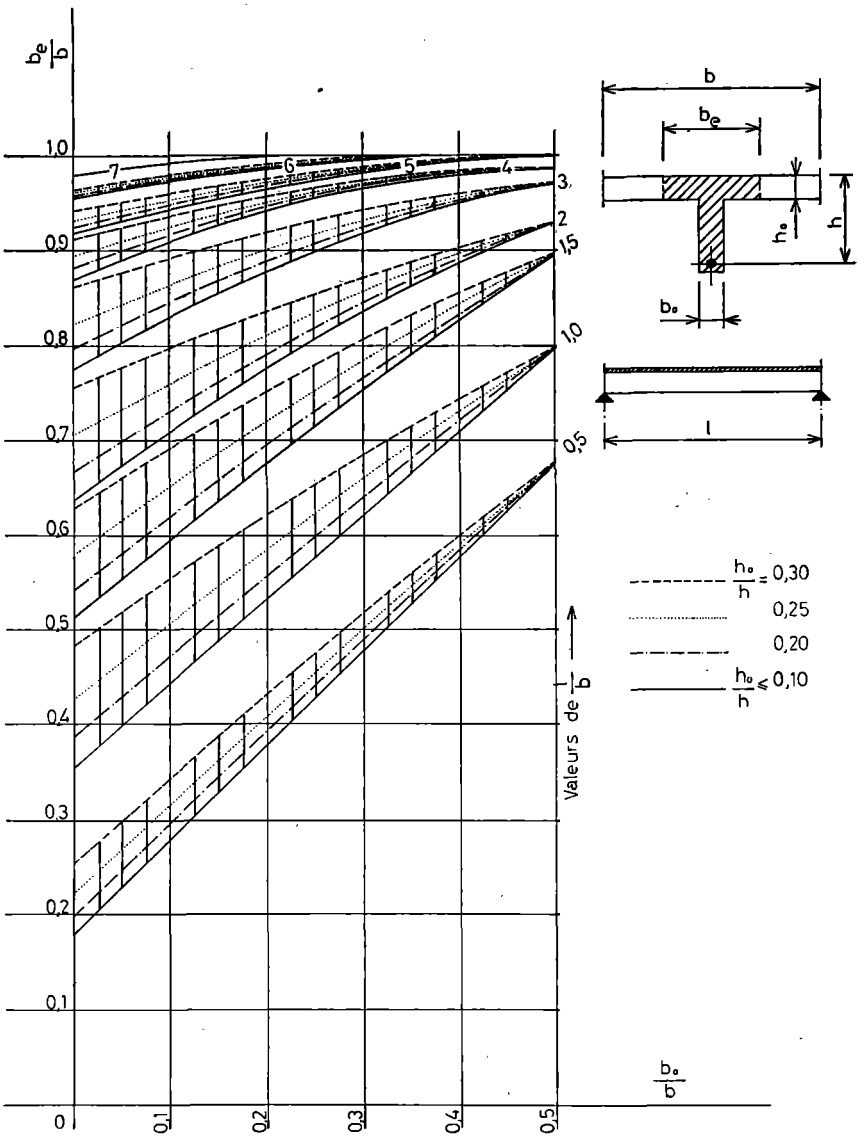


FIG. 4.7.

Au voisinage d'un appui libre, la largeur efficace ne peut dépasser la largeur b_0 augmentée du double de la distance entre l'appui et la section considérée.

Dans le cas où la poutre est dissymétrique, par exemple pour une poutre de rive, on peut prendre pour valeur efficace b_e la moyenne arithmétique des

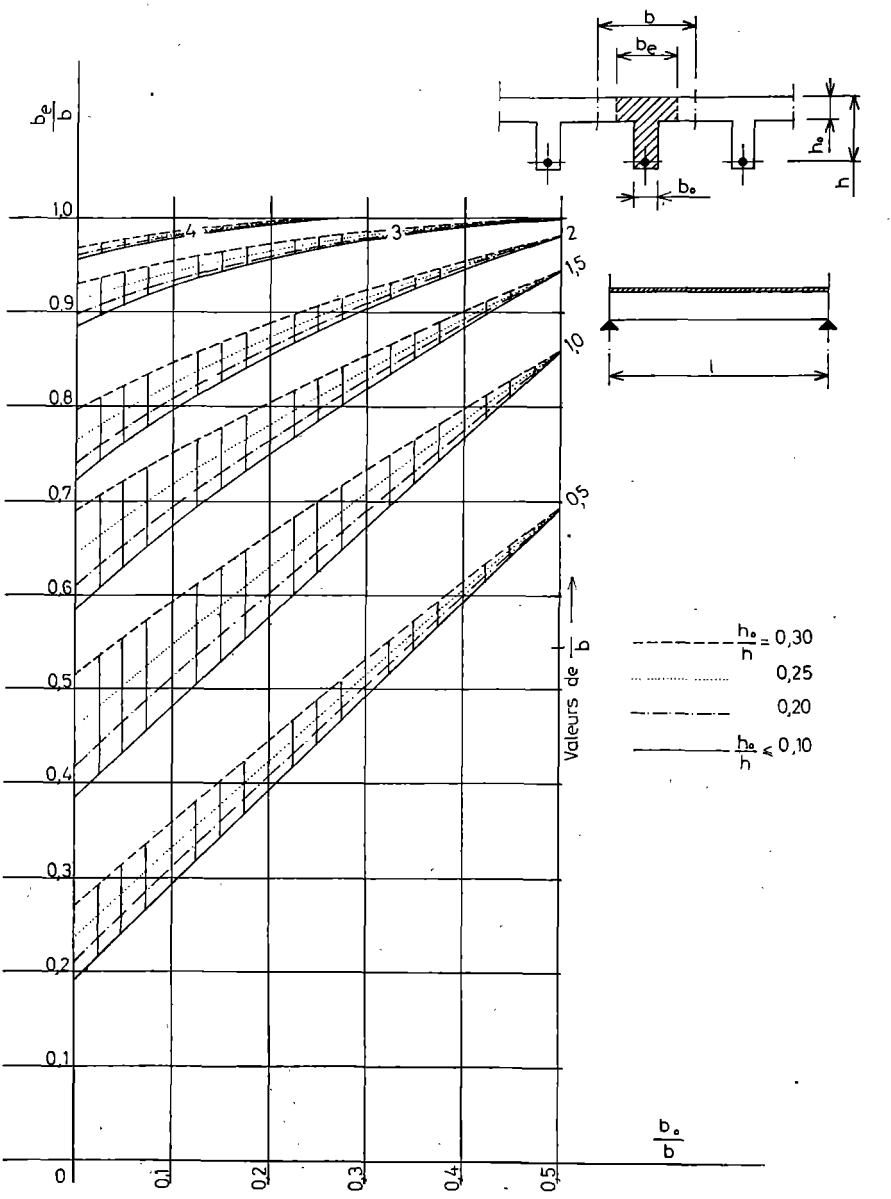


FIG. 4.8.

résultats trouvés en considérant chaque côté de la nervure avec son symétrique.

Dans le cas où la table de compression se raccorde à la nervure par des goussets de largeur b_s et de hauteur h_s, la largeur b_0 de la nervure peut être

remplacée par une largeur fictive b_1 égale à la plus petite des deux valeurs : $b_0 + 2b_s$ ou $b_0 + 2h_s$.

4.342. Calcul d'une section en T

On commence par assimiler la section donnée à une section rectangulaire de même hauteur et de largeur b_e.

L'étude de cette section, à l'aide de la figure 4.6, permet de déterminer $\frac{y}{h}$, donc y.

Si $y \leqslant h_0$, le calcul est rigoureux, car les caractéristiques de la section donnée et de la section transformée sont les mêmes.

Si $y > h_0$, ce qui ne se produit que lorsque l'épaisseur de la table de compression est faible, le calcul doit être modifié.

Dans ce cas, on fait jouer à cette table le rôle d'une armature de compression et l'on procède comme pour la section rectangulaire de largeur b_0 avec armature comprimée.

Le moment de flexion que peut ainsi reprendre la table, conjointement avec l'armature de traction, vaut :

$$M'_t = (b_e - b_0)h_0 \cdot \bar{\sigma}'_b \left(h - \frac{h_0}{2}\right) \qquad (4.34\ a)$$

Le solde, soit $(M - M'_t)$ agit sur la poutre rectangulaire de hauteur h et de largeur b_0, conformément à ce qui a été exposé aux § 4.32 et 4.33.

Problème n° 15

Toutes les caractéristiques sont données, sauf la section A d'armature que l'on demande de déterminer.

Si $y \leqslant h_0$, on se réfère à la section rectangulaire.

Si $y > h_0$, on calcule M'_t au moyen de la formule (4.34 *a*) et, revenant à la section rectangulaire $b_0 \cdot h$, on écrit :

$$A = \frac{M - M'_t}{z \cdot \sigma_a} + (b_e - b_0)h_0 \cdot \frac{\bar{\sigma}'_b}{\sigma_a} \qquad (4.34\ b)$$

Exemple 1 :

On donne : $b_e = 1{,}80$ m $\quad b_0 = 30$ cm

$h_0 = 12$ cm $\quad h = 70$ cm

$\bar{\sigma}'_b = 120$ bars $\quad M = 106$ tf · m

Acier type 2.

On demande : A.

La formule (4.32 *d*) donne :

$$\delta = \frac{70\sqrt{180}}{\sqrt{10\,600\,000}} = 0{,}288$$

La figure 4.6 indique : $\frac{y}{h} = 0{,}11$, soit : $y = 7{,}7$ cm.

On a : $y < h_0$, de sorte que l'assimilation à une section rectangulaire est correcte.

La figure 4.6 nous donne encore :

$$\frac{z}{h} = 0{,}945 \qquad \text{et} \qquad \sigma_a = 2\,220 \text{ bars.}$$

D'où :

$$A = \frac{106}{0{,}945 \times 0{,}70 \times 2{,}22} = 72{,}3 \text{ cm}^2$$

Exemple 2 :

Les données sont les mêmes, sauf $\bar{\sigma}'_b = 60$ bars.

Pour $\delta = 0{,}288$, la figure 4.6 donne cette fois :

$$\frac{y}{h} = 0{,}225, \qquad \text{soit :} \qquad y = 15{,}7 \text{ cm.}$$

Étant donné que y dépasse h_0, le calcul ne peut être poursuivi de cette manière.

La formule (4.34 *a*) donne :

$$M'_t = (180 - 30) \times 12 \times 60 \times (70 - 6) = 69{,}1 \text{ tf} \cdot \text{m.}$$

La section rectangulaire $b_0 \cdot h$ doit donc reprendre :

$$106 - 69{,}1 = 36{,}9 \text{ tf} \cdot \text{m}$$

D'où, en appliquant (4.32 *d*) :

$$\delta = \frac{70\sqrt{30}}{\sqrt{3\,690\,000}} = 0{,}200$$

La figure 4.6 montre qu'il n'y a pas de solution, puisque la courbe cotée « 60 » n'existe pas à l'aplomb de cette valeur. Nous devons donc ajouter une armature en compression, ce qui permettra de réduire le moment de flexion que doit reprendre le béton. Nous limiterons ce moment de telle façon que $\frac{y}{h}$ soit, par exemple, égal à 0,40, ce qui donne : $\sigma_a = 2\,220$ bars.

On trouve : $\delta = 0{,}228$ et, grâce à la formule (4.32 *f*) :

$$M_1 = \frac{30 \times \overline{70}^2}{0{,}228^2} = 28{,}3 \text{ tf} \cdot \text{m}$$

Dans ces conditions, l'armature de compression doit reprendre :

$$36{,}9 - 28{,}3 = 8{,}6 \text{ tf} \cdot \text{m}.$$

Ajoutons, par exemple, de l'acier type 3 à 7 cm du bord supérieur. On trouve, avec $\bar{\sigma}'_a = 2\,110$ bars :

$$A' = \frac{8{,}6}{0{,}63 \times 2{,}11} = 6{,}5 \text{ cm}^2$$

et :

$$A = \frac{28{,}3}{0{,}80 \times 0{,}70 \times 2{,}22} + 6{,}5 \times \frac{2{,}11}{2{,}22} + 150 \times 12 \times \frac{60}{2\,220} = 77{,}5 \text{ cm}^2$$

Problème n° 16

Toutes les caractéristiques sont données, sauf h et A.

On demande la hauteur minimale, tout en notant que cette solution n'est probablement pas la plus économique et qu'elle peut être insuffisante au point de vue de la raideur.

Si l'on prévoit que h sera supérieur à $2h_0$, on peut utiliser la méthode suivante, qui est très rapide et donne un résultat par excès, très proche de la valeur exacte.

On suppose : $y = h_0$, ce qui donne :

$$h = \frac{M}{b_e \cdot h_0 \cdot \bar{\sigma}'_b} + \frac{h_0}{2} \qquad (4.34\,c)$$

et :

$$A = b_e \cdot h_0 \cdot \frac{\bar{\sigma}'_b}{\sigma_a} \qquad (4.34\,d)$$

Si ce calcul donne : $h < 2h_0$, le résultat est faux, puisque le moment-plafond M_p est dépassé. Il faut dans ce cas assimiler la section à une section rectangulaire de largeur b_e.

Notons que la largeur efficace b_e dépend elle-même parfois du rapport $\frac{h_0}{h}$, de sorte qu'un réajustement peut être nécessaire après un premier calcul.

Exemple :

On donne :

$b_e = 1{,}80$ m $\quad b_0 = 30$ cm $\quad h_0 = 12$ cm

$A' = 0 \quad \bar{\sigma}'_b = 120$ bars $\quad M = 106$ tf • m

Acier type 4.

On demande : $h_{\min}$ et A.

La formule (4.34 *c*) donne :

$$h = \frac{10\,600\,000}{180 \times 12 \times 120} + \frac{12}{2} = 41 + 6 = 47 \text{ cm}$$

On vérifie que : $h > 2h_0$, de sorte que le résultat est acceptable.

On en déduit : $\frac{y}{h} = \frac{h_0}{h} = \frac{12}{47} = 0{,}256 \rightarrow \sigma_a = 2\,840$ bars.

La formule (4.34 *d*) donne :

$$A = 180 \times 12 \times \frac{120}{2\,840} = 91{,}2 \text{ cm}^2.$$

4.4. FLEXION DROITE COMPOSÉE AVEC COMPRESSION

4.41. SECTION QUELCONQUE SYMÉTRIQUE PAR RAPPORT AU PLAN DE FLEXION

Rappel des hypothèses fondamentales

En plus des hypothèses qui sont à la base du calcul de la flexion simple, on admet ce qui suit :

a) Lorsque la hauteur x de la zone soumise à un raccourcissement dépasse la hauteur utile h, la hauteur y du rectangle des contraintes est limitée à :

$$\text{si } x > h : y = \frac{x - 0{,}75h}{x - 0{,}67h} \cdot h$$

de telle façon que lorsque x tend vers l'infini, ce qui correspond à l'état de compression simple, y ne dépasse pas h;

b) le moment de flexion M est calculé par rapport au niveau du centre de gravité de l'armature de traction.

Problème n° 17

On donne : la section de la pièce, les armatures, la qualité des matériaux, l'effort normal N', le moment de flexion $M = N' \cdot e$.
On demande si la sécurité de la pièce est assurée.

Comme pour la flexion simple (cf. problème n° 1), la première condition s'écrit :

$$M \leqslant M_p$$

avec :

$$M_p = 0{,}75S \cdot \bar{\sigma}'_b + A' \cdot \bar{\sigma}'_a \cdot h' \qquad (4.31\ b)$$

On écrit ensuite :

$$S_n = \frac{M - A' \cdot \bar{\sigma}'_a \cdot h'}{\bar{\sigma}'_b} \qquad \text{(cf. 4.31 } c\text{)}$$

d'où l'on tire le niveau n-n et la hauteur y.

Connaissant ainsi B' et σ_a, on obtient :

$$A_{\min} = \frac{B' \cdot \bar{\sigma}'_b + A' \cdot \bar{\sigma}'_a - N'}{\sigma_a} \qquad (4.41\ a)$$

Si le numérateur de cette fraction est négatif, la section est entièrement comprimée et le diagramme rectangulaire des contraintes sur béton recouvre toute la hauteur de la pièce. Nous devons, dans ce cas, vérifier si l'effort N' n'est pas excessif.

La contrainte de compression du béton vaut alors :

$$\sigma'_b = \frac{M - A' \cdot \bar{\sigma}'_a \cdot h'}{S} \qquad (4.41\ b)$$

et l'effort total auquel la section donnée peut résister vaut :

$$N'_{\max} = B_t \cdot \frac{M - A' \cdot \bar{\sigma}'_a \cdot h'}{S} + A' \cdot \bar{\sigma}'_a + A \cdot \bar{\sigma}'_a \qquad (4.41\ c)$$

expression dans laquelle B_t désigne la section totale de la pièce.

Il reste à vérifier que $N' \leqslant N'_{\max}$.

Si cette condition n'est pas satisfaite, il faut encore envisager un changement de signe de la flexion : on calcule l'excentricité de N' par rapport à l'armature A', qui prend le rôle de l'armature tendue ou la moins comprimée; la hauteur y se compte alors à partir du bord situé près de l'armature A.

Exemple (a) :

On donne : la section représentée à la figure 4.4 *a*

$A' = 1{,}13\ \text{cm}^2$ (type 3) $\qquad A = 8{,}6\ \text{cm}^2$ (type 1)

$\bar{\sigma}'_b = 90$ bars $\qquad N' = 3{,}1$ tf

$M = 1{,}85$ tf · m

On demande de vérifier la pièce.

On a :

$$S = \frac{\overline{40^3}}{6} = 10\,667\ \text{cm}^3$$

D'où :

$$M_p = (10\,667 \times 67{,}5) + (1{,}13 \times 2\,110 \times 32{,}5) = 7{,}97\ \text{tf} \cdot \text{m}$$

La première condition est vérifiée.
D'autre part :

$$S_n = \frac{185\,000 - (1{,}13 \times 2\,110 \times 32{,}5)}{90} = 1\,190 \text{ cm}^3$$

Le diagramme tracé à la figure 4.5 donne : $y = 8{,}2$ cm.

Pour $\frac{y}{h} = \frac{8{,}2}{40} = 0{,}205$, les figures 4.3 et 4.1 donnent :

$$\varepsilon_a = 5{,}3\ {}^0/_{00} \qquad \text{et} \qquad \sigma_a = 1\,335 \text{ bars.}$$

On a aussi :

$$B' = \frac{\overline{8{,}2}^2}{2} = 33{,}7 \text{ cm}^2.$$

La formule (4.41 *a*) donne la section minimale d'armature de traction :

$$A_{\min} = \frac{(33{,}7 \times 90) + (1{,}13 \times 2\,110) - 3\,100}{1\,335} = 1{,}73 \text{ cm}^2$$

La sécurité est donc assurée.

Exemple (b) :

Les données sont les mêmes, sauf $N' = 22{,}7$ tf.

Le calcul précédent donnerait alors :

$$A_{\min} = \frac{(33{,}7 \times 90) + (1{,}13 \times 2\,110) - 22\,700}{1\,335} = -13{,}0 < 0$$

Eu égard au signe négatif, nous calculerons $N'_{\max}$.
La formule (4.41 *c*) donne :

$$N'_{\max} = \left(\frac{\overline{45}^2}{2} \times \frac{185\,000 - 78\,000}{10\,667}\right) + (1{,}13 \times 2\,110) + (8{,}6 \times 1\,335)$$

$$= 10\,160 + 2\,380 + 11\,470 = 24{,}01 \text{ tf.}$$

La sécurité est donc encore assurée.

Exemple (c) :

Les données sont les mêmes, sauf $N' = 42{,}3$ tf.

Cette valeur dépasse $N'_{\max}$ trouvé ci-dessus.
Envisageons un changement de signe de la flexion et remplaçons l'acier A (type 1) par un acier de type 3.
On a :

$$e = 0{,}325 \text{ m} - \frac{1{,}85}{42{,}3} \text{ m} = 0{,}281 \text{ m}$$

Le moment de flexion, calculé par rapport au niveau de A', vaut, en valeur absolue :

$$M = 42{,}3 \times 0{,}281 = 11{,}9 \text{ tf} \cdot \text{m}$$

On trouve ainsi, en retournant la section donnée :

$$S = \frac{\overline{37{,}5}^3}{3} + \frac{7{,}5 \times \overline{37{,}5}^2}{2} = 22\,900 \text{ cm}^3$$

$$M_p = (22\,900 \times 67{,}5) + (8{,}6 \times 2\,110 \times 32{,}5) = 21{,}4 \text{ tf} \cdot \text{m}$$

On a bien : $M < M_p$.

En appliquant la formule (4.41 *a*), on trouve : $A_{\min} < 0$. On doit donc reprendre la formule (4.41 *c*) qui donne :

$$N'_{\max} = \left(\frac{\overline{45}^2}{2} \times \frac{1\,190\,000 - 8{,}6 \times 2\,110 \times 32{,}5}{22\,900}\right) + (8{,}6 \times 2\,110) + \ldots$$

$$\ldots + (1{,}13 \times 2\,110)$$

$$= 26\,450 + 18\,100 + 2\,380 = 46{,}93 \text{ tf}.$$

La sécurité est donc encore assurée.

Problème n° 18

On donne : la section de la pièce, les armatures, la qualité des matériaux, l'effort normal N'.

On demande : le moment de flexion résistant, c'est-à-dire l'excentricité maximale que l'on peut donner à N' par rapport à l'armature de traction.

Le moment de flexion est donné par la plus petite des deux valeurs M_p et M_a suivantes :

a) *Critère du béton :*

$$M_p = 0{,}75\, S \cdot \bar{\sigma}'_b + A' \cdot \bar{\sigma}'_a \cdot h' \qquad \text{(cf. 4.31 } b\text{)}$$

b) *Critère de l'armature de traction :*

L'effort maximal que le béton doit équilibrer si les armatures travaillent à leur limite admissible vaut :

$$N'_0 = A \cdot \bar{\sigma}_a - A' \cdot \bar{\sigma}'_a + N'$$

On en déduit :

$$B' = \frac{N'_0}{\bar{\sigma}'_b}$$

ce qui donne le moment statique S_n et la deuxième limite :

$$M_a = S_n \cdot \bar{\sigma}'_b + A' \cdot \bar{\sigma}'_a \cdot h' \qquad \text{(cf. 4.31 } c\text{)}$$

Exemple :

On donne : la section représentée à la figure 4.4 *a*

$A' = 1{,}13\ \text{cm}^2$ (type 3) $\qquad A = 8{,}6\ \text{cm}^2$ (type 1)

$\bar{\sigma}'_b = 90$ bars $\qquad N' = 3{,}1$ tf

On demande : e_{maximum}.

a) Critère du béton :

Le problème précédent nous a donné : $M_p = 7{,}68$ tf · m.

b) Critère de l'armature de traction :

On a : $\sigma_a = 1\,335$ bars

$$N'_0 = (8{,}6 \times 1\,335) - (1{,}13 \times 2\,110) + 3\,100 = 12\,200 \text{ kgf}$$

D'où :

$$B' = \frac{12\,200}{90} = 136\ \text{cm}^2$$

$$y = 16{,}5\ \text{cm} \qquad \text{et} \qquad \frac{y}{h} = 0{,}413$$

On en déduit :

$\varepsilon_a = 1{,}75\ {}^0/_{00}$, ce qui donne bien : $\sigma_a = 1\,335$ bars

Pour : $y = 16{,}5$ cm, la figure 4.5 donne : $S_n = 4\,570\ \text{cm}^3$.
D'où : $M_a = (4\,570 \times 90) + (1{,}13 \times 2\,110 \times 32{,}5) = 4{,}88$ tf · m.
On obtient finalement :

$$e_{\max} = \frac{4{,}88}{3{,}1} = 1{,}57 \text{ m.}$$

Problème n° 19

On donne : la section de la pièce, l'armature de compression, la qualité des matériaux, l'effort normal et le moment de flexion.
On demande : l'armature de traction nécessaire.

Il faut d'abord vérifier si l'armature de compression est suffisante, c'est-à-dire si :

$$A' \geqslant \frac{M - 0{,}75\, S \cdot \bar{\sigma}'_b}{\bar{\sigma}'_a \cdot h'}$$

La section A de l'armature de traction se détermine ensuite au moyen des relations (4.31 *c*) et (4.41 *a*) du problème n° 17.

Si le résultat est négatif, le calcul doit être modifié, car la section est entièrement comprimée.

Dans ce cas, on doit déterminer la section nécessaire A en la faisant travailler à sa compression admissible, ce qui, en transformant la formule (4.41 *c*), donne :

$$A = \frac{N' - B_t \dfrac{M - A' \cdot \bar{\sigma}'_a \cdot h'}{S} - A' \cdot \bar{\sigma}'_a}{\bar{\sigma}'_a} \qquad (4.41\ d)$$

Si ce résultat était également négatif, l'armature A ne devrait travailler ni en traction, ni en compression, de sorte qu'elle pourrait être ramenée aux barres de construction.

Exemple (a) :

On donne : la section représentée à la figure 4.4 *a*

$A' = 1{,}13$ cm² (type 3) Armature de traction type 3

$\bar{\sigma}'_b = 90$ bars $N' = 3{,}1$ tf

$M = 1{,}85$ tf · m

On demande : A.

En se référant à l'exemple (*a*) du problème n° 17, on vérifie que A' est suffisant et on trouve $A = 1{,}73$ cm².

Exemple (b) :

Les données sont les mêmes, sauf $N' = 22{,}7$ tf. L'armature de traction est du type 3.

Ayant trouvé pour le même exemple du problème n° 17 une valeur négative de A, nous appliquons la formule (4.41 *d*) :

$$A = \frac{22\,700 - \left(\dfrac{\overline{45}^2}{2} \times \dfrac{185\,000 - 1{,}13 \times 2\,110 \times 32{,}5}{10\,667}\right) - (1{,}13 \times 2\,110)}{2\,110}$$

Soit : $A = 4{,}8$ cm².

4.42. SECTION RECTANGULAIRE

Formules générales

Nous considérons successivement les cinq cas suivants que l'on peut rencontrer en pratique :

1er cas $y \leqslant \dfrac{h}{2}$ et $A' = 0$

En fonction des hypothèses rappelées ci-dessus, nous pouvons écrire les relations suivantes, en désignant par M_b le moment de flexion, calculé par

rapport au centre de gravité de l'armature de traction, et par N'_b l'effort normal de compression :

$$M_b = b \cdot y\left(h - \frac{y}{2}\right)\bar{\sigma}'_b \leqslant 0{,}375b \cdot h^2 \cdot \bar{\sigma}'_b \qquad (4.42\ a)$$

et :

$$N'_b = b \cdot y \cdot \bar{\sigma}'_b - A \cdot \bar{\sigma}_a \qquad (4.42\ b)$$

Posons :

$$\mu = \frac{M_b}{b \cdot h^2 \cdot \bar{\sigma}'_b} \qquad (4.42\ c)$$

$$\nu' = \frac{N'_b}{b \cdot h \cdot \bar{\sigma}'_b} \qquad (4.42\ d)$$

$$\varpi = \frac{A \cdot \bar{\sigma}_a}{b \cdot h \cdot \bar{\sigma}'_b} \qquad (4.42\ e)$$

Les formules (4.42 *a*) et (4.42 *b*) peuvent se mettre sous la forme :

$$\mu = \frac{y}{h}\left(1 - \frac{y}{2h}\right) \leqslant 0{,}375$$

$$\nu' = \frac{y}{h} - \varpi$$

Ces deux dernières relations sont traduites en abaque à la figure 4.9 qui comporte, d'une part, une famille de courbes cotées suivant les valeurs de ϖ et tracées dans les coordonnées ν' et μ, et, d'autre part, des courbes en traits interrompus donnant, pour chaque type d'acier, la valeur de σ_a en fonction de μ.

Pour les aciers écrouis, des corrections devront être apportées itérativement aux valeurs de σ_a et de ϖ.

2e cas $y \leqslant \dfrac{h}{2}$ et $A' \neq 0$

On ajoute aux valeurs de M_b et de N'_b considérées dans le cas précédent l'effet de l'armature de compression, travaillant à sa résistance de base $\bar{\sigma}'_a$.

On écrit par conséquent :

$$M = M_b + A' \cdot \bar{\sigma}'_a \cdot h'$$

$$N' = N'_b + A' \cdot \bar{\sigma}'_a$$

3e cas $y > \dfrac{h}{2}$ $A' = 0$ $A = 0$

Lorsque le moment-plafond est atteint, M_b possède une valeur constante, indépendante de N'_b et qui vaut :

$$M_p = 0{,}375b \cdot h^2 \cdot \bar{\sigma}'_b$$

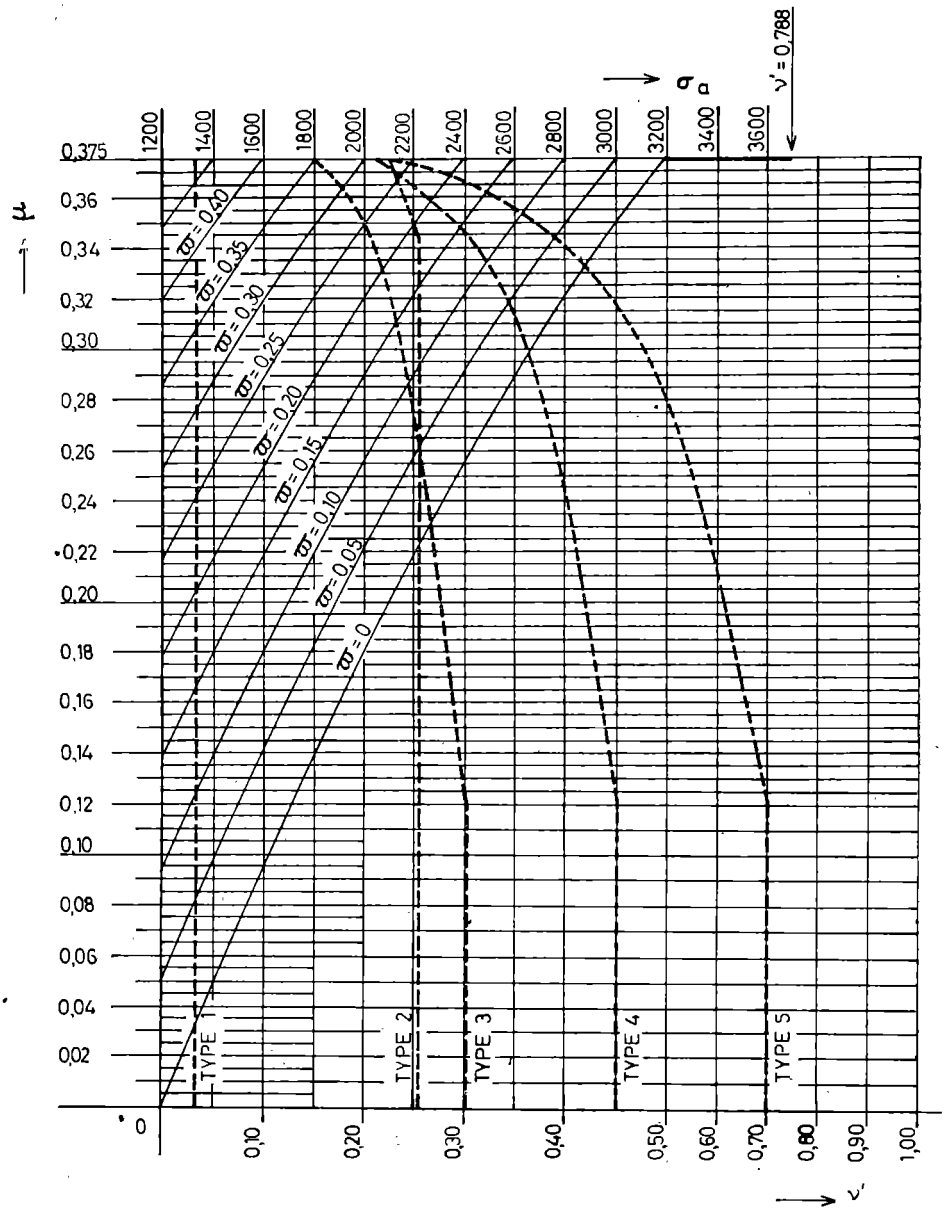


FIG. 4.9.

NB : M se calcule au niveau de l'armature de traction.

La valeur maximale N'_b s'obtient en considérant l'état de compression simple de la section.

En supposant : $h_t = 1{,}05h$, on trouve le maximum :

$$N'_b = 1{,}05\ b \cdot h \cdot 0{,}75\bar{\sigma}'_b$$

soit : $\nu'_{max} = 0{,}788$.

Cette valeur apparaît sur la figure 4.9 au niveau : $\mu = 0{,}375$.

4e cas $y > \dfrac{h}{2}$ $A' = 0$ $A \neq 0$

Dans l'état-limite correspondant à la valeur maximale de N', l'armature de traction A travaille en compression à la contrainte $\bar{\sigma}'_a$ indiquée en 4.22.

On pourra donc ajouter à la valeur de ν'_{max} un complément égal à :

$$\varpi_c = \frac{A \cdot \bar{\sigma}'_a}{b \cdot h \cdot \bar{\sigma}'_b}$$

5e cas $y > \dfrac{h}{2}$ $A' \neq 0$

Comme pour le 2e cas, on peut écrire dans l'état-limite :

$$M = M_b + A' \cdot \bar{\sigma}'_a \cdot h'$$

$$N' = N'_b + A' \cdot \bar{\sigma}'_a$$

Problème n° 20

On donne : b, h, h', A', A, la qualité des matériaux, N' et $M = N' \cdot e$.
On demande de vérifier si la sécurité de la pièce est assurée.

On calcule :

$$M_b = M - A' \cdot \bar{\sigma}'_a \cdot h'$$

$$N'_b = N' - A' \cdot \bar{\sigma}'_a$$

Les formules (4.42 *c*) et (4.42 *d*) donnent μ et ν'.
La figure 4.9 fournit les valeurs de ϖ et σ_a.
On en déduit la section d'armature A_{min} nécessaire :

$$A_{min} = \frac{\varpi \cdot b \cdot h \cdot \bar{\sigma}'_b}{\sigma_a}$$

Il faut qu'on ait : $A \geqslant A_{min}$.

Exemple :

On donne :

$b = 50$ cm $\quad h = 65$ cm $\quad h' = 60$ cm

$\bar{\sigma}'_b = 120$ bars $\quad N' = 74{,}5$ tf $\quad M = 80{,}3$ tf · m

$A' = 10$ cm^2 (type 3) $\quad A = 25{,}5$ cm^2 (type 3)

On demande de vérifier la pièce.

On écrit successivement :

$$M_b = 8\,030\,000 - (10 \times 2\,110 \times 60) = 6\,764\,000 \text{ kgf} \cdot \text{cm}$$

$$N'_b = 74\,500 - (10 \times 2\,110) = 53\,400 \text{ kg}$$

$$\mu = \frac{6\,764\,000}{50 \times \overline{65}^2 \times 120} = 0{,}266$$

$$\nu' = \frac{53\,400}{50 \times 65 \times 120} = 0{,}136$$

La figure 4.9 donne : $\varpi = 0{,}180$ et $\sigma_a = 2\,210$ bars.
D'où :

$$A_{\min} = \frac{0{,}180 \times 50 \times 65 \times 120}{2\,210} = 31{,}8 \text{ cm}^2$$

On constate que la section d'armature de traction donnée est insuffisante.

Problème n° 21

On donne : b, h, h', A', A, la qualité des matériaux, N'.
On demande : le moment de flexion résistant, c'est-à-dire l'excentricité maximale de N' par rapport à l'armature de traction.

On calcule :

$$N'_b = N' - A' \cdot \bar{\sigma}_a$$

Les formules (4.42 *d*) et (4.42 *e*) donnent ν' et ϖ.
La figure 4.9 fournit la valeur maximale de μ et la valeur correspondante de σ_a qui donne éventuellement lieu à une retouche de ϖ.
On écrit pour terminer :

$$M_{\max} = \mu \cdot b \cdot h^2 \cdot \bar{\sigma}'_b + A' \cdot \bar{\sigma}'_a \cdot h'$$

Exemple (a) :

On donne : $b = 50$ cm $\quad h = 65$ cm $\quad h' = 60$ cm
$\bar{\sigma}'_b = 120$ bars $\quad N' = 74{,}5$ t
$A' = 10$ cm^2 (type 3) $\quad A = 25{,}5$ cm^2 (type 3)

On demande : M_{maximum}.

On écrit successivement :

$$N'_b = 74\,500 - (10 \times 2\,110) = 53\,400 \text{ kgf}$$

$$\nu' = \frac{53\,400}{50 \times 65 \times 120} = 0{,}136$$

Adoptons :

$$\sigma_a = 2\,250 \text{ bars} \rightarrow \varpi = \frac{25{,}5 \times 2\,250}{50 \times 65 \times 120} = 0{,}147$$

La figure 4.9 donne : $\mu = 0{,}242$ et $\sigma_a = 2\,250$ bars.
La valeur prise pour σ_a est donc bonne.
D'où :

$$M_{max} = (0{,}242 \times 50 \times \overline{65}^2 \times 120) + (10 \times 2\,110 \times 60) = 73{,}9 \text{ tf} \cdot \text{m}$$

ou encore :

$$e_{max} = \frac{73{,}9}{74{,}5} = 0{,}99 \text{ m}$$

Exemple (b) :

Les données sont les mêmes, sauf $N' = 297$ tf.

On a dans ce cas :

$$N'_b = 297\,000 - (10 \times 2\,110) = 275\,900 \text{ kgf}$$

$$\nu' = \frac{275\,900}{50 \times 65 \times 120} = 0{,}706$$

On vérifie que ν' est inférieur au maximum 0,788.
Quel que soit ϖ, on peut prendre : $\mu = 0{,}375$.
D'où :

$$M_{max} = (0{,}375 \times 50 \times \overline{65}^2 \times 120) + (10 \times 2\,110 \times 60) = 107{,}7 \text{ tf} \cdot \text{m}$$

Soit :

$$e_{max} = \frac{107{,}7}{297} = 0{,}364 \text{ m}$$

L'effort N' peut donc passer à 64 mm du milieu de la section.

Problème n° 22

On donne : b, h, h', la qualité des matériaux, N', M.
On demande : A' et A.

On détermine d'abord le moment M_b qui peut être supporté par le béton seul. Cette valeur maximale correspond à : $\mu = 0{,}375$.

Cependant, pour les aciers de qualité supérieure, il peut y avoir intérêt à réduire quelque peu μ, de façon à atteindre des valeurs intéressantes pour σ_a.

Ayant ainsi choisi une valeur de μ, on calcule :

$$M_b = \mu \cdot b \cdot h^2 \cdot \bar{\sigma}'_b$$

1er cas $M > M_b$

Il faut ajouter une armature de compression, dont la section est donnée par la formule :

$$A' = \frac{M - M_b}{\bar{\sigma}'_a \cdot h'}$$

On calcule ensuite :

$$\nu' = \frac{N' - A' \cdot \bar{\sigma}'_a}{b \cdot h \cdot \bar{\sigma}'_b}$$

La figure 4.9 fournit ϖ et σ_a, ce qui donne :

$$A = \frac{\varpi \cdot b \cdot h \cdot \bar{\sigma}'_b}{\sigma_a}$$

2e cas $M \leqslant M_b$

Il ne faut pas d'armature en compression, donc : $A' = 0$. On calcule :

$$\mu = \frac{M}{b \cdot h^2 \cdot \bar{\sigma}'_b} \quad \text{et} \quad \nu' = \frac{N'}{b \cdot h \cdot \bar{\sigma}'_b}$$

On termine comme pour le 1er cas.

Si on trouvait une valeur de ν' supérieure à $\nu'_{max} = 0{,}788$, il faudrait reprendre l'excès de ν' par la compression de l'armature A et écrire :

$$A = \frac{(\nu' - \nu'_{max}) b \cdot h \cdot \bar{\sigma}'_b}{\bar{\sigma}'_a} \qquad (4.42\,f)$$

Exemple (a) :

On donne :

$b = 50$ cm $\quad h = 65$ cm $\quad h' = 60$ cm

$\bar{\sigma}'_b = 120$ bars $\quad N' = 74{,}5$ tf $\quad M = 92{,}5$ tf · m

Armature de compression et de traction type 3.

On demande : A' et A.

Choisissons, par exemple, pour limite de μ, la valeur 0,34.
On a :

$$M_b = 0{,}340 \times 50 \times \overline{65}^2 \times 120 = 86{,}2 \text{ tf} \cdot \text{m}$$

On constate que : $M > M_b$.

D'où :

$$A' = \frac{92{,}5 - 86{,}2}{2{,}11 \times 0{,}60} = 5{,}0 \text{ cm}^2$$

$$\nu' = \frac{74\,500 - (5{,}0 \times 2\,110)}{50 \times 65 \times 120} = 0{,}164$$

La figure 4.9 donne : $\varpi = 0{,}268$.
D'où :

$$A = \frac{0{,}268 \times 50 \times 65 \times 120}{2\,050} = 51{,}0 \text{ cm}^2$$

Exemple (b) :

Les données sont les mêmes, sauf : $M = 58$ tf · m.

Vu que $M < M_b$, on prend : $A' = 0$, excepté les barres de construction. On calcule :

$$\nu' = \frac{74\,500}{50 \times 65 \times 120} = 0{,}191 \qquad \mu = \frac{5\,800\,000}{50 \times \overline{65}^2 \times 120} = 0{,}299$$

La figure 4.9 donne : $\varpi = 0{,}072$ et $\sigma_a = 2\,270$ bars.
D'où :

$$A = \frac{0{,}072 \times 50 \times 65 \times 120}{2\,270} = 12{,}4 \text{ cm}^2$$

Exemple (c) :

Les données sont les mêmes, sauf : $N' = 370$ tf et $M = 120$ tf · m.

Donnons à μ la valeur maximale 0,375, ce qui donne :

$$M_b = 0{,}375 \times 50 \times \overline{65}^2 \times 120 = 95{,}0 \text{ tf} \cdot \text{m}$$

$$A' = \frac{120 - 95}{2{,}11 \times 0{,}60} = 19{,}7 \text{ cm}^2$$

D'où :

$$\nu' = \frac{370\,000 - (19{,}7 \times 2\,110)}{50 \times 65 \times 120} = 0{,}843$$

Étant donné que ν' dépasse ν'_{max}, l'armature A travaille en compression. La formule (4.42f) donne la solution :

$$A = \frac{(0{,}843 \times 0{,}788) \times 50 \times 65 \times 120}{2\,110} = 10{,}4 \text{ cm}^2$$

Problème n° 23

On donne : la qualité des matériaux, N', M.
On demande : b, h, A', A.

Une infinité de solutions répond au problème et l'on peut, dans une certaine mesure, choisir *a priori* b et h de façon à retrouver le problème précédent. Quelques tâtonnements sont nécessaires pour trouver la section la plus intéressante, en fonction de différents facteurs dont il y a lieu de tenir compte : économie, effort tranchant, raideur, fissuration, dispositions architecturales.

4.5. FLEXION DROITE COMPOSÉE AVEC TRACTION

4.51. SECTION QUELCONQUE SYMÉTRIQUE PAR RAPPORT AU PLAN DE FLEXION

1er cas. L'alignement de l'effort de traction N passe entre les armatures A' et A.

Le béton n'intervient pas dans la résistance. Les conditions d'équilibre-limite donnent :

$$A' \geqslant \frac{N}{\bar{\sigma}_a} \cdot \frac{e}{h'} \qquad \text{et} \qquad A \geqslant \frac{N}{\bar{\sigma}_a}\left(1 - \frac{e}{h'}\right) \tag{4.51 a}$$

Les valeurs de $\bar{\sigma}_a$ sont indiquées en 4.22.

L'excentricité e de l'effort N est mesurée par rapport à A.

2e cas. L'alignement de l'effort de traction N passe au-delà de l'armature A.

L'excentricité e prend une valeur négative. Les formules établies pour la flexion avec compression restent valables à condition d'y remplacer N' par $-N$.

4.52. SECTION RECTANGULAIRE

1er cas $e \geqslant 0$

On applique les formules (4.51 *a*).

2e cas $e < 0$

Si $A' = 0$, on reprend la formule (4.42 *a*) :

$$M_b = b \cdot y\left(h - \frac{y}{2}\right)\bar{\sigma}'_b \leqslant 0{,}375 b \cdot h^2 \cdot \bar{\sigma}'_b$$

La formule (4.42 *b*) est remplacée par :

$$N_b = A \cdot \sigma_a - b \cdot y \cdot \bar{\sigma}'_b \tag{4.52 a}$$

Posons :

$$\mu = \frac{M_b}{b \cdot h^2 \cdot \bar{\sigma}'_b} \tag{4.42 c}$$

$$\nu = \frac{N_b}{b \cdot h \cdot \bar{\sigma}'_b} \tag{4.52 d}$$

$$\varpi = \frac{A \cdot \bar{\sigma}_a}{b \cdot h \cdot \bar{\sigma}'_b} \tag{4.42 e}$$

On trouve :

$$\mu = \frac{y}{h}\left(1 - \frac{y}{2h}\right) \leqslant 0{,}375$$

$$\nu = \varpi - \frac{y}{h}$$

Ces deux relations sont traduites en abaque à la figure 4.10, qui comporte, d'une part, une famille de courbes cotées suivant les valeurs de ϖ et tracées dans les coordonnées ν et μ, et, d'autre part, des courbes en traits interrompus donnant, pour chaque type d'acier, la valeur de σ_a en fonction de μ.

Si A' est différent de zéro, on applique les formules :

$$M = M_b + A' \cdot \bar{\sigma}'_a \cdot h'$$

et :

$$N = N_b - A' \cdot \bar{\sigma}'_a$$

Problème n° 24

On donne : b, h, h', A', A, la qualité des matériaux, N, $M = -Ne (e < 0)$.
On demande de vérifier si la sécurité de la pièce est assurée.

On calcule :

$$M_b = M - A' \cdot \bar{\sigma}'_a \cdot h'$$

et :

$$N_b = N + A' \cdot \bar{\sigma}'_a$$

Les formules (4.42 *c*) et (4.52 *b*) donnent μ et ν.

La figure 4.10 fournit les valeurs de ϖ et σ_a. On en déduit la section d'armature A nécessaire :

$$A_{\min} = \frac{\varpi \cdot b \cdot h \cdot \bar{\sigma}'_b}{\sigma_a}$$

Exemple :

On donne :

$b = 50$ cm $\quad h = 65$ cm $\quad h' = 60$ cm

$\bar{\sigma}'_b = 120$ bars $\quad N = 59{,}4$ tf $\quad M = 43{,}5$ tf · m

$A' = 10$ cm^2 (type 3) $\quad A = 56$ cm^2 (type 3)

On demande de vérifier la pièce.

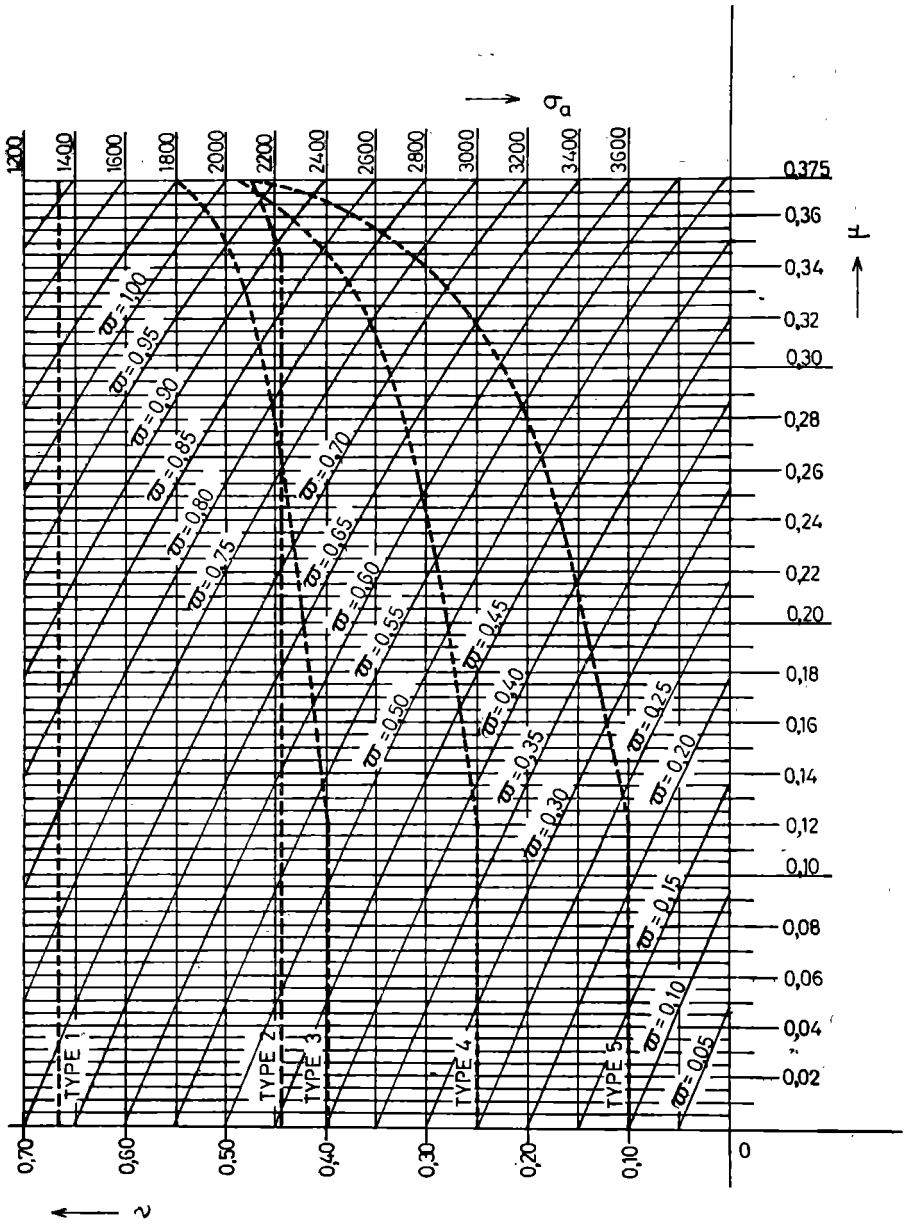


FIG. 4.10.

NB : M se calcule au niveau de l'armature de traction.

On écrit successivement :

$$M_b = 4\,350\,000 - (10 \times 2\,110 \times 60) = 3\,084\,000 \text{ kgf} \cdot \text{cm}$$

$$N_b = 59\,400 + (10 \times 2\,110) = 80\,500 \text{ kgf}$$

$$\mu = \frac{3\,084\,000}{50 \times 65^2 \times 120} = 0{,}122$$

$$\nu = \frac{80\,500}{50 \times 65 \times 120} = 0{,}207$$

La figure 4.10 donne : $\varpi = 0{,}34$ et $\sigma_a = 2\,420$ bars.
D'où :

$$A_{min} = \frac{0{,}34 \times 50 \times 65 \times 120}{2\,420} = 54{,}8 \text{ cm}^2$$

La sécurité est donc assurée.

Problème n° 25

On donne : b, h, h', la qualité des matériaux, N, M.
On demande : A' et A.

On détermine d'abord le moment M_b qui peut être repris par le béton seul. Cette valeur maximale correspond à : $\mu = 0{,}375$.

Cependant, pour les aciers de qualité supérieure, il peut y avoir intérêt à réduire quelque peu μ, de façon à atteindre des valeurs intéressantes pour σ_a.

Ayant ainsi choisi une valeur de μ, on calcule :

$$M_b = \mu \cdot b \cdot h^2 \cdot \bar{\sigma}'_b$$

1er cas $M > M_b$

Il faut ajouter une armature de compression dont la section est donnée par la formule :

$$A' = \frac{M - M_b}{\bar{\sigma}'_a \cdot h'}$$

On calcule ensuite :

$$\nu = \frac{N + A' \cdot \bar{\sigma}'_a}{b \cdot h \cdot \bar{\sigma}'_b}$$

La figure 4.10 fournit ϖ et σ_a, ce qui donne :

$$A = \frac{\varpi \cdot b \cdot h \cdot \bar{\sigma}'_b}{\sigma_a}$$

2e cas $M \leqslant M_b$

Il ne faut pas d'armature de compression, donc $A' = 0$. On calcule :

$$\mu = \frac{M}{b \cdot h^2 \cdot \bar{\sigma}'_b} \qquad \text{et} \qquad \nu = \frac{N}{b \cdot h \cdot \bar{\sigma}'_b}$$

On termine comme pour le 1er cas.

Exemple :

On donne :

$b = 50$ cm $\qquad h = 65$ cm $\qquad h' = 60$ cm

$\bar{\sigma}'_b = 120$ bars $\qquad N = 59{,}4$ tf $\qquad M = 43{,}5$ tf · m

Armature de compression et de traction type 3.

On demande : A' et A.

Choisissons : $\mu = 0{,}300$.
Il en résulte :

$$M_b = 0{,}300 \times 50 \times \overline{65}^2 \times 120 = 76{,}0 \text{ tf} \cdot \text{m}$$

On a donc : $M < M_b$, de sorte que l'on peut prendre :

$$A' = 0$$

On calcule :

$$\nu = \frac{95\,400}{50 \times 65 \times 120} = 0{,}152$$

$$\mu = \frac{4\,350\,000}{50 \times \overline{65}^2 \times 120} = 0{,}172$$

La figure 4.10 donne : $\varpi = 0{,}342$ et $\sigma_a = 2\,340$ bars.
D'où :

$$A = \frac{0{,}342 \times 50 \times 65 \times 120}{2\,340} = 57{,}0 \text{ cm}^2.$$

CHAPITRE 5

CALCUL DE LA FISSURATION EN TRACTION ET EN FLEXION

par Yves SAILLARD, Dr, Ing.

5.0. PRÉLIMINAIRES

Une fissure de traction apparaît dans une pièce tendue lorsqu'en un point donné, l'allongement de la pièce tend à dépasser l'allongement maximal de rupture et que, corrélativement, la contrainte tend à dépasser la résistance de traction. Dans une pièce de béton, initialement non fissurée, cette rupture coïncide, en l'absence d'armature, avec l'apparition de la première fissure, perpendiculairement à la direction de l'effort de traction. Cette rupture ne s'accompagne d'aucun signe avertisseur, elle est brutale. Par ailleurs, des mesures précises montrent que les allongements de l'éprouvette restent très sensiblement proportionnels aux contraintes de traction et ne s'en écartent qu'à peine lorsqu'approche la rupture. Ce faible écart pouvant être négligé, on peut estimer que la rupture se produit pratiquement en *phase élastique*, sans intervention d'une plastification du béton en traction.

Dans le cas du béton, l'origine des fissures peut être attribuée à l'un des facteurs suivants :

1. *L'action du retrait du béton*, si cette action se trouve contrariée, soit par les dispositions constructives (cas où la pièce ne peut se dilater librement, par exemple lorsqu'elle se trouve ancrée à ses extrémités), soit par l'adhérence de l'armature (cas où la pièce est armée et où la mise en traction du béton s'accompagne d'une mise en compression de l'armature).

2. *L'action d'une variation de la température*, compte tenu de la différence des coefficients de dilatation respectifs du béton et de l'acier. Toutefois, si la variation de température ne dépasse pas $\pm$ 20 °C, son action peut être considérée comme négligeable dans l'évolution de la fissuration.

3. *L'action d'un effort extérieur de traction*, appliqué aux extrémités de la pièce.

5.1. LE CALCUL DE LA FISSURATION EN BÉTON ARMÉ

5.10. OBJET DU CALCUL DE LA FISSURATION

Les théories de fissuration du béton armé ont pour objet essentiel de pouvoir prévoir *a priori*, compte tenu de l'action du retrait et des efforts extérieurs, l'évolution de la répartition et de l'ouverture des fissures des divers éléments constitutifs de la structure. Plus généralement, elles doivent permettre de déterminer et de vérifier, suivant une précision compatible avec le caractère aléatoire du phénomène, l'*état-limite de fissuration* de ces éléments structuraux. Cet état-limite sera lui-même conditionné par la nature de l'ouvrage, ses conditions d'ambiance, les risques éventuels de corrosion des armatures et la nécessité de sauvegarder la durabilité de la construction.

Dans leur état actuel, les théories de fissuration du béton armé envisagent le *calcul de la répartition et de l'ouverture des fissures de flexion et de traction*, supposées normales à la direction des armatures.

Ce domaine est apparemment restreint, puisqu'il exclut notamment les *fissures d'effort tranchant*, dont le calcul théorique, s'il était mené à bonne fin, conduirait à une complexité extrême. En effet, un tel calcul devrait tenir compte, non seulement du développement des contraintes obliques et des critères fondamentaux de rupture du béton, mais également du type d'armatures et des autres dispositions constructives, dont l'influence est déterminante sur l'évolution du phénomène.

De même, les théories ne peuvent pas prendre en considération les *fissures longitudinales*, parallèles à la direction des armatures, qui sont néanmoins très dangereuses pour la corrosion de l'acier; en effet, la formation et le développement de ces fissures dépendent essentiellement de la compacité du béton et de l'enrobage des barres, en particulier le long des arêtes des pièces, et ne peuvent, de ce fait, faire l'objet d'un calcul théorique systématique.

5.11. HYPOTHÈSES DE BASE DU CALCUL DE LA FISSURATION

Ces hypothèses de base concernent :

5.111. la définition de référence de l'ouverture des fissures;

5.112. la répartition des contraintes de liaison béton-acier le long des armatures longitudinales;

5.113. l'influence de la présence des armatures transversales;

5.114. l'évaluation de la résistance de traction du béton;

5.115. la non-prise en compte de l'effet des variations de température.

5.111. Définition de référence de l'ouverture des fissures

Le tracé d'une fissure est généralement sinueux. Il est donc difficile de se référer, pour la définition et la mesure de l'ouverture de cette fissure, à une direction précise.

Les seules hypothèses raisonnables consistent à considérer l'ouverture des fissures, *parallèlement aux barres d'armature principale, au niveau de leur centre de gravité, sur la surface extérieure du béton.*

Ces hypothèses arbitraires constituent autant de sources d'imprécision, qui accentuent le caractère aléatoire du phénomène.

Une confirmation de ces imprécisions est apportée par de multiples essais, qui ont mis clairement en évidence les variations importantes que peut subir l'ouverture des fissures, tant sur la surface extérieure que dans la masse intérieure du béton d'enrobage.

5.112. Répartition des contraintes de liaison béton-acier

La loi de répartition des contraintes de liaison $\tau(x)$ le long de l'armature présente, *a priori*, une importance fondamentale dans le développement des théories de la fissuration du béton armé. Dans la pratique, cette importance est plus apparente que réelle, car les travaux du Comité Européen du Béton ont montré que, si les théories de la fissuration se distinguaient généralement par des hypothèses de base très différentes, elles pouvaient, du fait même de leur mode de développement, se correspondre dans une théorie unique et conduire à des résultats pratiquement équivalents, conformes aux mesures expérimentales usuelles.

Il n'en est pas moins nécessaire d'adopter une hypothèse pour la répartition des contraintes de liaison. Les diverses lois, envisagées par les théoriciens, se classent, pour la plupart, en deux types principaux : les lois de *variation sinusoïdale* (cf. notamment, théorie du professeur Saliger) et les lois de *frottement uniforme* (cf. notamment, théorie de M. L. P. Brice). D'autres auteurs ont envisagé, plus ou moins implicitement, une loi de *variation linéaire* (cf. notamment, théorie du professeur Wâstlund). D'autres enfin s'en sont tenus à l'adoption de formules d'origine expérimentale, sans développement théorique, et ont pu, de ce fait, éviter toutes les hypothèses de base sur la répartition des contraintes.

Pratiquement, qu'il s'agisse de *pièces sollicitées en traction simple ou en flexion simple*, les essais semblent montrer, du moins dans les zones médianes, que :

a) si la contrainte de l'acier reste approximativement inférieure aux trois quarts de la limite élastique, la loi de répartition des contraintes de liaison béton-acier peut être considérée comme *sinusoïdale*;

b) si la contrainte de l'acier dépasse approximativement les trois quarts de la limite élastique, la loi de répartition des contraintes de liaison béton-acier peut être assimilée, progressivement, à une loi de frottement *constant*.

5.113. Influence de la présence d'armatures transversales

Cette présence constitue indéniablement un point de discontinuité de la liaison béton-acier, car, d'une part, elle équivaut localement à une réduction de la section et surtout à une diminution de la qualité du béton d'enrobage, d'autre part, elle représente un obstacle au déplacement relatif de la barre par rapport au béton. *Cette déficience locale augmente donc, dans une large mesure, la probabilité de formation d'une fissure.*

5.114. Évaluation de la résistance à la traction du béton

On sait que la résistance à la traction du béton est très sensible à la moindre déficience locale de fabrication et que la valeur minimale σ_0 de cette résistance en un point donné de la structure détermine l'apparition de la première fissure.

Le développement progressif de la fissuration est fonction des autres déficiences locales du béton en traction, pour des résistances respectives $(\sigma_0 + \Delta_1\sigma_0)$, $(\sigma_0 + \Delta_2\sigma_0)$, ..., $(\sigma_0 + \Delta_n\sigma_0)$, avec :

$$0 < \Delta_1\sigma_0 < \Delta_2\sigma_0 < \ldots < \Delta_n\sigma_0.$$

Mais, comme la distribution réelle des résistances locales de traction du béton présente un caractère parfaitement aléatoire, la seule hypothèse possible du calcul de la fissuration consiste à prendre en considération, sur toute la longueur de la pièce (ou même dans toute la structure), une valeur *uniforme et minimale* de la résistance de traction définie, plus ou moins arbitrairement, à partir des éprouvettes réglementaires.

5.115. Non-prise en compte de l'effet des variations de température

Cet effet peut être négligé dans le calcul de la fissuration, car, pour des écarts de température ne dépassant pas $\pm$ 20 °C, il correspond pratiquement à l'erreur d'évaluation du retrait du béton.

5.12. CALCUL DE LA FISSURATION DES PIÈCES FAIBLEMENT ARMÉES

5.120. Domaine de validité

Il s'agit ici des pièces « faiblement armées », c'est-à-dire des *pièces dont l'armature est incapable, en raison de son trop faible pourcentage, de résister convenablement, lors de l'apparition de la première fissure, à l'effort préalablement supporté par le béton tendu.*

1. C'est notamment le cas des pièces dont le pourcentage d'armature est trop faible pour qu'elles soient capables de supporter l'action du retrait du béton, même en l'absence de tout effort extérieur de traction. De telles pièces

se fissurent systématiquement sous la seule action du retrait, sans que l'armature puisse assurer une transmission effective des efforts. En effet, pour des pourcentages aussi faibles, l'armature atteint la phase des allongements plastiques, dès l'apparition de la première fissure de retrait.

En exprimant la valeur correspondante de l'effort normal N_0, on obtient :

$$N_0 = B \cdot \sigma_0 = A \cdot \sigma_a > A \cdot \sigma_e$$

Soit :

$$\varpi_0 = \frac{A}{B} < \frac{\sigma_0}{\sigma_e}$$

ou :

$$\varpi = \frac{\sigma_e}{\sigma'_0} \cdot \frac{A}{B} < \frac{\sigma_0}{\sigma'_0}$$

Il s'agit donc de pièces dont le pourcentage mécanique d'armature ϖ est inférieur à $\frac{\sigma_0}{\sigma'_0}$:

$$\boxed{\varpi < \frac{\sigma_0}{\sigma'_0}}$$

Dans cette catégorie, on peut citer par exemple, le cas des chaînages et des cloisons.

2. Plus fréquemment, il s'agit des pièces ou des éléments de structures dont le pourcentage d'armature est suffisant pour leur permettre de supporter l'action du retrait du béton, mais insuffisant pour leur permettre de résister, après fissuration du béton tendu, à l'action d'un *effort extérieur de traction.* L'apparition de la première fissure de traction provoque un transfert brutal de l'effort résistant du béton tendu sur l'armature de traction, dont la contrainte se trouve brusquement augmentée, en raison du trop faible pourcentage au-delà de la limite élastique de l'acier :

$$\sigma_a > \sigma_e$$

Si l'effort extérieur de traction continue à croître, l'allongement de l'armature augmente plastiquement sans augmentation de contrainte de l'acier, la première fissure reste *unique* et s'élargit progressivement.

Si l'on désigne par σ_{a0} la contrainte de l'acier immédiatement avant fissuration et σ_{a1} cette contrainte immédiatement après fissuration, on peut écrire :

$$A \cdot \sigma_{a0} + B \cdot \sigma_0 = A \cdot \sigma_{a1} > A \cdot \sigma_e \qquad \text{(équation d'équilibre des efforts)}$$

$$\frac{\sigma_{a0}}{E_a} = \frac{\sigma_0}{E_b} \qquad \text{(équation de compatibilité des déformations)}$$

Soit :

$$\varpi_0 = \frac{A}{B} < \frac{\sigma_0}{\sigma_e - \frac{E_a}{E_b} \cdot \sigma_0}$$

ou :

$$\varpi < \frac{\frac{\sigma_0}{\sigma'_0}}{1 - \frac{E_a}{E_b} \cdot \frac{\sigma_0}{\sigma_e}}$$

Il s'agit donc de pièces dont le pourcentage mécanique d'armature ϖ est inférieur à un pourcentage-limite, appelé *pourcentage minimal efficace* d'armature et défini par la relation :

$$\boxed{\frac{\sigma_0}{\sigma'_0} < \varpi < \frac{\frac{\sigma_0}{\sigma'_0}}{1 - \frac{E_a}{E_b} \cdot \frac{\sigma_0}{\sigma_e}}}$$

Dans cette catégorie, on peut citer, par exemple, le cas des parois de réservoirs, des formes de radoub ou des structures massives, dont le pourcentage atteint rarement, malgré la présence d'armatures importantes, le pourcentage minimal efficace.

3. Plus généralement encore, le calcul de la fissuration des pièces faiblement armées est applicable à tous les cas de *fissuration accidentelle*, dus à une discontinuité de la pièce ou à une reprise de bétonnage.

5.121. Objet du calcul

Dans tous les cas précédents, il ne peut y avoir aucun développement systématique de la fissuration.

La fissure, accidentelle ou non, reste unique et tend à s'ouvrir largement au fur et à mesure qu'augmentent les sollicitations. Dans ces conditions, la pièce fonctionne comme un *double scellement droit*, de part et d'autre de cette fissure unique.

Le calcul de la fissuration se trouve donc limité à celui de l'ouverture de la fissure.

5.122. Calcul de l'ouverture de la fissure

Ce calcul se ramène à celui de la déformation de scellement droit, appliqué à chacune des faces de la fissure et déterminé par la différence entre l'allongement de l'acier nu et le déplacement relatif de la barre par rapport au béton sur la longueur l_0 de ce scellement.

Soit, dans l'hypothèse d'une loi sinusoïdale de répartition des contraintes d'adhérence le long de la barre :

a) Allongement de l'acier nu : $l_0 \cdot \frac{\sigma_a}{E_a}$

b) Déplacement de la barre par rapport au béton :

$$l_0 \int_0^{l_0} \frac{\sigma_a}{E_a} \left(1 - \cos \frac{\pi}{2l_0} x\right) \mathrm{d}x = l_0 \frac{\sigma_a}{E_a} \left(1 - \frac{2}{\pi}\right)$$

On en déduit, par différence, la valeur de la déformation de scellement droit : $\frac{2}{\pi} \cdot l_0 \cdot \frac{\sigma_a}{E_a}$.

Par ailleurs, la longueur de scellement droit peut être déterminée par intégration de l'équation d'équilibre, exprimant la transmission des efforts de traction entre le béton et l'acier sur la distance élémentaire dx :

$$A \cdot \mathrm{d}\sigma_a = \Sigma\pi \varnothing \cdot \tau(x) \cdot \mathrm{d}x$$

La loi de répartition des contraintes d'adhérence étant supposée sinusoïdale, on obtient :

$$\sigma_a = \frac{\Sigma\pi \varnothing}{A} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot_{\text{moyen}} \int_0^{l_0} \sin \frac{\pi}{2l_0} \cdot x \cdot \mathrm{d}x = \frac{\Sigma\pi \varnothing}{A} \cdot l_0 \cdot \tau_{\text{moyen}}$$

soit :

$$l_0 = \frac{\sigma_a}{\tau_{\text{moyen}}} \cdot \frac{A}{\Sigma\pi \varnothing}$$

La valeur de la déformation de scellement s'élève donc à :

$$\frac{2}{\pi} \cdot \frac{A}{\Sigma\pi \varnothing} \cdot \frac{(\sigma_a)^2}{\tau_{\text{moyen}} \cdot E_a}$$

La pièce se comportant comme un double scellement, la valeur de l'ouverture de la fissure est égale à :

$$\boxed{w = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{A}{\Sigma\pi \varnothing} \cdot \frac{(\sigma_a)^2}{\tau_{\text{moyen}} \cdot E_a}}$$

Remarque sur l'influence du gonflement éventuel du béton :

Lorsque l'une des faces d'un ouvrage ou de la pièce considérée se trouve, dans ses conditions normales de service, en contact permanent avec l'eau ou avec une atmosphère saturée de vapeur d'eau, le gonflement du béton qui en résulte exerce une influence favorable et tend à réduire l'ouverture des fissures. Il est donc judicieux d'en tenir compte, de manière plus ou moins empirique, dans le contrôle de la fissuration. C'est notamment le cas des réservoirs, barrages, formes de radoubs et autres ouvrages hydrauliques.

5.13. CALCUL DE LA FISSURATION DES PIÈCES NORMALEMENT ARMÉES

5.130. Domaine de validité

Il s'agit ici des pièces « normalement armées », c'est-à-dire dont l'armature est suffisante pour résister convenablement, lors de l'apparition de la première fissure, à l'effort préalablement supporté par le béton tendu. Plus précisément, il s'agit des pièces ou des éléments de structures dont le pourcentage d'armature est au moins égal au *pourcentage minimal efficace*, défini au § 5.120 :

$$\varpi < \frac{\dfrac{\sigma_0}{\sigma'_0}}{1 - \dfrac{E_a}{E_b} \cdot \dfrac{\sigma_0}{\sigma_e}}$$

Dans ces circonstances, l'action combinée du retrait et d'un effort extérieur de traction provoque l'apparition de fissures successives, réparties de manière aléatoire sur toute la longueur de la pièce.

En d'autres termes, le calcul de la fissuration des pièces normalement armées est applicable à tous les cas de *fissuration systématique.*

5.131. Objet du calcul

Le calcul de la fissuration des pièces normalement armées consiste à déterminer la répartition et l'ouverture des fissures de flexion et de traction, supposées normales à la direction des armatures, à l'exclusion des fissures obliques d'effort tranchant (pour lesquelles une extension limitée et empirique a néanmoins été envisagée) et des fissures longitudinales (qui ne dépendent généralement que des dispositions constructives et des conditions d'exécution) (§ 5.10).

Le calcul analytique complet de la fissuration a été développé pour les pièces en béton armé classique, conformément aux cinq hypothèses de base énoncées au § 5.11, d'une part en *traction simple*, d'autre part en *flexion simple.*

Ce calcul peut être étendu aux pièces en béton armé précontraint, par utilisation d'hypothèses de complément, qui, malgré quelques imprécisions supplémentaires (généralement pessimistes, donc conformes à la sécurité des structures), conduisent néanmoins à une approximation suffisante des résultats.

5.132. Calcul de la fissuration en traction

5.1321. *Calcul de l'espacement maximal des fissures*

L'analyse du développement de la fissuration montre que l'espacement Δl des fissures se trouve compris, de manière aléatoire, entre un *minimum* l_1 correspondant à la longueur de la zone de perturbation due à l'apparition de

la fissure initiale ou d'une fissure ultérieure, et un *maximum* correspondant au double de cette longueur, soit $2l_1$:

$$l_1 < \Delta l < 2l_1$$

Le cas *le plus défavorable* est celui où les fissures sont les moins bien réparties, c'est-à-dire celui où leur espacement est maximal :

$$\Delta l_{\text{maximal}} = 2l_1$$

Soit :

$$\boxed{\Delta l_{\text{maximal}} = 2 \cdot \frac{B}{\Sigma \pi \varnothing} \cdot \frac{\sigma_0}{\tau_{\text{moyen}}}}$$

5.1322. *Calcul de l'ouverture maximale des fissures*

L'ouverture maximale correspond évidemment au cas où les fissures sont les moins bien réparties, c'est-à-dire où leur espacement est maximal.

Par ailleurs, cette ouverture est égale à la déformation résultante de la pièce fissurée, correspondant à la largeur Δl du bloc compris entre deux fissures consécutives d'espacement maximal. L'analyse du comportement de cette pièce fissurée sous l'action d'un effort extérieur de traction montre que cette déformation résultante est égale, par unité de longueur, à :

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_a - \frac{1}{4\varpi_0} \cdot \frac{\sigma_0}{E_a} = \frac{1}{E_a}\left(\sigma_a - \frac{\sigma_0}{4\varpi_0}\right)$$

expression dans laquelle la contrainte σ_a et l'allongement unitaire ε_a de l'acier correspondent à l'action de l'effort extérieur de traction sur l'armature (supposée non enrobée) et dans laquelle le second terme représente l'intervention de l'*effet d'étirage* (que l'on peut assimiler à un phénomène de « plasticité apparente » du béton).

A l'action de l'effort extérieur de traction doit être superposée l'*action du retrait* ε_{ra}, qui est également fonction du pourcentage d'armature $\tilde{\omega}_0$, suivant la relation :

$$\varepsilon_{ra} = \varepsilon_r \frac{E_b}{\varpi_0 \cdot E_a + E_b}$$

Soit :

$$\boxed{w_{\text{maximal}} = (\varepsilon_1 + \varepsilon_{ra}) \cdot \Delta l_{\text{maximal}}}$$

C'est-à-dire :

$$w_{\text{maximal}} = \Delta l_{\text{maximal}} \cdot \frac{1}{E_a}\left(\sigma_a - \frac{\sigma_0}{4\varpi_0}\right) + \Delta l_{\text{maximal}} \cdot \varepsilon_r \frac{E_b}{\varpi_0 \cdot E_a + E_b}$$

Soit :

$$w_{\text{maximal}} = 2 \cdot \frac{B}{\Sigma \pi \varnothing} \cdot \frac{\sigma_0}{\tau_{\text{moyen}}} \cdot \frac{1}{E_a} \left(\sigma_a - \frac{\sigma_0}{4\varpi_0} \right) + 2 \cdot \frac{B}{\Sigma \pi \varnothing} \cdot \frac{\sigma_0}{\tau_{\text{moyen}}} \cdot \frac{\varepsilon_r + E_b}{\varpi_0 \cdot E_a + E_b}$$

5.1323. *Exemples numériques*

a) *Calcul de la fissuration d'un tirant armé d'acier doux lisse*

Un tirant, devant supporter un effort de traction d'environ 125 tonnes dans les conditions de service, présente une section carrée de côté 22 cm, armée de 9 barres ∅ 32 mm d'acier doux lisse. Le béton présente une résistance de compression $\sigma'_0 = 345$ bars sur cylindre et une résistance de traction $\sigma_0 = 29{,}4$ bars. L'acier a une limite élastique mesurée $\sigma_e = 2\,830$ bars; sa contrainte de service est $\sigma_a = 1\,700$ bars. La contrainte moyenne d'adhérence est prise égale, compte tenu des conditions d'enrobage des armatures, à : $\tau_0 = 0{,}54 \cdot \sigma_0$.

Dans ces conditions, l'espacement maximal des fissures, calculé suivant § 1.321, est égal à :

$$\Delta l_{\text{maximal}} = 2 \cdot \frac{484}{90{,}43} \cdot \frac{1}{0{,}54} = 19{,}82 \text{ cm}$$

On calcule de même, suivant § 1.322 :

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = \varepsilon_a - \dfrac{1}{4\varpi_0} \cdot \dfrac{\sigma_0}{E_a} = (809 - 16)\overline{10}^{-6} = 793 \cdot \overline{10}^{-6} \\ \varepsilon_{ra} = 0{,}51 \cdot \varepsilon_r = 153 \cdot \overline{10}^{-6} \text{ (pour un retrait moyen du béton : } \varepsilon_r = 3 \cdot \overline{10}^{-6} \end{cases}$$

Soit, pour l'ouverture maximale des fissures :

$$w_{\text{maximal}} = (\varepsilon_1 + \varepsilon_{ra}) \cdot \Delta l_{\text{maximal}} = (793 + 153) \cdot \overline{10}^{-6} \cdot 198{,}2 = 0{,}189 \text{ mm.}$$

On remarque que, dans ce cas courant, le *retrait* intervient, dans une proportion de *16* %, sur la valeur de l'ouverture maximale des fissures.

b) Calcul de la fissuration d'un tirant armé d'acier mi-dur à haute adhérence

Le tirant considéré équivaut au précédent, du point de vue des dimensions et de la résistance, mais l'armature de 9 barres ∅ 32 mm d'acier doux lisse est remplacée par une armature équivalente de 9 barres ∅ 22 mm d'acier mi-dur à haute adhérence dont la limite élastique mesurée atteint : $\sigma_e = 4\,600$ bars, avec une contrainte de service : $\sigma_a = 2\,780$ bars. Le béton présente une résistance de compression $\sigma'_0 = 345$ bars sur cylindre et une résistance de

traction $\sigma_0 = 32{,}6$ bars. La contrainte moyenne d'adhérence est prise égale, compte tenu des conditions d'enrobage de l'armature, à : $\tau_0 = 1{,}35 \cdot \sigma_0$.

Dans ces conditions, l'espacement maximal des fissures, calculé suivant § 1.321, est égal à :

$$\Delta l_{\text{maximal}} = 2 \cdot \frac{484}{62{,}17} \cdot \frac{1}{1{,}35} = 11{,}54 \text{ cm}$$

On calcule de même, suivant § 1.322 :

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_a - \frac{1}{4\varpi_0} \cdot \frac{\sigma_0}{E_a} = (1\,323 - 27) \cdot \overline{10}^{-6} = 1\,296 \cdot \overline{10}^{-6}$$

$$\varepsilon_{ra} = 0{,}62 \cdot \varepsilon_r = 186 \cdot \overline{10}^{-6} \text{ (pour un retrait moyen : } \varepsilon_r = 3 \cdot \overline{10}^{-4})$$

Soit, pour l'ouverture maximale des fissures :

$$w_{\text{maximal}} = (\varepsilon_1 + \varepsilon_{ra}) \cdot \Delta l_{\text{maximal}} = (1\,296 + 186) \cdot 10^{-6} \cdot 115{,}4 = 0{,}171 \text{ mm.}$$

L'ouverture des fissures reste donc, grâce à la haute adhérence de l'armature, du même ordre de grandeur que dans le cas précédent.

Par contre, compte tenu de la substitution de l'acier mi-dur à l'acier doux et de la diminution correspondante du pourcentage géométrique d'armature, l'intervention du *retrait* ne dépasse pas *13* %, au lieu de 16 %.

5.133. Calcul de la fissuration en flexion

5.1331. *Calcul de l'espacement maximal des fissures*

Soit un élément de poutre, isolé par deux fissures, dans lequel le moment de flexion M est supposé constant.

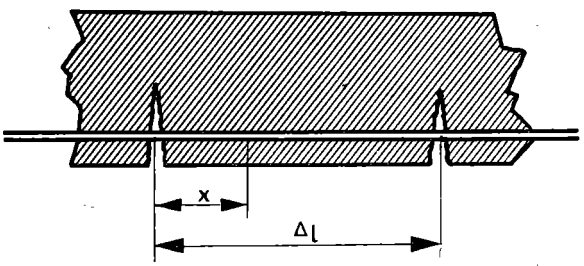


FIG. 5.1.

Dans une section courante d'abscisse x, les équations d'équilibre des efforts et des moments peuvent s'écrire :

$$\begin{cases} A \cdot \sigma_{a1} = A \cdot \sigma_a + \Sigma\pi\varnothing \int_0^x \tau(x)\,dx \\ A \cdot \sigma_{a1} \cdot z = A \cdot \sigma_a \cdot z + \dfrac{I}{v} \cdot \sigma_b \end{cases}$$

expression dans laquelle σ_{a1} représente la contrainte de traction de l'acier au droit des fissures $\left(\text{c'est-à-dire } \sigma_{a1} = \frac{M}{A \cdot z}\right)$, σ_a la contrainte de traction de l'acier dans la section considérée, σ_b la contrainte maximale de traction du béton dans cette section, $\frac{I}{v}$ le module de résistance en traction de la section.

Des deux équations d'équilibre, on déduit la valeur de la contrainte maximale de traction σ_b du béton sur la fibre la plus tendue de la section courante d'abscisse x :

$$\sigma_b = \frac{\Sigma \pi \varnothing \cdot z}{\frac{I}{v}} \cdot \int_0^x \tau(x)\, dx$$

L'espacement minimal l_1 de deux fissures correspond à l'abscisse $x = l_1$ pour laquelle la contrainte maximale de traction du béton σ_b peut atteindre la résistance à la traction du béton, soit :

$$\sigma_0 = \frac{\Sigma \pi \varnothing \cdot z}{\frac{I}{v}} \cdot \int_0^{l_1} \tau(x)\, dx$$

Mais *le cas le plus défavorable* est évidemment celui où les fissures sont les moins bien réparties, c'est-à-dire où leur espacement est maximal, c'est-à-dire :

$$\Delta l_{\text{maximal}} = 2 l_1$$

Le calcul de l'espacement maximal des fissures revient donc à la résolution de l'équation :

$$\sigma_0 = \frac{\Sigma \pi \varnothing \cdot z}{\frac{I}{v}} \cdot \int_0^{\frac{\Delta l}{2}} \tau(x)\, dx$$

Soit :

$$\boxed{\Delta l_{\text{maximal}} = 2 \cdot \frac{\frac{I}{v}}{\Sigma \pi \varnothing \cdot z} \cdot \frac{\sigma_0}{\tau_{\text{moyen}}}}$$

On peut aussi introduire dans cette expression la résultante N' des efforts de compression dans la section sous l'action du moment de fissuration, en remarquant que :

$$M_{\text{fissuration}} = N' \cdot z = \sigma_0 \cdot \frac{I}{v}$$

Soit :

$$N' = \frac{\frac{I}{v}}{z} \cdot \sigma_0$$

D'où :

$$\Delta l_{\text{maximal}} = 2 \cdot \frac{N'}{\Sigma \pi \varnothing \cdot \tau_{\text{moyen}}}$$

5.1332. *Calcul de l'ouverture maximale des fissures*

Le calcul de l'ouverture d'une fissure de flexion peut être ramené au calcul de la différence entre les allongements respectifs de l'acier et du béton dans le bloc compris entre deux fissures consécutives, compte tenu des glissements de l'armature par rapport au béton d'enrobage conformément au jeu normal de l'adhérence.

Si l'on considère une section courante d'abscisse x, on peut considérer que l'allongement unitaire de l'acier est égal à :

$$\varepsilon_a = \frac{\sigma_a}{E_a}$$

tandis que la déformation unitaire du béton résulte de son allongement élastique et de l'action du retrait :

$$\varepsilon_b = \frac{\sigma_b}{E_b} - \varepsilon_{ra}$$

Soit :

$$w_{\text{maximal}} = 2 \int_0^{\frac{\Delta l}{2}} \left(\frac{\sigma_a}{E_a} - \frac{\sigma_b}{E_b} + \varepsilon_{ra} \right) \mathrm{d}x$$

Or, d'après les équations d'équilibre, explicitées au § 1.331, on peut écrire :

$$\begin{cases} \sigma_a = \dfrac{M}{A \cdot z} - \dfrac{\Sigma \pi \varnothing}{A} \displaystyle\int_0^x \tau(x)\, \mathrm{d}x \\ \sigma_b = \dfrac{\Sigma \pi \varnothing \cdot z}{\dfrac{I}{v}} \displaystyle\int_0^x \tau(x)\, \mathrm{d}x \end{cases}$$

Il en résulte :

$$w_{\text{maximal}} = \Delta l_{\text{maximal}} \left[\frac{\sigma_{a1}}{E_a} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\dfrac{I}{v}}{A \cdot z} \cdot \frac{\sigma_0}{E_a} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma_0}{E_b} \right] + \Delta l_{\text{maximal}} \cdot \varepsilon_{ra}$$

expression dans laquelle les coefficients numériques sont indépendants de la loi de répartition des contraintes d'adhérence le long de l'armature et dans laquelle σ_{a1} correspond à la contrainte de traction de l'acier au droit de chaque fissure :

$$\sigma_{a1} = \frac{M}{A \cdot z}$$

Soit :

$$w_{\text{maximal}} = 2 \cdot \frac{\frac{I}{v}}{\Sigma \pi \varnothing \cdot z} \cdot \frac{\sigma_0}{\tau_0} \cdot \frac{1}{E_a} \left[\frac{1}{A \cdot z} \left(M - \frac{I}{v} \frac{\sigma_0}{2} \right) - \frac{E_a}{E_b} \cdot \frac{\sigma_0}{2} + \frac{E_a \cdot E_b}{\varpi_0 \cdot E_a + E_b} \cdot \varepsilon_r \right]$$

5.1333. *Exemples numériques*

a) *Calcul de la fissuration d'une poutre en* T *armé d'acier doux lisse*

On considère, à titre d'exemple, une poutre en T, haute de 90 cm, comportant une table de compression de largeur 1 mètre et d'épaisseur 16 cm, avec une nervure de 18 cm. L'armature principale de traction est composée de 11 barres $\varnothing$ 32 mm d'acier doux lisse, dont la limite élastique mesurée est : $\sigma_e = 2\,980$ bars, avec une contrainte de service : $\sigma_a = 1\,990$ bars. Le béton présente une résistance de compression $\sigma'_0 = 292$ bars sur cylindre et une résistance de traction $\sigma_{\text{tr}} = 41{,}8$ bars. La contrainte moyenne d'adhérence est prise égale, compte tenu des conditions d'enrobage de l'armature, à : $\tau_0 = 1{,}05 \cdot \sigma_0$.

Dans ces conditions, l'espacement maximal des fissures, calculé suivant § 1.331, est égal à :

$$\Delta l_{\text{maximal}} = 2 \cdot \frac{95\,310}{110{,}5 \cdot 71{,}75} \cdot \frac{1}{1{,}05} = 22{,}90 \text{ cm}$$

On calcule de même, suivant § 1.332 :

$$\begin{cases} \dfrac{1}{E_a} \cdot \dfrac{M}{A \cdot z} = 948 \cdot \overline{10}^{-6} & \text{(allongement élastique de l'acier)} \\ \dfrac{1}{E_a} \cdot \dfrac{I}{v} \cdot \dfrac{\sigma_0}{2} = 149 \cdot \overline{10}^{-6} & \text{(allongement plastique apparent du béton)} \\ \dfrac{1}{E_b} \cdot \dfrac{\sigma_0}{2} = 38 \cdot \overline{10}^{-6} & \text{(allongement élastique du béton)} \\ \varepsilon_{ra} = 0{,}50 \cdot \varepsilon_r = 150 \cdot \overline{10}^{-6} & \text{(pour un retrait moyen de béton } \varepsilon_r = 3 \cdot \overline{10}^{-4}) \end{cases}$$

Soit, pour l'ouverture maximale des fissures :

$$w_{\text{maximal}} = (948 - 149 - 68 + 150)\overline{10}^{-6} \cdot 229 = 0{,}202 \text{ mm}$$

On remarque que, dans ce cas courant, le *retrait* intervient, dans une proportion de *17* %, sur la valeur de l'ouverture maximale des fissures, Quant à l'intervention de l'allongement élastique du béton, elle n'atteint pas 8 %.

b) *Calcul de la fissuration d'une poutre en* T *armée d'acier mi-dur à haute adhérence*

La poutre en T considérée équivaut à la précédente, du point de vue des dimensions et de la résistance, mais l'armature de 11 barres ∅ 32 mm d'acier doux lisse est remplacée par une armature de 8 barres ∅ 22 mm d'acier mi-dur à haute adhérence dont la limite élastique mesurée atteint : $\sigma_e = 6\,980$ bars, avec une contrainte de service : $\sigma_a = 4\,650$ bars. Le béton présente une résistance de compression $\sigma'_0 = 260$ bars sur cylindre et une résistance de traction $\sigma_0 = 40{,}1$ bars. La contrainte moyenne d'adhérence est prise égale, compte tenu des conditions d'enrobage de l'armature, à : $\tau_0 = 2{,}67 \cdot \sigma_0$.

Dans ces conditions, l'espacement maximal des fissures, calculé suivant § 5.1331, est égal à :

$$\Delta l_{\text{maximal}} = 2 \cdot \frac{58\,710}{58{,}4 \cdot 77{,}28} \cdot \frac{1}{2{,}67} = 9{,}74 \text{ cm}$$

On calcule de même, suivant § 1.332 :

$$\begin{cases} \dfrac{1}{E_a} \cdot \dfrac{M}{A \cdot z} = 2\,214 \cdot \overline{10}^{-6} & \text{(allongement élastique de l'acier)} \\ \dfrac{1}{E_a} \cdot \dfrac{I}{v} \cdot \dfrac{\sigma_0}{2} = 239 \cdot \overline{10}^{-6} & \text{(allongement plastique apparent du béton)} \\ \dfrac{1}{E_b} \cdot \dfrac{\sigma_0}{2} = 69 \cdot \overline{10}^{-6} & \text{(allongement élastique du béton)} \\ \varepsilon_{ra} = 0{,}585 \cdot \varepsilon_r = 175 \cdot \overline{10}^{-6} & \text{(pour un retrait moyen du béton } \varepsilon_r = 3 \cdot \overline{10}^{-4}) \end{cases}$$

Soit, pour l'ouverture maximale des fissures :

$$w_{\text{maximal}} = (2\,214 - 239 - 69 + 175) \cdot \overline{10}^{-6} \cdot 97{,}4 = 0{,}203 \text{ mm.}$$

L'ouverture des fissures reste donc, grâce à la haute adhérence de l'armature, du même ordre de grandeur que dans le cas précédent.

Par contre, compte tenu de la substitution de l'acier mi-dur à l'acier doux et de la diminution correspondante du pourcentage géométrique d'armature, l'intervention du *retrait* ne dépasse pas *8* % au lieu de 17 %. De même, l'intervention de l'allongement élastique du béton est passée de 8 % à seulement 3 %.

6.14. CONCLUSIONS

Dans le cas des pièces « normalement armées » (§ 5.130), la comparaison entre le calcul analytique complet et les mesures expérimentales des ouvertures des fissures conduit à diverses conclusions pratiques, susceptibles de faciliter l'application pratique de ce calcul par les projeteurs et les constructeurs.

5.141. *La fissuration est un phénomène aléatoire fondamentalement dispersif,* qu'il serait vain de prétendre définir avec une précision illusoire. D'ailleurs, seul l'ordre de grandeur de l'ouverture des fissures intéresse le constructeur.

5.142. L'application systématique des formules analytiques n'a, *comme seul objet et comme seul intérêt,* que de pouvoir comparer les influences respectives des divers paramètres du phénomène et de pouvoir justifier les approximations indispensables au calcul pratique.

5.143. Dans les cas les plus courants, *l'influence globale du retrait, de la déformation élastique et de la déformation plastique apparente du béton peut être considérée comme négligeable,* car l'erreur correspondant à cette approximation s'avère, dans la pratique, nettement inférieure à la dispersion des mesures expérimentales.

Dans ces conditions, les expressions § 5.1322 et § 5.1332 des ouvertures de fissures peuvent être simplifiées comme suit :

a) *En traction simple :*

$$w_{\text{maximal}} = 2 \cdot \frac{B}{\Sigma \pi \varnothing} \cdot \frac{\sigma_0}{\tau_0} \cdot \frac{\sigma_a}{E_a}$$

la contrainte d'adhérence τ_0 étant la contrainte moyenne d'adhérence d'« ancrage ».

b) *En flexion simple :*

$$w_{\text{maximal}} = 2 \cdot \frac{\frac{I}{v}}{\Sigma \pi \varnothing \cdot z} \cdot \frac{\sigma_0}{\tau_0} \cdot \frac{\sigma_a}{E_a}$$

la contrainte d'adhérence τ_0 étant la contrainte moyenne d'adhérence d'« entraînement ».

5.144. Sous réserve que la largeur b_0 de l'âme de la poutre considérée soit inférieure à 4 fois la somme des diamètres des barres constituant l'armature (dans le cas des aciers lisses) et à 2 fois cette même somme (dans le cas des aciers à haute adhérence), le calcul de la fissuration en flexion peut être simplifié et ramené au *calcul de fissuration en traction, appliqué à la zone d'enrobage des armatures principales de traction* (« analogie du tirant »). La contrainte d'adhérence τ_0 à introduire dans le calcul doit être évidemment la contrainte d'adhérence d'« ancrage » et non plus la contrainte d'adhérence d'« entraînement ».

5.2. LA VÉRIFICATION PRATIQUE DE LA FISSURATION EN BÉTON ARMÉ

5.21. PRINCIPES DE VÉRIFICATION DE LA FISSURATION

5.211. Nature et validité des règles pratiques de vérification de la fissuration

En raison des hypothèses de base du calcul, la vérification de la fissuration d'une pièce en béton armé ne peut être réalisée que pour la fissuration transversale de flexion et de traction dans la zone d'enrobage des barres de l'armature principale de traction et ne peut tenir compte systématiquement de l'influence éventuelle de l'effort tranchant.

Il faut donc bien admettre qu'une telle vérification ne couvre qu'une proportion relativement faible des phénomènes de fissuration, susceptibles de se présenter dans un ouvrage en béton armé; elle ne couvre notamment, ni les fissures longitudinales que peuvent provoquer les actions tangentes entre l'âme et la zone de l'armature principale de traction, ni les fissures obliques qui se développent sur toute la hauteur de la nervure par action de l'effort tranchant combinée ou non avec celle des autres sollicitations. Et pourtant, ces fissures sont souvent plus dangereuses pour la corrosion que les fissures transversales de la zone d'enrobage de l'armature principale de traction.

Il ne faut donc pas attribuer au calcul théorique de la fissuration des vertus qu'il ne saurait posséder, ni lui conférer dans la pratique une portée universelle ou une importance primordiale que ne sauraient justifier, ni son degré de précision, ni son domaine de validité.

Il serait en effet illusoire de prétendre se garantir contre la fissuration par une simple limitation de l'ouverture maximale théorique des fissures transversales de flexion et de traction.

Pratiquement, il s'agit seulement d'orienter le projeteur vers des dispositions constructives appropriées (concernant notamment le diamètre et la répartition des aciers) et d'éviter certaines erreurs grossières de conception, qui pourraient conduire à des concentrations et à des ouvertures abusives des fissures de flexion et de traction. Dans ces conditions, *le calcul de la fissuration doit se limiter à la vérification de « règles de bonne construction »*.

Ces « règles de bonne construction » peuvent se présenter, dans la pratique, sous forme d'une relation entre la contrainte de service, le pourcentage et le diamètre des barres de l'armature principale de traction, compte tenu des qualités d'adhérence de l'acier et de la capacité de résistance en traction du béton. Ces Règles peuvent être établies et appliquées pour diverses *catégories d'ouvrages*, basées sur certaines conditions de conservation et d'exploitation. Mais, en aucune manière, ces règles ne doivent faire apparaître, de manière explicite, une valeur maximale des ouvertures des fissures, car la mesure et le contrôle de telles ouvertures se heurteraient à des difficultés insurmontables et n'auraient qu'une valeur absolument illusoire (§ 5.111).

5.212. Classification des ouvrages suivant les tolérances admissibles de fissuration

***Catégorie* (1)**

Éléments devant assurer une étanchéité ou soumis à des actions agressives

Il s'agit d'éléments pour lesquels l'ouverture des fissures est très préjudiciable, soit parce qu'ils doivent assurer une étanchéité (comme, par exemple, les parois de réservoirs, d'écluses ou de formes de radoubs), soit parce qu'ils sont exposés à un milieu particulièrement agressif.

Pour ces éléments, il est convenu d'introduire *implicitement* dans le calcul de fissuration, pour l'établissement des règles appropriées de dimensionnement de l'armature, la limite supérieure *0,1 mm* de l'ouverture maximale des fissures. Cette limite peut aboutir, dans certains cas de parois faiblement armées, à des règles apparemment sévères, mais cette sévérité peut être sensiblement atténuée par une prise en compte de l'effet favorable du gonflement du béton, dans tous les cas où les parois considérées se trouvent en contact permanent avec l'eau ou avec une atmosphère saturée d'eau (§ 5.122).

***Catégorie* (2)**

Éléments de constructions ordinaires non protégées

Il s'agit d'éléments pour lesquels la fissuration des zones tendues est préjudiciable, soit parce qu'ils sont exposés aux intempéries (c'est le cas des ouvrages extérieurs comme, par exemple, les ponts et ouvrages d'art), soit parce qu'ils sont exposés à une atmosphère humide ou agressive (c'est le cas de certains ouvrages industriels, couvertures d'usines ou d'ateliers, susceptibles d'être soumis à d'importants dégagements de vapeur d'eau). On peut également faire entrer dans cette catégorie les pièces devant servir de support à des revêtements fragiles, pour lesquelles les excès de fissuration et de déformation peuvent avoir des conséquences néfastes sur la tenue de ces revêtements.

Pour ces éléments, il est convenu d'introduire *implicitement* dans le calcul de fissuration, pour l'établissement des règles appropriées de dimensionnement de l'armature, la limite supérieure *0,2 mm* de l'ouverture maximale des fissures.

***Catégorie* (3)**

Éléments de constructions ordinaires protégées

Il s'agit d'éléments pour lesquels la fissuration n'est pas nuisible et ne compromet gravement, ni la conservation des aciers, ni la durée de l'ouvrage. Dans cette catégorie, on peut indiquer, par exemple, les éléments intérieurs des bâtiments en atmosphère normale.

Pour ces éléments, il est convenu d'introduire *implicitement* dans le calcul de fissuration, pour l'établissement des règles appropriées de dimensionnement de l'armature, la limite supérieure *0,3 mm* de l'ouverture maximale des fissures.

5.22. RÈGLES DE DIMENSIONNEMENT DE L'ARMATURE PRINCIPALE

5.220. Hypothèses préliminaires de calcul

Ces règles pratiques, communes à tous les éléments fléchis de structures, sont établies pour chacune des catégories d'ouvrages (1) (2) (3) précédemment définies, sur la base d'hypothèses simplificatrices et de valeurs moyennes, indiquées ci-après :

2.201. Dans l'application pratique du calcul, *l'enrobage des barres de l'armature principale de traction* est supposé satisfaisant, ce qui correspond notamment à un recouvrement des barres au moins égal à leur diamètre $\varnothing$.

2.202. En conséquence, la *contrainte moyenne d'adhérence par ancrage* τ_0 est supposée indépendante de l'enrobage et prise égale, en moyenne, aux trois-quarts $\left(\frac{3}{4}\right)$ de la résistance de traction du béton σ_0 dans le cas de barres lisses et aux cinq quarts $\left(\frac{5}{4}\right)$ de cette même résistance dans le cas de barres à haute adhérence.

2.203. *La résistance de traction du béton* σ_0 est prise égale, en moyenne, à 40 bars, mais cette valeur ne sert pratiquement que pour le dimensionnement des pièces faiblement armées, dont la fissuration ne présente pas de caractère systématique et ne peut être vérifiée que par utilisation d'une condition de scellement. La portée pratique de cette hypothèse de calcul est donc limitée.

5.221. Dimensionnement des pièces faiblement armées (fissuration non systématique)

L'application des hypothèses préliminaires de calcul à l'expression § 5.122 conduit aux résultats suivants :

5.2211. *Catégorie* (1) (Constructions étanches ou en atmosphère agressive)

Les règles de vérification de la fissuration pour la catégorie (1) sont établies sur la base de la condition :

$$w_{\text{maximal}} \not> 0{,}1 \text{ mm}$$

soit, en se reportant à l'expression § 1.22 :

$$w_{\text{maximal}} = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{A}{\Sigma \pi \varnothing} \cdot \frac{(\sigma_a)^2}{\tau_0 \cdot E_a} \not> 0{,}1 \text{ mm}$$

On peut remarquer que

$$\frac{A}{\Sigma \pi \varnothing} = \frac{\varnothing}{4}$$

et remplacer la contrainte moyenne d'adhérence par ancrage τ_0 par sa valeur § 2.202. Ceci donne :

$$\text{ou} \begin{cases} \varnothing_{mm} \geqslant \dfrac{3\pi}{4} \cdot \dfrac{\sigma_0 \cdot E_a}{(\sigma_a)^2} \cdot \dfrac{1}{10} & \text{(pour les barres lisses)} \\ \varnothing_{mm} \geqslant \dfrac{5\pi}{4} \cdot \dfrac{\sigma_0 \cdot E_a}{(\sigma_a)^2} \cdot \dfrac{1}{10} & \text{(pour les barres à haute adhérence)} \end{cases}$$

La contrainte maximale de traction de l'acier σ_a au droit de la fissure considérée est prise égale, en première approximation, à la résistance de base de l'acier, c'est-à-dire à la limite élastique garantie divisée par le coefficient minorateur relatif à l'état-limite de fissuration, soit :

$$\sigma_a = \frac{\sigma_e}{\gamma_{\text{acier}}} = \frac{\sigma_e}{1{,}60}$$

Si l'on adopte pour le module de déformation de l'acier la valeur : $E_a = 2{,}1 \cdot \overline{10^4}$ hbars et pour la résistance de traction du béton la valeur moyenne $\sigma_0 = 40$ bars, la vérification de la fissuration peut être présentée sous la forme simple :

$$\text{Catégorie (1)} \begin{cases} \varnothing_{mm} \geqslant \dfrac{5\,000}{(\sigma_e)^2} & \text{(pour les barres lisses)} \\ \varnothing_{mm} \geqslant \dfrac{8\,500}{(\sigma_e)^2} & \text{(pour les barres à haute adhérence)} \end{cases}$$

expressions dans lesquelles la limite élastique de l'acier σ_e est en hectobars.

Si la résistance de traction du béton est différente de 40 bars, la valeur du diamètre maximal sera corrigée dans le rapport $\frac{\sigma_0}{40}$.

5.2212. ***Catégorie*** **(2)** (Constructions ordinaires non protégées.)

Les règles de vérification de la fissuration pour la catégorie (2) sont établies sur la base de la condition :

$$w_{\text{maximal}} \leqslant 0{,}2 \text{ mm}$$

soit, tous calculs faits :

$$\text{Catégorie (2)} \begin{cases} \varnothing_{mm} \geqslant \dfrac{10\,000}{(\sigma_e)^2} & \text{(pour les barres lisses)} \\ \varnothing_{mm} \geqslant \dfrac{17\,000}{(\sigma_e)^2} & \text{(pour les barres à haute adhérence)} \end{cases}$$

expressions dans lesquelles la limite élastique de l'acier σ_e est exprimée en hectobars.

5.2213. ***Catégorie*** **(3)** (Constructions ordinaires protégées)

Les règles de vérification de la fissuration pour la catégorie (3) sont établies sur la base de la condition :

$$w_{\text{maximal}} \geqslant 0{,}3 \text{ mm}$$

soit, tous calculs faits :

$$\text{Catégorie (3)} \begin{cases} \varnothing_{mm} \geqslant \dfrac{15\,000}{(\sigma_e)^2} & \text{(pour les barres lisses)} \\ \varnothing_{mm} \geqslant \dfrac{25\,500}{(\sigma_e)^2} & \text{(pour les barres à haute adhérence)} \end{cases}$$

expressions dans lesquelles la limite élastique de l'acier σ_e est exprimée en hectobars.

5.222. Dimensionnement des pièces normalement armées (fissuration systématique)

L'application des hypothèses préliminaires de calcul à l'expression (§ 1.43 *a*) conduit aux résultats suivants :

5.2221. ***Catégorie*** **(1)** (Constructions étanches ou en atmosphère agressive)

Les règles de vérification de la fissuration pour la catégorie (1) sont établies sur la base de la condition :

$$w_{\text{maximal}} \geqslant 0{,}1 \text{ mm}$$

soit, en se reportant à l'expression (§ 1.43 *a*) et en supposant valable l'« analogie du tirant » (§ 1.44) :

$$w_{\text{maximal}} = 2 \cdot \frac{B}{\Sigma\pi \varnothing} \cdot \frac{\sigma_0}{\tau_0} \cdot \frac{\sigma_a}{E_a} \geqslant 0{,}1 \text{ mm}$$

On peut remarquer que : $\dfrac{B}{\Sigma\pi \varnothing} = \dfrac{B}{A} \cdot \dfrac{\varnothing}{4} = \dfrac{1}{\varpi_0} \cdot \dfrac{\varnothing}{4}$ et remplacer la contrainte moyenne d'adhérence par ancrage τ_0 par sa valeur :

ou :
$$\begin{cases} \varnothing_{\text{mm}} \geqslant \dfrac{3}{2} \cdot \varpi_0 \cdot \dfrac{E_a}{\sigma_a} \cdot \dfrac{1}{10} & \text{(pour les barres lisses)} \\ \varnothing_{\text{mm}} \geqslant \dfrac{5}{2} \cdot \varpi_0 \cdot \dfrac{E_a}{\sigma_a} \cdot \dfrac{1}{10} & \text{(pour les barres à haute adhérence)} \end{cases}$$

La contrainte maximale de traction de l'acier σ_a au droit de la fissure considérée est prise égale, en première approximation, dans l'état-limite de fissuration, à la résistance de base de l'acier, c'est-à-dire à la limite élastique garantie divisée par le coefficient minorateur relatif à l'état-limite de fissuration, soit :

$$\sigma_a = \frac{\sigma_e}{\gamma_{\text{acier}}} = \frac{\sigma_e}{1{,}60}$$

Si l'on adopte pour le module de déformation de l'acier la valeur : $E_a = 2{,}1 \cdot \overline{10^4}$ hbars, la vérification de la fissuration peut être présentée sous la forme simple :

Catégorie (1)
$$\begin{cases} \varnothing_{\text{mm}} \geqslant \dfrac{5\,000}{\sigma_e} \cdot \varpi_0 & \text{(pour les barres lisses)} \\ \varnothing_{\text{mm}} \geqslant \dfrac{8\,500}{\sigma_e} \cdot \varpi_0 & \text{(pour les bares à haute adhérence)} \end{cases}$$

expressions dans lesquelles la limite élastique de l'acier σ_e est exprimée en hectobars.

La comparaison statistique des résultats ainsi obtenus avec les mesures expérimentales de nombreux essais a confirmé la validité de cette formule simple.

Toutefois, il est apparu que, dans la pratique, il y avait intérêt à rendre cette condition de fissuration :

— d'une part, *un peu moins stricte pour les pièces à faible pourcentage*, dans lesquelles le projeteur n'a aucune raison évidente de prévoir des barres de gros diamètres;

— d'autre part, *un peu plus sévère pour les pièces à fort pourcentage*, dans lesquelles le projeteur a tendance à utiliser des barres de diamètres excessifs, afin de simplifier les ferraillages et de réaliser des économies sur le matériau et sur la main-d'œuvre.

En quelque sorte, il s'est avéré judicieux de rechercher une *pondération* de la formule théorique normale, destinée à donner au projeteur une « *marge de sécurité* » *plus importante dans le cas des forts pourcentages*, pour lesquels les phénomènes de fissuration sont généralement plus dispersifs et peuvent entraîner des répercussions plus graves sur la tenue de l'ouvrage. L'intérêt d'une telle pondération résulte d'ailleurs des premiers travaux de la Commission « Fissuration » du Comité Européen du Béton (1957-1959).

Pratiquement, cette « pondération » revient à introduire dans la condition de fissuration une fonction homographique du pourcentage géométrique local d'armature ϖ_0 dans le tirant, aux lieu et place de la fonction linéaire initiale, la coïncidence entre la condition « théorique » et la condition « pondérée » étant obtenue pour un pourcentage ϖ_0 de l'ordre de 0,05 à 0,06.

Dans ces conditions, la vérification de la fissuration peut être présentée sous la forme :

Catégorie (1)

$$\varnothing_{mm} \geqslant \frac{7\,500}{\sigma_e} \cdot \frac{\varpi_0}{1 + 10\varpi_0} \qquad \text{(pour les barres lisses)}$$

$$\varnothing_{mm} \geqslant \frac{12\,500}{\sigma_e} \cdot \frac{\varpi_0}{1 + 10\varpi_0} \qquad \text{(pour les barres à haute adhérence)}$$

expressions dans lesquelles la limite élastique de l'acier σ_e est exprimée en hectobars.

5.2222. ***Catégorie*** **(2)** (Constructions ordinaires non protégées)

Les règles de vérification de la fissuration pour la catégorie (2) sont établies sur la base de la condition :

$$w_{maximal} \geqslant 0{,}2 \text{ mm.}$$

soit :

Catégorie (2)

$$\varnothing_{mm} \geqslant \frac{15\,000}{\sigma_e} \cdot \frac{\varpi_0}{1 + 10\varpi_0} \qquad \text{(pour les barres lisses)}$$

$$\varnothing_{mm} \geqslant \frac{25\,000}{\sigma_e} \cdot \frac{\varpi_0}{1 + 10\varpi_0} \qquad \text{(pour les barres à haute adhérence)}$$

expressions dans lesquelles la limite élastique de l'acier σ_e est exprimée en hectobars.

5.2223. ***Catégorie*** **(3)** (Constructions ordinaires protégées)

Les règles de vérification de la fissuration pour la catégorie (3) sont établies sur la base de la condition :

$$w_{\text{maximal}} \not> 0{,}3 \text{ mm}$$

soit :

$$\text{Catégorie (3)} \begin{cases} \varnothing_{\text{mm}} \not> \dfrac{22\,500}{\sigma_e} \cdot \dfrac{\varpi_0}{1 + 10\varpi_0} & \text{(pour les barres lisses)} \\ \varnothing_{\text{mm}} \not> \dfrac{37\,500}{\sigma_e} \cdot \dfrac{\varpi_0}{1 + 10\varpi_0} & \text{(pour les barres à haute adhérence)} \end{cases}$$

expressions dans lesquelles la limite élastique de l'acier σ_e est exprimée en hectobars.

5.223. Abaques pratiques de dimensionnement

Les conditions §§ 2.21 et 2.22 sont représentées, de manière simple et commode, aux 3 abaques suivants (fig. 5.2, 5.3 et 5.4), se rapportant respectivement aux trois catégories (1), (2) et (3).

Il est important de pouvoir tenir compte du *gonflement du béton*, dans tous les cas où ce gonflement présente un caractère systématique, c'est-à-dire où l'une des faces de l'élément considéré est en contact permanent avec l'eau ou avec une atmosphère saturée de vapeur d'eau. En effet, le gonflement du béton exerce alors une influence favorable puisqu'il tend à réduire l'ouverture des fissures. Cette prise en compte peut être effectuée en substituant à la limite élastique caractéristique une *limite élastique fictive*, égale à :

$$\begin{cases} \sigma_e - 5 \text{ hbars, dans le cas des barres lisses,} \\ \sigma_e - 8 \text{ hbars, dans le cas des barres à haute adhérence.} \end{cases}$$

Cette clause ne vise généralement que la catégorie (1). Les règles de dimensionnement correspondantes sont explicitées à l'abaque de la figure 5.5.

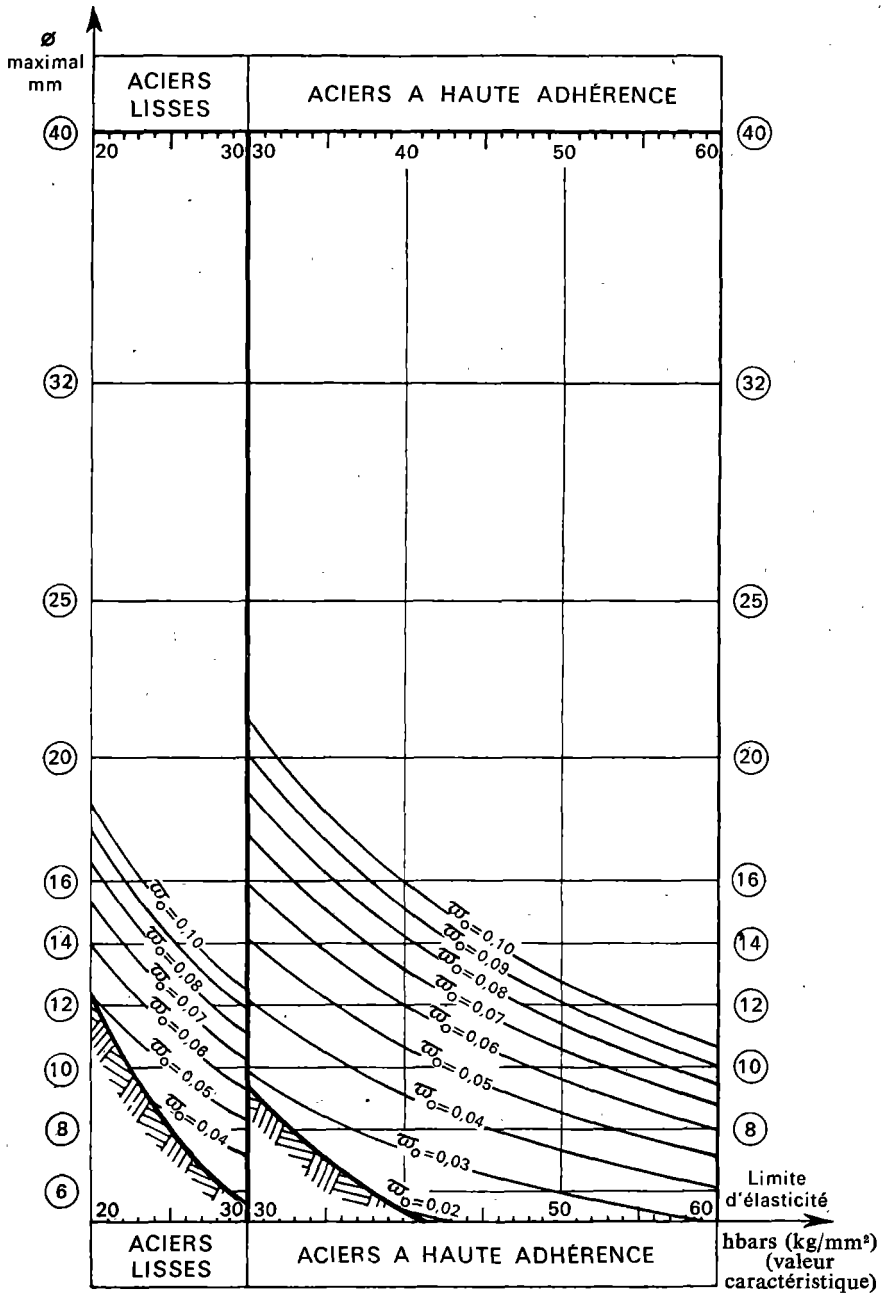


FIG. 5.2. — Catégorie 1.

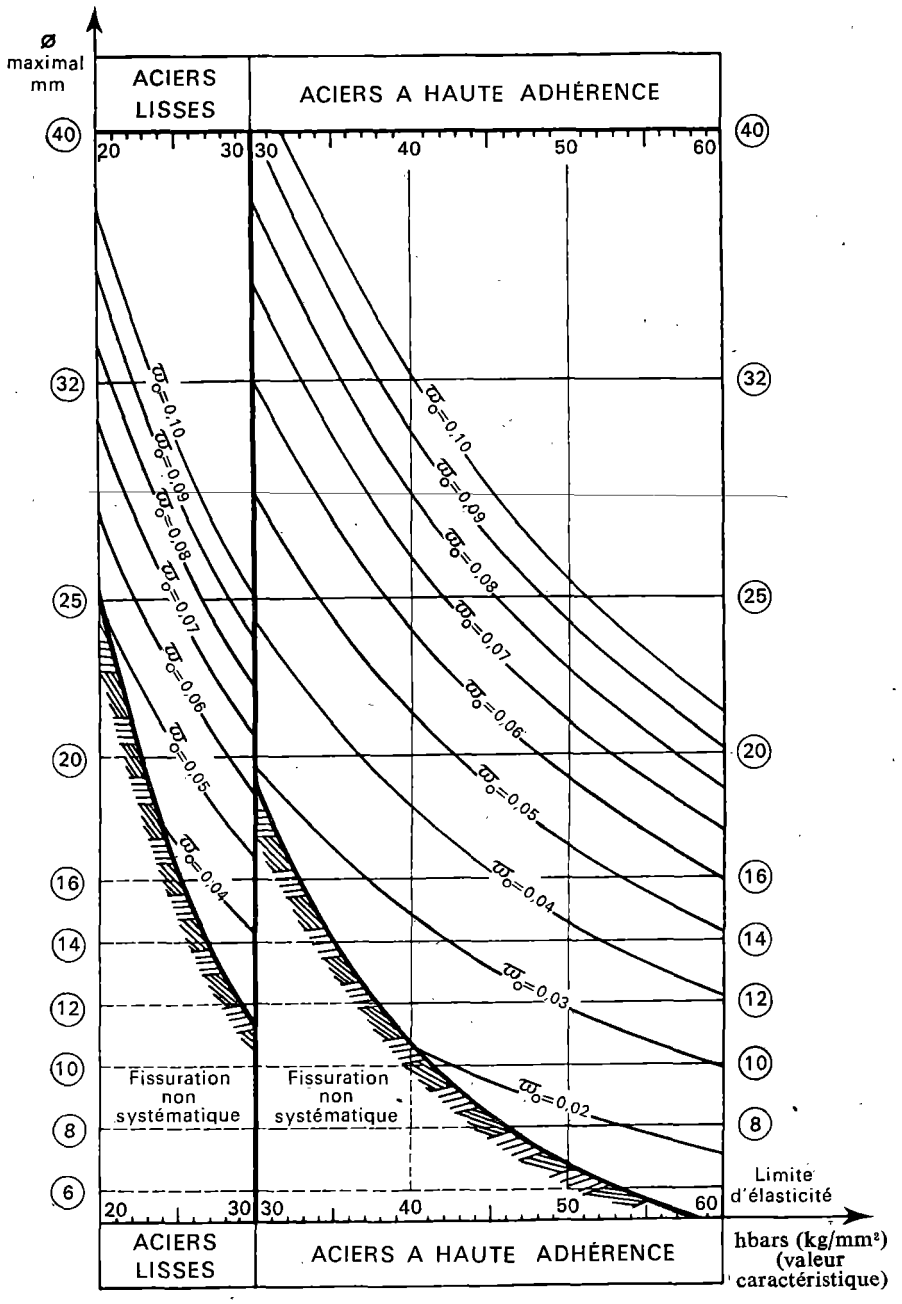


FIG. 5.3. — Catégorie 2.

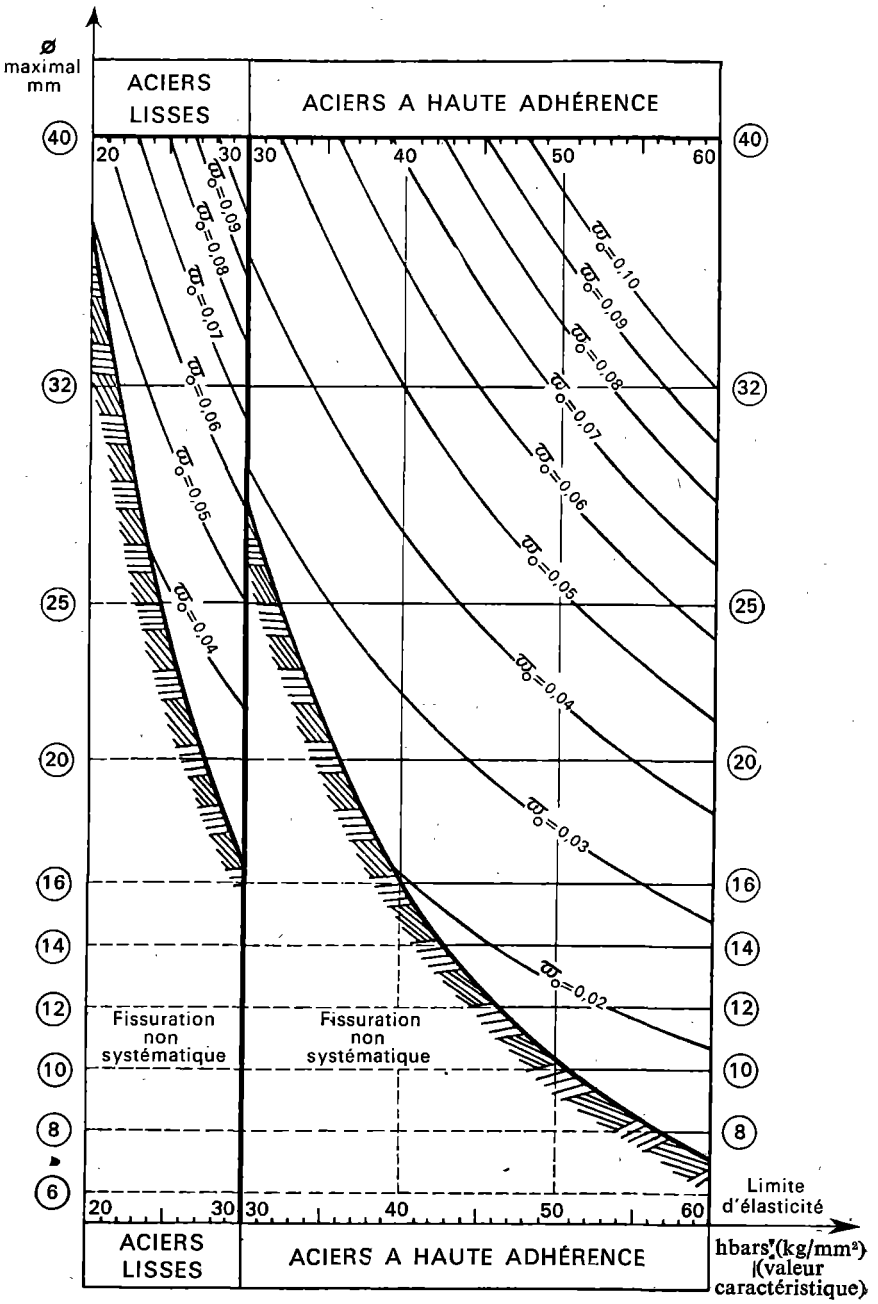


FIG. 5.4. — Catégorie 3.

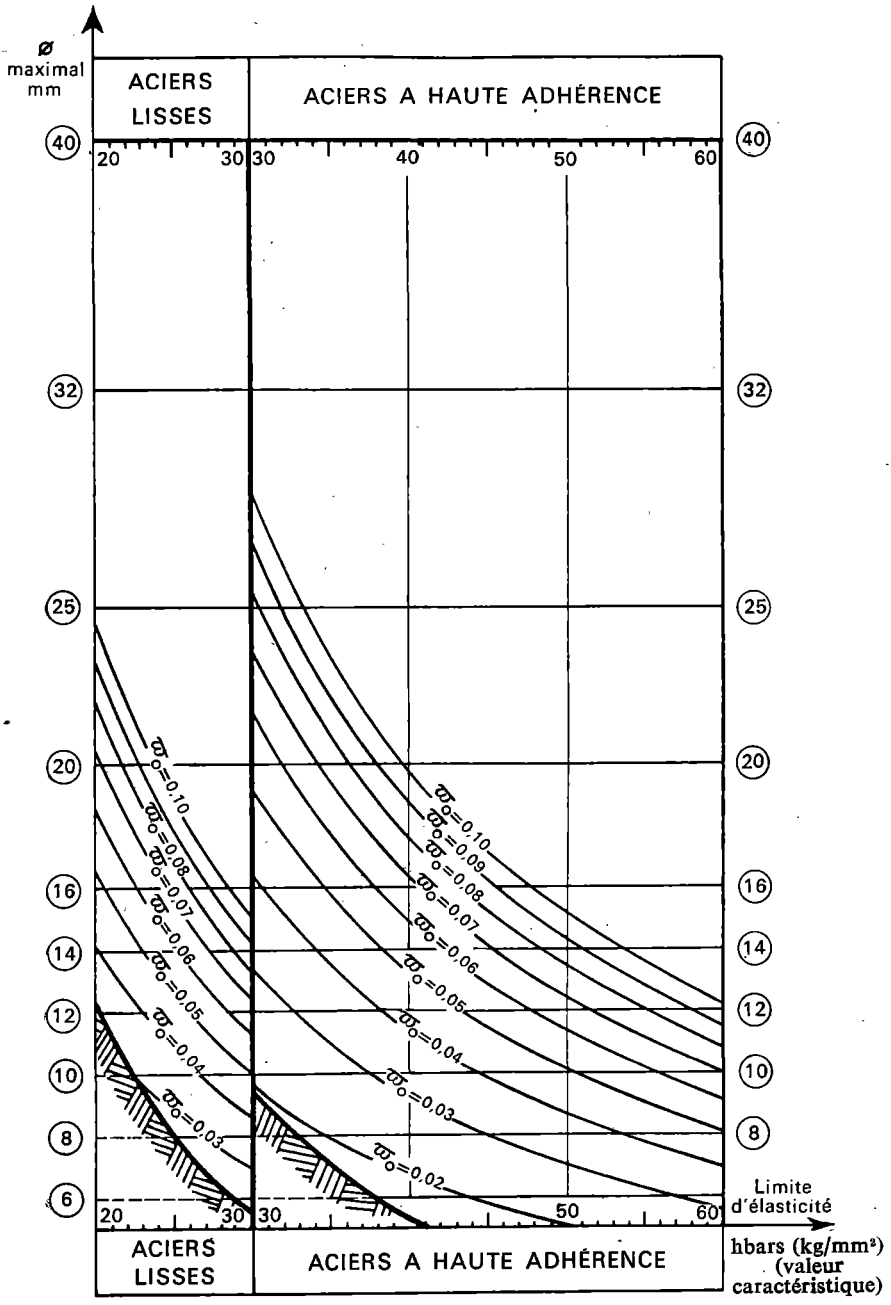


FIG. 5.5. — Éléments en contact permanent avec l'eau (Catégorie 1 *bis*).

CHAPITRE 6

CALCUL DES DÉFORMATIONS EN FLEXION

par Yves SAILLARD, Dr. Ing.

6.0. RAPPEL DES HYPOTHÈSES DE BASE DU CALCUL DES DÉFORMATIONS

Le calcul des déformations des pièces prismatiques, sollicitées en flexion-compression, doit tenir compte, de manière aussi exacte que possible, des divers phénomènes physiques et mécaniques, qui caractérisent le comportement élasto-plastique du béton comprimé et la fissuration du béton tendu.

En pratique, compte tenu du caractère incertain et aléatoire de nombreux paramètres, le calcul des déformations peut être effectué, avec une approximation suffisante, au moyen des méthodes classiques de la « Résistance des matériaux », basées sur l'application de la théorie élastique, à condition que soient respectées les trois hypothèses fondamentales suivantes :

a) Les sections géométriques de la pièce considérée doivent être préalablement rendues « homogènes », sous la forme :

$$B + \frac{E_a}{E'_b} \cdot A$$

expression dans laquelle A et B représentent respectivement les aires des sections de l'acier et du béton, E_a le module de déformation longitudinale de l'acier (pris égal à 2 100 000 bars) et E'_b le module de déformation longitudinale du béton (pris égal au module instantané E'_{bo} ou au module $E'_{b\infty}$, suivant qu'il s'agit de charges de courte durée ou de charges de longue durée).

b) Les valeurs de base de l'allongement unitaire de l'acier ε_a dans les diverses sections, à introduire dans le calcul classique des déformations d'une pièce non entièrement comprimée, doivent tenir compte des phénomènes de fissuration du béton tendu et des effets correspondants de l'adhérence de l'armature principale de traction.

c) Les valeurs de base du raccourcissement unitaire du béton ε'_b dans les diverses sections, à introduire dans le calcul classique des déformations, doivent

tenir compte des phénomènes de plasticité instantanée, de plasticité différée et de retrait du béton.

6.1. DÉTERMINATION DES DÉFORMATIONS UNITAIRES DE BASE DE L'ACIER ET DU BÉTON

Les valeurs de base des déformations unitaires de l'acier et du béton, à introduire dans le calcul général de l'état-limite de déformation d'une pièce sollicitée en flexion-compression, doivent être référées aux « résistances de base » de l'acier et du béton, correspondant à cet état-limite (conformément aux §§ 4.21 et 4.22 du Code).

6.11. DÉTERMINATION DE L'ALLONGEMENT UNITAIRE DE L'ACIER

La détermination de l'allongement unitaire de l'acier ε_a, dans l'état-limite de déformation d'une pièce sollicitée en flexion-compression et non entièrement comprimée, doit tenir compte, de manière aussi exacte que possible, des phénomènes de fissuration du béton tendu et des effets correspondants de l'adhérence de l'armature principale de traction. En pratique, pour chaque section considérée, la valeur de l'allongement unitaire de l'acier ε_a dans l'état-limite de déformation doit être prise égale à la différence :

$$\varepsilon_a = \frac{\bar{\sigma}_a - \dfrac{\bar{\sigma}_b}{2\varpi_0}}{E_a}$$

expression dans laquelle $\bar{\sigma}_a$ représente la résistance de base en traction de l'acier, $\bar{\sigma}_b$ la résistance de base en traction du béton, ϖ_0 le pourcentage géométrique de l'armature principale de traction par rapport à la section de béton d'enrobage et E_a le module de déformation longitudinale de l'acier (pris égal à 2 100 000 bars).

Le premier terme de cette expression représente l'allongement élastique de l'acier, supposé non enrobé. Le second terme tient compte des effets de l'adhérence de l'armature principale de traction dans la zone de fissuration. Ce calcul résulte de la théorie générale de la fissuration, exposée au chapitre 5 « Calcul de la fissuration en traction et en flexion » du Manuel.

6.12. DÉTERMINATION DU RACCOURCISSEMENT UNITAIRE DU BÉTON

La détermination du raccourcissement unitaire du béton ε'_b, dans l'état-limite de déformation d'une pièce sollicitée en flexion-compression, doit tenir compte, de manière aussi exacte que possible, des divers phénomènes phy-

siques et mécaniques, qui caractérisent le comportement élasto-plastique du béton comprimé; elle doit tenir compte notamment des phénomènes de plasticité instantanée, de plasticité différée (fluage) et de retrait du béton.

En pratique, pour chaque section considérée, la valeur du raccourcissement unitaire du béton ε'_b dans l'état-limite de déformation doit être prise égale à la somme :

$$\varepsilon'_b = \varepsilon'_{bo} + \varepsilon'_{bi} + \varepsilon'_{b\infty} + \varepsilon'_{br}$$

a) *Du raccourcissement élastique instantané du béton* ε'_{b0} pris égal à :

$$\varepsilon'_{bo} = \frac{\bar{\sigma}'_b}{E'_{bo}}$$

expression dans laquelle $\bar{\sigma}'_b$ représente la résistance de base en compression du béton et E'_{bo} le module instantané de déformation longitudinale du béton.

b) *Du raccourcissement plastique instantané du béton* ε'_{bi} pris égal, forfaitairement, à la valeur moyenne :

$$\varepsilon'_{bi} = 0{,}15 \cdot \varepsilon'_{bo} = 0{,}15 \cdot \frac{\bar{\sigma}'_b}{E'_{bo}}$$

La valeur moyenne 0,15 est déduite de la considération du diagramme contraintes-raccourcissements du béton.

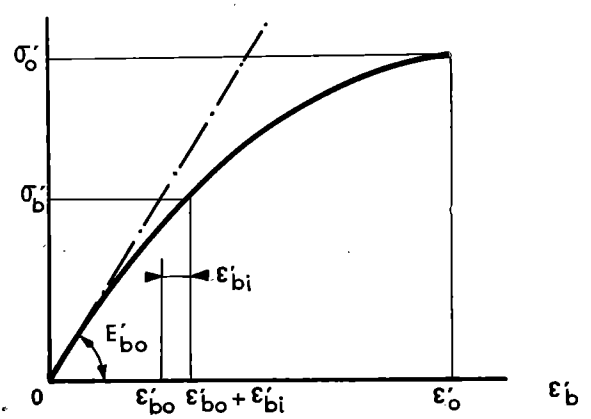


FIG. 6.1.

Dans l'hypothèse d'un diagramme parabolique, le raccourcissement instantané total $\varepsilon'_{bo} + \varepsilon'_{bi}$ dans les conditions de service peut être évalué, en fonction du raccourcissement maximal ultime du béton ε'_0, au moyen d'une expression du type :

$$\varepsilon'_{bo} + \varepsilon'_{bi} = \varepsilon'_o \left[1 - \frac{\gamma - 1}{\gamma}\right]$$

où γ représente le coefficient de minoration $\gamma_{\text{béton}}$ pour l'état-limite ultime.

Comme, par ailleurs, $\varepsilon'_{bo} = \dfrac{\varepsilon'_o}{2\gamma}$, on en déduit la valeur de $\dfrac{\varepsilon'_{bi}}{\varepsilon'_{bo}}$.

Suivant les valeurs du coefficient de minoration $\gamma = \gamma_{\text{béton}}$, comprises entre 2,10 et 2,50, le rapport $\dfrac{\varepsilon'_{bi}}{\varepsilon'_{bo}}$ varie de 0,135 à 0,160, ce qui justifie la valeur moyenne 0,15.

c) *Du raccourcissement plastique différé du béton* $\varepsilon'_{b\infty}$ pris égal, en l'absence éventuelle de mesures expérimentales du fluage, à la valeur moyenne :

$$\varepsilon'_{b\infty} = 2\psi \cdot \varepsilon'_{bo} = 2\psi \cdot \frac{\bar{\sigma}'_b}{E'_{bo}}$$

expression dans laquelle ψ représente le rapport de la charge de longue durée à la charge totale de la pièce considérée.

Le raccourcissement différé total du béton, qui n'est applicable qu'à la proportion ψ de charge de longue durée, est égal à :

$$(1 - \psi) \cdot \frac{\bar{\sigma}'_b}{E'_{bo}} + \psi \cdot \frac{\bar{\sigma}'_b}{E'_{b\infty}} = (1 - \psi + 3\psi) \cdot \frac{\bar{\sigma}'_b}{E'_{bo}}$$

Soit :

$$\varepsilon'_{bo} + \varepsilon'_{b\infty} = (1 + 2\psi) \cdot \frac{\bar{\sigma}'_b}{E'_{bo}} = (1 + 2\psi) \cdot \varepsilon'_{bo}$$

C'est-à-dire, en d'autres termes :

$$\varepsilon'_{b\infty} = 2\psi \cdot \varepsilon'_{bo} = 2\psi \cdot \frac{\bar{\sigma}'_b}{E'_{bo}}$$

Par ailleurs, l'évaluation de ψ ne donne lieu à aucune difficulté pratique. Si l'on se réfère à la définition des sollicitations caractéristiques, on peut préciser que le rapport ψ représente la proportion des charges permanentes et surcharges fixes S_g par rapport à l'ensemble des sollicitations caractéristiques qui doivent être considérées dans le calcul des déformations. Soit, en première approximation :

$$\psi = \frac{S_g}{S_g + 1{,}20 S_{pl}} \qquad \text{pour les bâtiments,}$$

$$\psi = \frac{S_g}{S_g + 1{,}30 S_{pl}} \qquad \text{pour les autres constructions.}$$

Une simplification supplémentaire peut être adoptée dans le cas des bâti-

ments courants, ne présentant pas un caractère exceptionnel, pour lesquels on peut prendre forfaitairement :

$\psi = \frac{1}{5}$ pour les planchers de service des bâtiments à usage public,

$\psi = \frac{1}{4}$ pour les planchers de service des bâtiments à usage privé,

$\psi = \frac{1}{3}$ pour les planchers de couverture de tous bâtiments.

d) *Du retrait du béton*, mesuré dans des conditions strictement comparables à celles du chantier.

Au total, pour chaque section d'une pièce fléchie ou comprimée, la valeur du raccourcissement unitaire du béton ε'_b dans l'état-limite de déformation doit être prise égale à :

$$\varepsilon'_b = (1{,}15 + 2\psi) \cdot \frac{\bar{\sigma}'_b}{E'_{bo}} + \varepsilon'_{br}$$

6.2. CALCUL GÉNÉRAL DES DÉFORMÉES ET DES FLÈCHES

Le calcul général des déformées et des flèches consiste :

a) à établir, pour un nombre suffisant de sections réparties le long de la pièce considérée, l'expression géométrique de la courbure en fonction des déformations unitaires de base de l'acier et du béton dans l'état-limite de déformation;

b) à en déduire la loi de variation de la courbure sur toute la longueur de la pièce considérée;

c) à déterminer la déformée au moyen d'une double intégration.

L'ordonnée maximale de la déformée définit la flèche de la pièce considérée.

6.21. CAS DES PIÈCES FISSURÉES

Pour les pièces sollicitées en flexion simple ou en flexion composée, partiellement tendues et fissurées, la courbure dans une section quelconque d'abscisse x est égale à :

$$\frac{1}{r} = \frac{\mathrm{d}^2 f}{\mathrm{d}x^2} = \frac{|\varepsilon_a| + |\varepsilon'_b|}{h}$$

expression dans laquelle $\frac{\mathrm{d}^2 f}{\mathrm{d}x^2}$ représente la dérivée seconde de la déformée par rapport à l'abscisse de la section considérée, ε_a et ε'_b les déformations unitaires de base de l'acier et du béton évaluées dans l'état-limite de déformation (définies au § 6.1) et h la hauteur utile de la section.

Si l'on remplace ε_a et ε'_b par leurs valeurs, on obtient :

$$\frac{d^2f}{dx^2} = \frac{\dfrac{\bar{\sigma}_a - \dfrac{\bar{\sigma}_b}{2\varpi_0}}{E_a} + (1{,}15 + 2\psi) \cdot \dfrac{\bar{\sigma}'_b}{E'_{bo}} + \varepsilon'_{br}}{h}$$

et, par double intégration, la fonction $f(x)$ définissant la déformée de la pièce.

La valeur maximale de $f(x)$ définit la flèche f.

6.22. CAS DES PIÈCES NON FISSURÉES

Pour les pièces sollicitées en compression excentrée, entièrement comprimées et non fissurées, la courbure dans une section quelconque d'abscisse x est égale à :

$$\frac{1}{r} = \frac{d^2f}{dx^2} = \frac{|\varepsilon'_b| - |\varepsilon'_{bi}|}{h_t}$$

expression dans laquelle $\dfrac{d^2f}{dx^2}$ représente la dérivée seconde de la déformée par rapport à l'abscisse de la section considérée, ε'_b le raccourcissement unitaire de base du béton sur la fibre la plus comprimée (correspondant à la résistance de base du béton $\bar{\sigma}'_b$ — cf. § 1.2), ε'_{bi} le raccourcissement unitaire du béton sur la fibre la moins comprimée (correspondant à la contrainte du béton σ'_{bi} sur cette fibre, suivant le même processus de calcul que § 1.2) et h_t la hauteur géométrique totale de la section.

Si l'on remplace ε'_b et ε'_{bi} par leurs valeurs, on obtient :

$$\frac{d^2f}{dx^2} = \frac{(1{,}15 + 2\psi)(\bar{\sigma}'_b - \sigma'_{bi})}{h_t \cdot E'_{bo}}$$

expression dans laquelle la valeur de σ'_{bi} résulte du diagramme de répartition des contraintes du béton dans la section considérée.

Par double intégration, on obtient ensuite la fonction $f(x)$ définissant la déformée de la pièce.

La valeur maximale de $f(x)$ définit la flèche f.

6.3. CALCUL SIMPLIFIÉ POUR LES BATIMENTS COURANTS

Dans le cas des bâtiments à usage public ou privé, ne présentant pas de caractère exceptionnel, le calcul général des déformées et des flèches peut être remplacé par un calcul simplifié de la flèche maximale dans l'état-limite de déformation, applicable à toutes les pièces en flexion simple dont le pourcentage mécanique d'armature de traction ne dépasse pas 0,25.

Si ces conditions sont remplies, la marge d'approximation (par rapport aux résultats du calcul général) ne dépasse pas ± 20 %. Par contre, si elles ne sont pas remplies, par exemple dans le cas de pièces à très haut pourcentage d'armature, le projeteur doit effectuer le calcul général, exposé au précédent chapitre.

Le calcul simplifié consiste à calculer la flèche maximale totale f comme la *somme de deux flèches partielles* f_I et f_{II} :

a) *La première flèche partielle* f_I se rapporte à l'état non fissuré (dit « état I ») et représente la flèche atteinte lors de l'apparition de la fissuration de la zone tendue de la pièce :

$$f_I = \beta \cdot (1 + 2\psi) \cdot \frac{M_I}{E'_{bo} \cdot I_I} \cdot l^2$$

expression dans laquelle M_I représente la valeur du moment fléchissant lors de l'apparition de la fissuration (évalué en section homogène d'après la résistance de traction du béton σ_0), E'_{bo} le module instantané de déformation longitudinale du béton, I_I le moment d'inertie de la section homogène, ψ la proportion des charges permanentes et surcharges fixes par rapport à l'ensemble des sollicitations caractéristiques, l la portée de la pièce considérée et β le coefficient numérique des formules classiques des flèches en théorie élastique.

En théorie élastique, l'expression de la flèche se présente sous la forme :

$$f = \beta \cdot \frac{M}{E \cdot I} \cdot l^2$$

Le coefficient β dépend notamment des dispositions constructives de la pièce, de la nature et du mode d'application des charges et surcharges. Dans les bâtiments courants, il s'agit souvent de charges et surcharges uniformément réparties, pour lesquelles le coefficient β est égal à :

$\frac{5}{48}$ dans le cas d'une poutre sur appuis libres,

$\frac{1}{16}$ dans le cas d'une poutre comportant deux encastrements parfaits,

$\frac{5}{64}$ dans le cas d'une poutre comportant un encastrement parfait et un appui libre,

$\frac{1}{8}$ dans le cas d'une poutre-console.

b) *La seconde flèche partielle* f_{II} se rapporte à l'état fissuré (dit « état II ») et représente la flèche atteinte après le développement de la fissuration de la zone tendue de la pièce :

$$f_{II} = \beta \cdot (1 + 2\psi) \cdot \frac{M - M_I}{0{,}75 \cdot E_a \cdot A \cdot h^2 (1 - 2\varpi)\left(1 - \frac{2}{3}\varpi\right)} \cdot l^2$$

expression dans laquelle M représente le moment fléchissant total correspondant à l'ensemble des sollicitations caractéristiques, E_a le module de déformation longitudinale de l'acier (pris égal à 2 100 000 bars), A l'aire de la section et ϖ le pourcentage mécanique de l'armature principale de traction, les autres notations étant précédemment définies.

c) Enfin, *la flèche totale $f = f_I + f_{II}$ ne doit pas dépasser la valeur-limite maximale :*

$$f = f_I + f_{II} \leqslant \beta \cdot (1 + 2\psi) \cdot \frac{M}{E_a \cdot A \cdot h^2 (1 - 2\varpi)\left(1 - \frac{2}{3}\varpi\right)} \cdot l^2$$

Une *simplification supplémentaire* peut être adoptée, lorsque $M_I < \frac{M}{3}$ ou bien lorsque la pièce considérée possède une table de compression dont la largeur efficace est supérieure à cinq fois (5) la largeur de la nervure. Dans l'un ou l'autre de ces cas, on peut prendre, comme valeur de la flèche f, la valeur-limite maximale indiquée ci-dessus, soit :

$$f = \beta \cdot (1 + 2\psi) \cdot \frac{M}{E_a \cdot A \cdot h^2 (1 - 2\varpi)\left(1 - \frac{2}{3}\varpi\right)} \cdot l^2$$

Cette dernière simplification est applicable à la grande majorité des planchers nervurés des bâtiments courants, les valeurs de ψ étant prises égales aux valeurs moyennes forfaitaires, indiquées au § 1.2.

Mais une incertitude peut intervenir dans l'évaluation du coefficient β, en raison des conditions plus ou moins rigoureuses de continuité entre les planchers successifs ou de l'imperfection de leur encastrement dans les maçonneries extérieures. De ce fait, le coefficient β est généralement inférieur à $\frac{5}{48}$ (valeur relative aux éléments isostatiques), mais reste supérieur à $\frac{1}{16}$ (valeur relative aux éléments parfaitement encastrés). En pratique, on peut adopter la valeur moyenne intermédiaire :

$$\beta = \frac{1}{12}$$

En adoptant cette valeur moyenne de β et en prenant

$$M = \bar{\sigma}_a \cdot A \cdot z = \frac{\sigma_e \cdot A \cdot z}{1{,}80},$$

on obtient, comme valeur simplifiée de la flèche maximale :

$$f = \frac{1}{12}(a + 2\psi)\frac{\sigma_e \cdot z}{1{,}80 \cdot E_a(1 - 2\varpi)\left(1 - \frac{2}{3}\varpi\right)} \cdot \frac{l^2}{h^2}$$

Soit :

$$\left(\frac{f}{l}\right) = \frac{1}{12}(1 + 2\psi)\frac{\sigma_e}{1{,}80 \cdot E_a(1 - 2\varpi)} \frac{z}{h\left(1 - \frac{2}{3}\varpi\right)} \cdot \frac{l}{h}$$

ou, approximativement :

$$\left(\frac{f}{l}\right) \times \frac{1}{12}(1 + 2\psi)\frac{\sigma_e}{1{,}80 \cdot E_a(1 - 2\varpi)} \cdot \frac{l}{h}$$

A la vérification de l'état-limite de déformation : $\frac{f}{l} < \left(\frac{f}{l}\right)_{\text{limite}}$ *on peut donc substituer la condition d'élancement-limite :*

$$\frac{l}{h} < \frac{4{,}5 \cdot \overline{10}^{-7}}{\sigma_e} \cdot \frac{1 - 2\varpi}{1 + 2\psi} \cdot \left(\frac{f}{l}\right)_{\text{maximal}}$$

expression dans laquelle la limite élastique minimale garantie σ_e de l'acier est exprimée en bars, cette condition n'étant applicable qu'aux pièces fléchies dont le pourcentage mécanique d'armature ϖ ne dépasse pas 0,25.

1er exemple d'application :

Cas d'un plancher de service de bâtiment d'habitation, armé d'acier doux :

$$\left(\frac{f}{l}\right)_{\text{maximal}} = \frac{1}{150}$$

$$\psi = \frac{1}{4}$$

$$\left(\frac{l}{h}\right)_{\text{maximal}} = \frac{4{,}5 \cdot \overline{10}^{7}}{2{,}4 \cdot \overline{10}^{3}} \cdot \frac{1}{1{,}50} \cdot \frac{1}{1{,}50}(1 - 2\varpi) = 83(1 - 2\varpi)$$

2e exemple d'application :

Cas d'un plancher de service de bâtiment scolaire, armé d'acier-40 :

$$\left(\frac{f}{l}\right)_{\text{maximal}} = \frac{1}{300}$$

$$\psi = \frac{1}{5}$$

$$\left(\frac{l}{h}\right)_{\text{maximal}} = \frac{4{,}5 \cdot \overline{10}^{7}}{4 \cdot \overline{10}^{3}} \cdot \frac{1}{1{,}40} \cdot \frac{1}{300}(1 - 2\varpi) = 27(1 - 2\varpi)$$

CHAPITRE 7

RETRAIT ET FLUAGE DU BÉTON

par Yves SAILLARD, Dr. Ing.

Les valeurs du retrait et du fluage, indiquées ci-après, ne constituent qu'une base d'appréciation ou d'orientation; elles ne sont valables que dans le cas de bétons de ciment Portland de qualité normale, effectuant leur durcissement dans des conditions normales et subissant en service des contraintes ne dépassant pas 40 à 45 % environ de leur résistance en compression.

En conséquence, ces valeurs, ainsi que les courbes représentatives de l'influence des divers paramètres du retrait et du fluage, doivent être utilisées avec prudence, car des différences notables peuvent être observées, suivant :

a) les conditions géométriques et climatiques;

b) le module de déformation des granulats;

c) la nature du ciment;

d) la compacité du béton;

e) le traitement du béton (chauffage, cure, etc...).

7.1. RETRAIT

Le coefficient de retrait ε'_r du béton, à un instant quelconque t, peut être évalué par multiplication des cinq facteurs suivants :

$$\boxed{\varepsilon'_r = \psi \cdot \alpha_r \cdot \beta_r(1 - 0{,}10 \cdot \varpi_0)\rho_t}$$

relation dans laquelle :

ψ constitue le « coefficient de base » du retrait, défini en fonction de l'humidité relative;

α_r représente l'influence de la plus petite dimension de la pièce considérée;

β_r représente l'influence de la composition du béton;

$(1 - 0{,}10 \cdot \varpi_0)$ représente l'influence du pourcentage géométrique d'armature de la pièce;

ρ_t représente l'influence du temps.

7.11. COEFFICIENT DE BASE DU RETRAIT

Le « coefficient de base » ψ du retrait du béton varie en fonction de l'humidité relative, conformément au diagramme suivant (fig. 7.1), valable dans le cas du béton non armé :

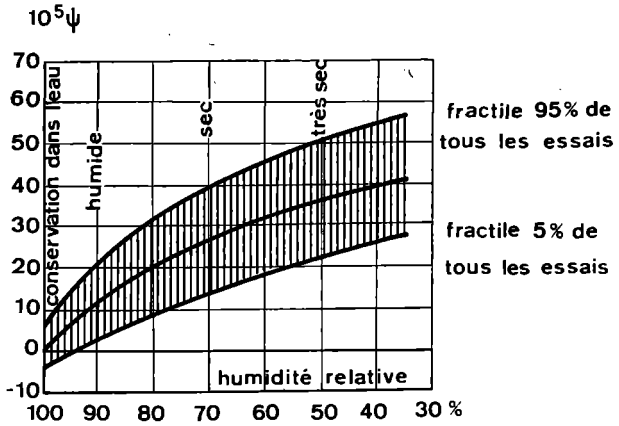


FIG. 7.1.

Les valeurs du coefficient ψ peuvent être prises conformément à la courbe moyenne de ce diagramme.

Ces valeurs ne sont pas valables dans le cas des planchers chauffants et dans celui des fours, pour lesquels il faut recourir à des mesures expérimentales directes.

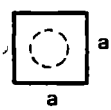
7.12. INFLUENCE DE LA PLUS PETITE DIMENSION DE LA PIÈCE

Pour définir l'influence de la dimension de la pièce sur le retrait, on introduit la notion d'*épaisseur fictive* d_m, définie comme le quotient de l'aire B de la section par le demi-périmètre $\frac{p}{2}$ en contact avec l'atmosphère. Cette définition, qui dérive de la considération d'une section circulaire, peut être utilisée, par extension, pour d'autres sections géométriques.

Exemples :

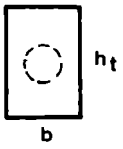
a) Section carrée :

$$d_m = \frac{a^2}{2a} = \frac{a}{2}$$



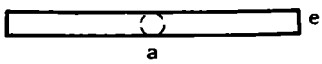
b) Section rectangulaire :

$$d_m = \frac{b \cdot h_t}{(b + h_t)}$$



c) Dalle :

$$d_m = \frac{a \cdot e}{a + e}$$



d) Section annulaire :

$$d_m \approx \frac{2\pi \cdot r \cdot e}{2\pi \cdot r} = e$$

On constate que, si l'une des dimensions de la section considérée est très grande par rapport à l'autre, l'épaisseur fictive correspond à peu près à l'épaisseur réelle.

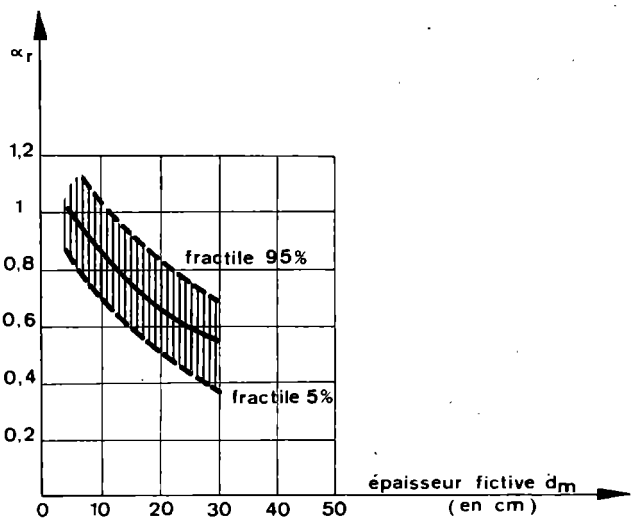


FIG. 7.2.

Le diagramme ci-contre (fig. 7.2) définit les valeurs moyennes du coefficient α_r en fonction de l'épaisseur fictive d_m exprimée en cm, ainsi que les dispersions expérimentales correspondantes. Il montre que le retrait évolue d'autant plus vite que l'épaisseur fictive de la pièce considérée est plus faible.

7.13. INFLUENCE DE LA COMPOSITION DU BÉTON

Le diagramme suivant (fig. 7.3) définit les valeurs moyennes du coefficient β_r en fonction du rapport $\frac{\text{eau}}{\text{ciment}}$, pour des dosages de ciment de 250 à 450 kg/m³. Il indique également les dispersions expérimentales correspondantes, dans le cas d'un dosage de 350-450 kg de ciment par mètre cube.

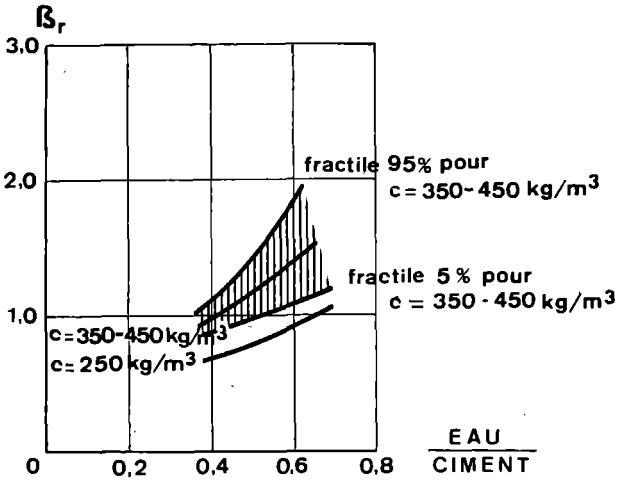


FIG. 7.3.

7.14. INFLUENCE DU TEMPS

Les valeurs moyennes du coefficient ρ_t, qui exprime la variation du retrait en fonction du temps pour des conditions climatiques constantes, sont données par le diagramme ci-contre (fig. 7.4) :

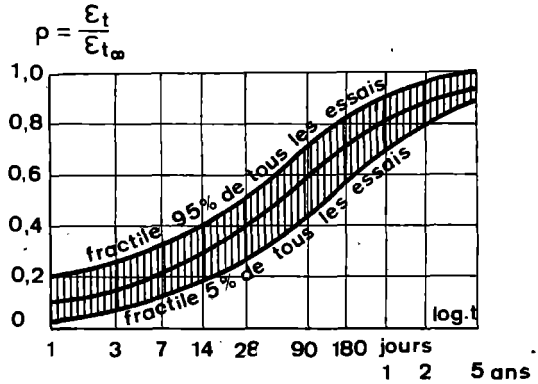


FIG. 7.4.

Ce diagramme permet également de déterminer la part de déformation, acquise sous l'effet du retrait, dans un intervalle de temps $(t_n - t_i)$ quelconque, soit :

$$\varepsilon'_r(\rho_{t_n} - \rho_{t_i}).$$

Il faut enfin noter que ces valeurs sont valables dans le cas d'un béton non protégé. Si, par contre, une *cure* est effectuée sur chantier, la valeur du retrait se trouve réduite d'environ 50 % aux premiers âges du béton, ce qui permet d'éviter la fissuration de ce béton, alors même qu'il n'a encore qu'une faible résistance à la traction. Mais cette réduction s'atténue avec le temps; elle n'est plus que d'environ 10 % à quatre mois d'âge et tend à s'annuler progressivement pour de plus longues durées.

7.2. FLUAGE

Le coefficient de fluage ε'_f du béton, à un instant quelconque t, peut être évalué par multiplication des six facteurs suivants :

$$\boxed{\varepsilon'_f = \varphi \cdot \alpha_f \cdot \beta_f(1 - 0{,}10 \cdot \varpi_0)\zeta \cdot \rho_t}$$

relation dans laquelle :

- φ constitue le « coefficient de base » du fluage, défini en fonction de l'humidité relative;
- α_f représente l'influence de la plus petite dimension de la pièce considérée;
- β_f représente l'influence de la composition du béton;
- $(1 - 0{,}10 \cdot \varpi_0)$ représente l'influence du pourcentage géométrique d'armature de la pièce;
- ζ représente l'influence de l'âge du béton lors de la mise en charge;
- ρ_t représente l'influence du temps.

Ce coefficient de fluage ε'_f est applicable au raccourcissement élastique instantané du béton sous l'effet de la contrainte de compression σ'_b, supposée constante, qui provoque le fluage. Soit :

$$\varepsilon'_{b\infty} = \varepsilon'_f \cdot \frac{\sigma'_b}{E'_{b0}} = \varepsilon'_f \cdot \frac{\sigma'_b}{21\,000\sqrt{\sigma'_j}} \qquad \text{(en bars ou kgf/cm}^2\text{)}$$

7.21. COEFFICIENT DE BASE DU FLUAGE

Le « coefficient de base » φ du fluage du béton varie en fonction de l'humidité relative, conformément au diagramme suivant (fig. 7.5), valable dans le cas du béton non armé :

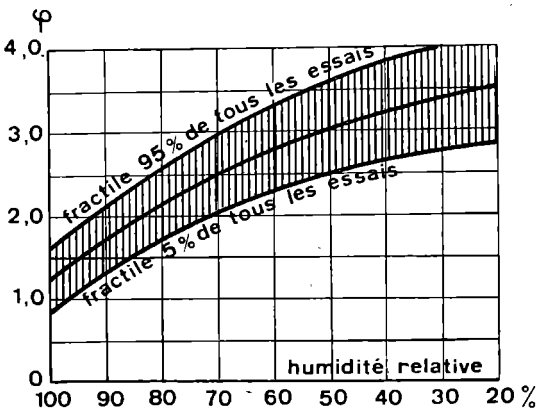


FIG. 7.5.

Les valeurs du coefficient φ peuvent être prises conformément à la courbe moyenne de ce diagramme.

7.22. INFLUENCE DE LA PLUS PETITE DIMENSION DE LA PIÈCE

Le diagramme suivant (fig. 7.6) indique les valeurs moyennes du coefficient α_f en fonction de l'épaisseur fictive d_m, définie ci-dessus au § 1.2 et exprimée en cm, ainsi que les dispersions expérimentales correspondantes. Il montre, par comparaison avec le diagramme de α_r (fig. 7.2), que le fluage est moins sensible que le retrait à l'influence de l'épaisseur fictive, donc de la plus petite dimension de la pièce considérée.

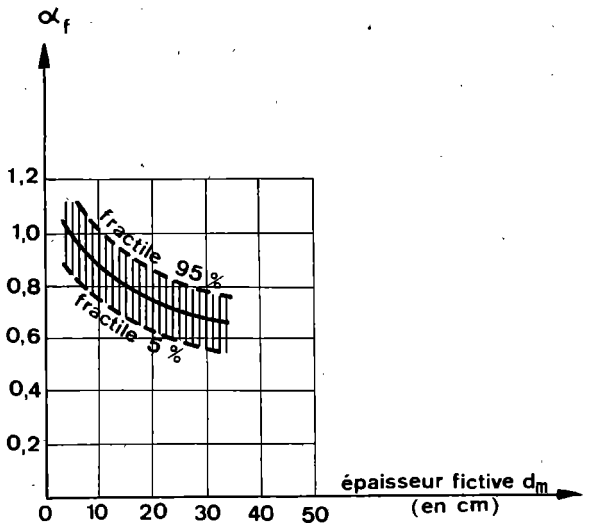


FIG. 7.6.

7.23. INFLUENCE DE LA COMPOSITION DU BÉTON

Le diagramme suivant (fig. 7.7) définit les valeurs moyennes du coefficient β_f en fonction du rapport $\frac{\text{eau}}{\text{ciment}}$, pour des dosages de ciment de 100 à 500 kg/m³. Il indique également les dispersions expérimentales correspondantes, dans le cas d'un dosage de 300 kg de ciment par m³.

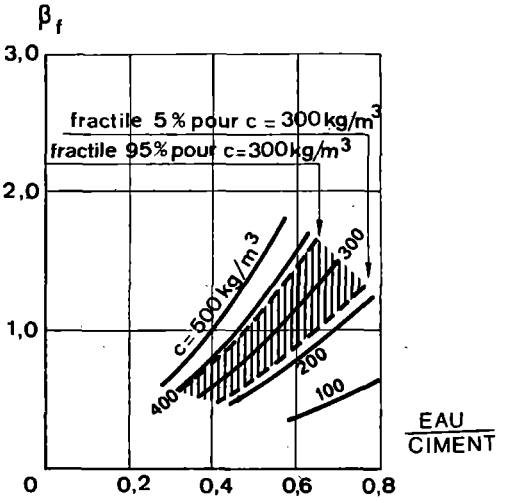


FIG. 7.7.

On peut aussi utiliser, pour l'évaluation de β_f, la formule empirique suivante, valable pour des bétons courants :

Si $\frac{E}{C}$ représente le rapport $\frac{\text{eau}}{\text{ciment}}$ et ν_{E+C} le pourcentage en volume de pâte de ciment contenue dans le mélange, on peut admettre :

$$\beta_f = 7 \cdot \frac{E}{C} \cdot \nu_{E+C}$$

Soit, en supposant que :

$$\nu_{E+C} = \frac{E + \frac{C}{3}}{1\,000} = \left(\frac{E}{C} + \frac{1}{3}\right) \frac{C}{1\,000} :$$

$$\beta_f = 7 \cdot \frac{E}{C} \left(\frac{E}{C} + \frac{1}{3}\right) \frac{C}{1\,000}$$

expression dans laquelle C représente le dosage en ciment, évalué en kg par mètre cube de béton.

Ainsi, pour un béton dosé à 400 kg/m³ et un rapport $\frac{E}{C} = 0{,}5$, on obtient :

$$\beta_f = 7 \cdot \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)\frac{400}{1\,000} = 7 \times \frac{1}{2} \times \frac{5}{6} \times \frac{2}{5} = \frac{7}{6} = 1{,}17$$

7.24. INFLUENCE DE L'ÂGE DU BÉTON LORS DE LA MISE EN CHARGE

L'âge du béton lors de sa mise en charge exerce une influence au moins aussi grande que les conditions climatiques. Cette influence est représentée par le coefficient ζ dont les valeurs moyennes, ainsi que les dispersions expérimentales correspondantes, sont indiquées au diagramme suivant (fig. 7.8), valable pour des conditions normales de durcissement à une température ambiante moyenne de 20° C :

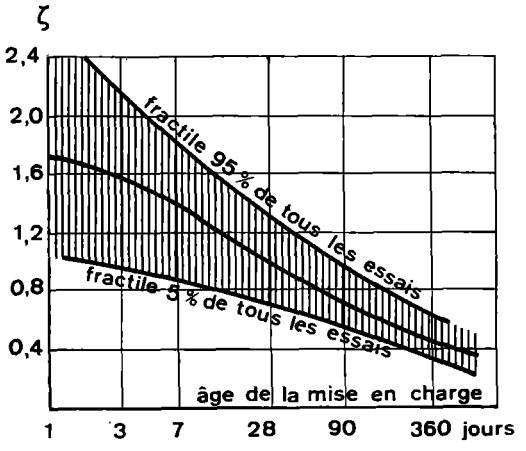


FIG. 7.8.

Si la température ambiante moyenne T est différente de 20° C, on adoptera arbitrairement, comme âge de mise en charge du béton, la durée t_r évaluée en jours et calculée par extrapolation linéaire :

$$t_r = \Sigma\Delta t \cdot \frac{T + 10}{30}$$

expression dans laquelle $\Sigma\Delta t$ représente la durée de durcissement à la température T considérée.

7.25. INFLUENCE DU TEMPS

Les valeurs du coefficient ρ_t, représentant la variation du fluage en fonction du temps, sont sensiblement identiques à celles du coefficient correspondant relatif au retrait (§ 7.14) et sont données par le même diagramme (fig. 4).

En définitive, le raccourcissement de fluage, à un instant intermédiaire quelconque t_n (précédant l'instant t_∞ correspondant à la fin du phénomène de fluage), sous l'influence d'une variation brusque de contrainte appliquée à un instant quelconque t_i, est égal à :

$$\Delta\varepsilon'_{et_i} \cdot \varphi \cdot \alpha_f \cdot \beta_f(1 - 0{,}10 \cdot \varpi_0)\zeta_{t_i} \cdot \rho(t_n - t_i)$$

Plus généralement, le raccourcissement total ε'_{t_n} (raccourcissement élastique + raccourcissement de retrait + raccourcissement de fluage), à un instant intermédiaire quelconque t_n (précédant l'instant t_∞ correspondant à la fin du phénomène de fluage), sous l'influence d'une charge appliquée à l'instant t_1 et subissant des variations brusques d'intensité à des instants quelconques tels que t_i, peut s'écrire :

$$\varepsilon'_{t_n} = \varepsilon'_{et_1}[1 + \varphi \cdot \alpha_f \cdot \beta_f(1 - 0{,}10 \cdot \varpi_0)\zeta_{t_1} \cdot \rho(t_n - t_1)] + \ldots$$

$$\ldots + \Sigma\Delta\varepsilon'_{et_i}[1 + \varphi \cdot \alpha_f \cdot \beta_f(1 - 0{,}10 \cdot \varpi_0)\zeta_{t_i} \cdot \rho(t_n - t)_i + \Sigma\varepsilon'_r(\rho_{t_n} - \rho_{t_i})$$

expression dans laquelle :

- ε'_{et_1} représente le raccourcissement élastique provoqué par la mise en charge à l'instant t_1 ;
- $\Delta\varepsilon'_{et_i}$ la variation du raccourcissement élastique, provoquée par une variation brusque d'intensité de la charge à un instant quelconque t_i ;
- $(t_n - t_1)$ l'intervalle de temps entre la mise en charge et l'instant auquel on évalue le raccourcissement de fluage ;
- $(t_n - t_i)$ l'intervalle de temps entre l'instant quelconque t_i auquel la charge varie brusquement d'intensité et l'instant auquel on évalue le raccourcissement de fluage.

Cette expression générale peut servir de base à l'évaluation des déformations des pièces et des structures.

CHAPITRE 8

CALCUL DES DALLES ET DES STRUCTURES PLANES

par Stéphane BERNAERT, Ing. Civil, M.Sc.,
Claude PUECH, Ing. Civil et Georges STEINMANN, Ing. Civil

8.0. OBJET ET DOMAINE D'APPLICATION

8.01. DÉFINITION DE L'ÉTAT-LIMITE ENVISAGÉ

La vérification de la sécurité d'une structure doit être effectuée vis-à-vis des divers états-limites correspondant aux différents critères de mise hors-service.

Dans le cas particulier d'une structure plane, chargée normalement à son plan moyen, les états-limites à prendre en compte sont, dans le cas général :

— l'état-limite de fissuration,

— l'état-limite de déformation,

— l'état-limite ultime (de rupture).

Le présent chapitre a pour objet d'apporter des indications complémentaires aux prescriptions du Code, relatives aux structures planes, en ce qui concerne la vérification de l'état-limite ultime. *Elle ne traite pas des états-limites de fissuration et de déformation.*

8.02. DÉFINITION DU MODE DE RUPTURE ENVISAGÉ

Dans les structures planes en béton armé, l'état-limite ultime peut correspondre à l'un ou l'autre des deux modes de rupture suivants :

— rupture de poinçonnement,

— rupture par épuisement de la résistance en flexion.

Le présent chapitre vise uniquement la vérification de l'état-limite ultime correspondant à la rupture par épuisement de la résistance en flexion.

La vérification de l'état-limite ultime correspondant à la rupture par poinçonnement doit se faire, dans tous les cas où agissent des forces localisées (surcharges ou réactions d'appui) par application directe des prescriptions de l'article 6.25 du Code. *Dans la suite de ce chapitre, cette vérification sera supposée faite* et il sera donc admis, pour les structures planes envisagées, que la sécurité vis-à-vis d'une rupture de poinçonnement éventuelle est assurée.

8.1. ÉTAT LIMITE ULTIME CORRESPONDANT A LA RUPTURE PAR ÉPUISEMENT DE LA RÉSISTANCE EN FLEXION

8.11. DESCRIPTION GÉNÉRALE DU COMPORTEMENT D'UNE STRUCTURE PLANE EN BÉTON ARMÉ JUSQU'A LA RUPTURE PAR ÉPUISEMENT DE LA RÉSISTANCE EN FLEXION

Si une structure plane en béton armé est soumise à des surcharges progressivement augmentées, on peut observer, de manière générale, les phases successives de comportement suivantes [1].

a) *Phase élastique :*

Dans cette première phase de chargement, la répartition des moments de flexion correspond à la répartition élastique.

b) *Phase de fissuration :*

Les surcharges augmentant, la fissuration du béton qui apparaît dans les zones tendues conduit à une réduction progressive des inerties des sections fissurées. Cette réduction se traduit par une modification de la répartition des moments de flexion, les moments dans les zones non fissurées augmentant plus vite, sous les mêmes augmentations de charge, qu'avant le début du phénomène de fissuration.

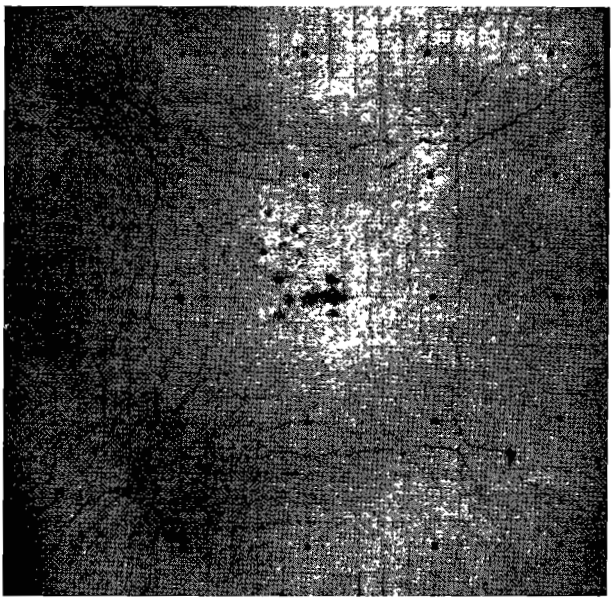
Tant que l'armature reste dans le domaine des déformations élastiques, l'ouverture des fissures est limitée.

c) *Phase de plastification :*

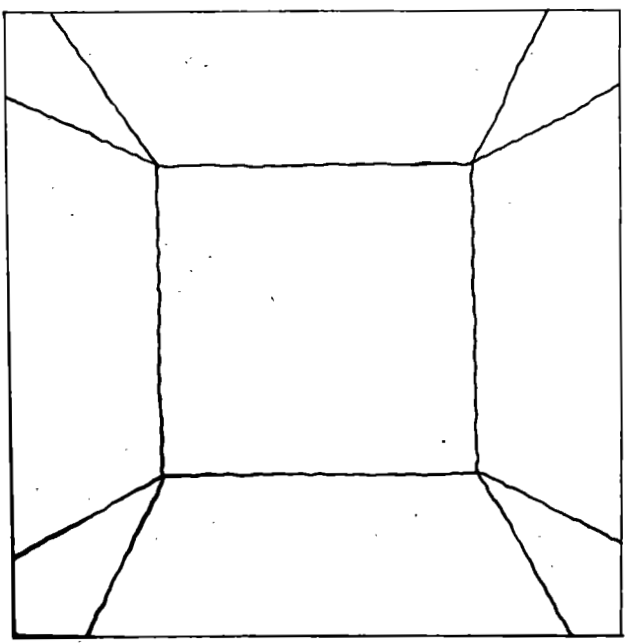
A condition que le pourcentage d'armature de traction soit suffisamment faible, plus précisément qu'il soit inférieur au « pourcentage critique supérieur » ce qui est le cas général dans les structures planes en béton armé, cette armature, lorsque les surcharges continuent à augmenter, se plastifie progressivement dans les zones où les moments sont les plus élevés.

Les sections où l'armature a atteint sa limite élastique continuent de se déformer, mais le moment de flexion n'y augmente plus guère de manière

[1] Conformément à 8,02, on envisage ici une structure dont le mode de rupture est par épuisement de la résistance en flexion. La sécurité par rapport à une rupture de poinçonnement éventuelle est supposée assurée.



a) Photographie de la dalle après rupture (face inférieure).



b) Schéma des lignes d'articulation idéalisées.

FIG. 8.1. — Schéma des lignes d'articulation d'une dalle carrée simplement appuyée, aux coins non ancrés et soumise à quatre charges concentrées symétriquement disposées (essai réalisé par M. J. C. Maldague au Centre d'Essais des structures, Saint-Rémy-les-Chevreuse).

appréciable et il se produit par conséquent une redistribution des moments plus importants que dans la phase précédente.

La plastification gagne progressivement le long de bandes étroites où sont concentrées les fissures les plus ouvertes. Ces bandes peuvent être assimilées à des lignes, dites « lignes d'articulation ». Ces lignes se développent suivant un schéma qui dépend notamment de la forme de la structure, de ses conditions d'appui, de la répartition de ses armatures et du mode de chargement. On peut constater que le schéma des lignes d'articulation est constitué dans son ensemble de segments de droite.

d) *Phase de rupture :*

Lorsque les lignes d'articulation ont atteint un stade de développement tel que la dalle soit transformée en un « mécanisme », une très légère augmentation des surcharges résulte en un état d'équilibre instable. La structure continue alors de se déformer par rotation autour des lignes d'articulation, jusqu'à ce que la rotation en certaines zones atteigne une valeur suffisante pour entraîner la destruction par écrasement du béton comprimé. La défaillance de ces zones conduit à une extension progressive du phénomène d'écrasement du béton sur toute la longueur des lignes d'articulation avec perte correspondante de la capacité portante de la structure. Les lignes d'articulation constituent donc aussi les « lignes de rupture » de la structure.

Dans la figure 8.1 sont montrés, à titre d'exemple, le schéma expérimental et le schéma « idéalisé » des lignes d'articulation d'une dalle carrée simplement appuyée, avec coins non ancrés et soumise à quatre charges concentrées symétriquement disposées.

8.12. DESCRIPTION GÉNÉRALE DES MÉTHODES UTILISABLES POUR LE CALCUL DE L'ÉTAT-LIMITE DE RUPTURE

8.120. Introduction

En ce qui concerne le calcul à l'état-limite de rupture des structures planes chargées perpendiculairement à leur plan moyen, l'article 5.21 Code donne les indications suivantes :

« Pour la vérification de l'état-limite ultime, les méthodes qui prennent en compte l'effet hyperstatique de la plasticité, notamment la théorie dite " des lignes de rupture ", peuvent être appliquées, sous réserve :

1. que la figure de rupture de la structure étudiée soit justifiée avec certitude ou déterminée par des essais appropriés;

2. que les hypothèses de base de ces méthodes soient effectivement satisfaites;

3. que le système de charges considéré corresponde à la disposition la plus défavorable de ces charges. »

8.121. Théorie élasto-plastique

Il convient de mentionner, pour mémoire, la théorie élasto-plastique qui constitue la méthode la plus générale, en vue de l'analyse du comportement d'une structure plane, depuis le début du chargement jusqu'à la rupture. Cette théorie prend en compte les effets des déformations non élastiques (dues à la fissuration ou aux déformations plastiques proprement dites) en vue d'évaluer les redistributions correspondantes.

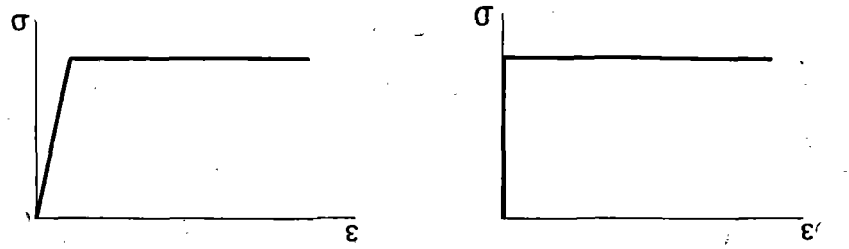
Le principe d'une méthode pratique en vue de l'application de cette théorie a été exposé dès 1950 par le professeur Franco Levi (Réf. 7). Depuis cette date, la méthode a été développée par MM. Franco Levi et C. E. Callari (Réf. 22 et 26). Une méthode similaire est en cours d'étude, sous la direction du professeur Ch. Massonnet, à l'Université de Liège (Réf. 31 et 32).

La théorie élasto-plastique permet d'analyser le comportement de la structure non seulement à la rupture, mais aussi sous les charges d'utilisation. Son application est relativement complexe, au stade actuel, mais les résultats obtenus sont très prometteurs et doivent pouvoir, grâce à l'emploi des ordinateurs, faire l'objet d'application pratique au dimensionnement.

8.122. Théorie générale de l'analyse limite

La théorie générale de l'analyse limite a pour objet exclusif l'étude de l'état-limite ultime.

En vue de cette étude le matériau réel est remplacé par un matériau idéalisé, supposé « parfaitement plastique ». Selon les auteurs, ce matériau est considéré comme « élastique plastique » ou comme « rigide plastique ».



a) Matériau élastique-plastique *b*) Matériau rigide-plastique

FIG. 8.2.

Les théorèmes généraux sont les mêmes suivant l'une ou l'autre de ces deux hypothèses. Toutefois, dans le cas des structures planes en béton armé, l'hypothèse du matériau « rigide plastique » est en général implicitement admise.

Il faut remarquer qu'une caractéristique essentielle de l'analyse-limite est que celle-ci ne conduit en général pas à la détermination d'une charge ultime unique. En effet, la théorie montre l'existence d'une limite inférieure et d'une limite supérieure entre lesquelles se situe la charge ultime réelle. Dans un cer-

tain nombre de cas seulement il est possible d'aboutir à l'égalité des limites supérieure et inférieure de la charge ultime et d'obtenir ainsi une solution dite « complète » ou « exacte ».

L'analyse limite est applicable à l'étude d'un système quelconque constitué d'un matériau parfaitement plastique. Toutefois, dans un souci de clarté, les concepts et théorèmes fondamentaux sont énoncés ci-après pour le cas particulier de l'analyse des *plaques.*

La théorie de l'analyse limite fait intervenir les deux concepts fondamentaux suivants :

A l'état-limite de plastification :

a) les moments de flexion dans la plaque forment un champ « statiquement admissible », c'est-à-dire que ces moments sont en équilibre interne, équilibrent les charges appliquées et sont tels que, en aucun point de la plaque, le moment de flexion ne soit supérieur au moment de plastification m.

b) le mécanisme d'écoulement est « cinématiquement admissible » c'est-à-dire que ce mécanisme satisfait aux conditions d'appui de la plaque et que les charges y développent un travail positif (dissipé en chaleur dans les déformations plastiques).

Pour une même plaque, il existe une infinité de champs de moments statiquement admissibles susceptibles d'équilibrer un système de charges donné.

De même, un système de charges donné peut correspondre à divers mécanismes cinématiquement admissibles.

A chacun des champs de moments statiquement admissibles, les équations d'équilibre sur le contour font correspondre une valeur déterminée P de la charge.

De même, à chaque mécanisme cinématiquement admissible, la condition d'égalité du travail des charges extérieures et du travail des efforts intérieurs fait correspondre une valeur déterminée P de la charge.

Les deux théorèmes fondamentaux de l'analyse-limite peuvent s'énoncer sous la forme suivante :

— *Théorème de la borne inférieure (ou théorème cinématique) : la charge-limite est la borne inférieure de toutes les charges P correspondant aux divers mécanismes cinématiquement admissibles.*

Il en résulte que ces diverses charges P sont des bornes supérieures de la charge-limite et c'est pourquoi les solutions correspondantes sont dites « *solutions de borne supérieure* »

— *Théorème de la borne supérieure (ou théorème statique) : la charge-limite est la borne supérieure de toutes les charges P correspondant aux divers champs de moments statiquement admissibles.*

Il en résulte que ces diverses charges P sont des bornes inférieures de la charge-limite et c'est pourquoi les solutions correspondantes sont dites « *solutions de borne inférieure* »

Ces deux théorèmes sont complétés par le corollaire suivant (Théorème d'unicité) : *Quand il est possible d'associer à un mécanisme d'écoulement cinématiquement admissible un champ de moments statiquement admissible, la charge commune qui leur correspond est la charge-limite exacte.*

La solution obtenue en ce cas est dite *solution complète* ou *solution exacte.*

8.123. Application de la théorie de l'analyse-limite au cas des structures planes en béton armé

8.1231. *Conditions d'application*

Bien que le matériau béton armé ne réponde pas en toute rigueur à la définition du matériau « parfaitement plastique », il est toutefois justifié, compte tenu de l'approximation qui en résulte, de lui appliquer la théorie correspondante, sous la réserve que le pourcentage d'armature de traction soit suffisamment faible. Plus précisément ce pourcentage doit être inférieur au « pourcentage critique inférieur » qui sépare les ruptures ayant pour origine la plastification de l'armature de traction des ruptures ayant pour origine la destruction de la zone comprimée.

Pratiquement les pourcentages d'armature de traction dans les structures planes répondent toujours à cette condition.

Dans ce cas, les phases successives du comportement d'une plaque en béton armé sous charges croissantes jusqu'à rupture correspondent à la description qui en a été donnée dans le cas particulier envisagé en 8.11. La rupture survient, comme il a été montré, après transformation de la plaque en un « mécanisme » à la suite de l'extension progressive de la plastification de l'armature le long de « lignes de plastification » ou « lignes de rupture ».

En toute rigueur la théorie de l'analyse limite ne s'applique qu'aux structures armées d'acier à palier, ne présentant pas de courbe de « raffermissement ». Toutefois des essais effectués sur des dalles (Réf. 21) et sur des planchers-dalles et planchers-champignons (Réf. 19) armés d'acier présentant une courbe de raffermissement (aciers durs naturels ou aciers écrouis) ont montré que l'on obtenait une approximation très suffisante pour les besoins de la pratique en effectuant le calcul par la méthode de l'analyse-limite, en prenant en ce cas comme limite d'élasticité de l'armature la limite d'élasticité conventionnelle à 0,2 ‰ de déformation résiduelle.

8.1232. *Critère de plastification*

1. Remarques et définitions générales

Le critère de plastification, pour les dalles en béton armé, est plus compliqué, dans le cas général, que pour les plaques constituées d'un matériau homogène.

En effet, les dalles en béton sont munies en général de deux nappes d'armature, l'une disposée vers la face inférieure et dite nappe d'armature positive, l'autre disposée vers la face supérieure et dite nappe d'armature négative.

Chacune de ces nappes n'est pas nécessairement homogène sur toute la surface de la dalle et peut comporter plusieurs systèmes d'armature différents en différentes zones de la dalle. Par exemple, dans le cas d'une dalle continue sur ses appuis, la nappe d'armature négative comportera normalement des pourcentages d'armature différents sur les appuis et dans le champ. De même la nappe d'armature positive pourra ne pas comporter les mêmes pourcentages d'armature au centre de la dalle qu'au voisinage des appuis.

Il s'ensuit que les lignes d'articulation de même signe, soit positives, soit négatives, ne seront pas nécessairement traversées par le même système d'armature. Il se peut même qu'une ligne d'articulation donnée rencontre sur son parcours des systèmes d'armature distincts. Nous admettrons ici qu'une ligne d'articulation donnée ne rencontre qu'un seul système d'armature, tout en signalant que Jones a présenté (Réf. 23) une méthode permettant de traiter le cas où une ligne donnée rencontre deux systèmes d'armature différents.

Par ailleurs, un système d'armature peut comporter dans le cas le plus général, r directions arbitraires de barres. Un tel système d'armature est dit *anisotrope*. A chaque direction de barres i correspond un moment résistant m_i par unité de largeur de dalle qui peut être représenté par un vecteur $\vec{m}_i$ de direction perpendiculaire à la direction i. Le système est complètement défini si l'on se donne les angles $\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_i \ldots \alpha_r$ des r directions de barres avec une direction de référence ainsi que les valeurs des moments résistants $m_1, m_2 \ldots m_i \ldots m_r$.

Dans le cas particulier où le système ne comprend que deux directions de barres *orthogonales*, il est dit *orthotrope*.

Enfin, dans le cas encore plus particulier où un système d'armature orthotrope est tel que les moments résistants dans les deux directions orthogonales des barres soient égaux, le système est dit *isotrope*.

Par extension, une dalle dont chacune des deux nappes, inférieure et supérieure, ne comporte qu'un seul système d'armature orthotrope, est elle-même dite orthotrope si les directions de barres des deux nappes sont parallèles deux à deux. Par ailleurs, une dalle dont chacune des deux nappes inférieure et supérieure ne comporte qu'un seul système d'armature isotrope est elle-même dite isotrope.

2. Critère de plastification « en escalier » du professeur Johansen

Soit un segment de ligne d'articulation traversé par un système d'armature comprenant des barres dans plusieurs directions 1, 2, 3 ... i ... r. Supposons pour fixer les idées, qu'il s'agisse d'une ligne d'articulation positive : soient $m_1, m_2, \ldots m_i \ldots m_r$ les moments de flexion résistants par unité de largeur correspondant aux différentes directions de barres. Ces moments sont représentés

par des vecteurs $\vec{m}_1$, $\vec{m}_2$, ... $\vec{m}_i$, ... $\vec{m}_r$ situés dans le plan de la dalle et normaux aux directions d'armature correspondantes.

Appelons θ_i l'angle mesuré positivement dans le sens trigonométrique, entre le moment $\vec{m}_i$ et la ligne d'articulation.

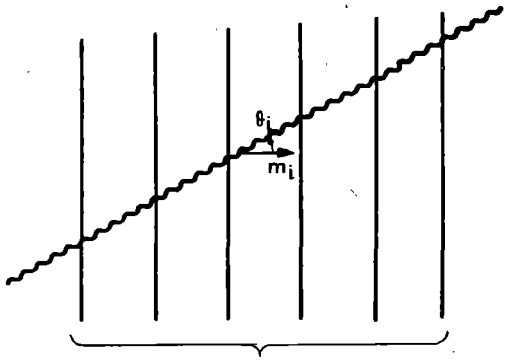


FIG. 8.3. — Barres de direction i.

Le professeur Johansen admet que chaque barre d'armature se plastifie dans la ligne d'articulation suivant sa direction initiale, c'est-à-dire que les deux parties d'une même barre séparées par la ligne d'articulation restent alignées lorsque les deux éléments de dalle situés de part et d'autre de cette ligne effectuent leur rotation.

Le professeur Johansen en déduit que, pour chaque direction de barres *i*, la ligne d'articulation peut être considérée comme constituée d'une infinité d'éléments droits, respectivement orthogonaux et parallèles à la direction considérée, autrement dit disposés en « marches d'escalier ».

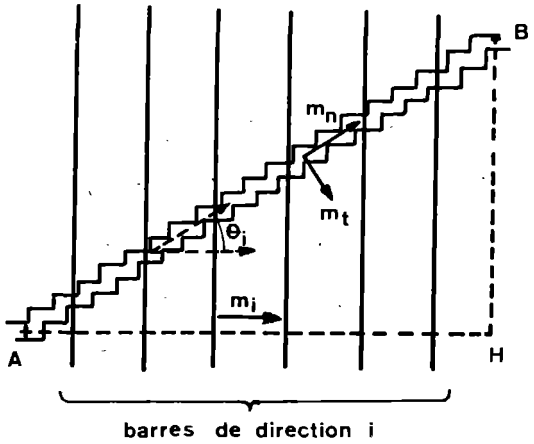


FIG. 8.4.

Supposons tout d'abord qu'il y ait une seule direction de barres i : soit m_n et m_t le moment de flexion normal à la ligne d'articulation et le moment de torsion dans cette ligne, rapportés à l'unité de longueur de cette ligne, au moment où se produit la rotation plastique dans la ligne d'articulation.

Si l'on suppose que toutes les barres qui traversent la ligne d'articulation de longueur AB sont plastifiées, on obtient, en projetant les moments sur la direction i et sur la normale à cette direction :

$$AB \cdot m_n \cdot \sin \theta_i - AB \cdot m_t \cdot \cos \theta_i = 0$$

et :
$$AB \cdot m_n \cdot \cos \theta_i + AB \cdot m_t \cdot \sin \theta_i - AB \cdot \cos \theta_i \cdot m_i = 0$$

d'où :

$$\begin{cases} m_n = m_i \cdot \cos^2 \theta_i \\ m_t = m_i \cdot \sin \theta_i \cdot \cos \theta_i \end{cases}$$

Dans le cas général d'un système comportant r directions de barres $1, 2 \ldots i \ldots r$, les expressions du moment normal de flexion et du moment de torsion dans la ligne d'articulation, rapportés à l'unité de longueur de cette ligne, s'écriront :

$$\begin{cases} m_n = \sum_{i=1}^{i=r} m_i \cdot \cos^2 \theta_i \\ m_t = \sum_{i=1}^{i=r} m_i \cdot \sin \theta_i \cdot \cos \theta_i \end{cases}$$

Remarque : Si l'on transforme ces expressions en introduisant l'angle φ de la ligne de rupture avec un axe de référence X quelconque et les angles $\alpha_1, \alpha_2 \ldots \alpha_i \ldots \alpha_r$ des moments $\vec{m}_1, \vec{m}_2 \ldots \vec{m}_i \ldots \vec{m}_r$ avec ce même axe on obtient, puisque $\theta_i = \varphi - \alpha_i$:

$$\begin{cases} m_n = \frac{1}{2} \cos 2\varphi \cdot \sum_{i=1}^{i=r} m_i \cdot \cos 2\alpha_i + \frac{1}{2} \sin 2\varphi \cdot \sum_{i=1}^{i=r} m_i \cdot \sin 2\alpha_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{i=r} m_i \\ m_t = \frac{1}{2} \cos 2\varphi \cdot \sum_{i=1}^{i=r} m_i \cdot \sin 2\alpha_i - \frac{1}{2} \sin 2\varphi \cdot \sum_{i=1}^{i=r} m_i \cos 2\alpha_i \end{cases}$$

Ces expressions montrent qu'il existe deux directions possibles I et II de lignes de rupture, orthogonales entre elles, pour lesquelles $m_t = 0$. Ces directions sont données par :

$$\operatorname{tg} 2\varphi_0 = \frac{\sum_{i=1}^{i=r} m_i \cdot \sin 2\alpha_i}{\sum_{i=1}^{i=r} m_i \cdot \cos 2\alpha_i}$$

Les valeurs des moments normaux à ces lignes de rupture, qui sont des moments principaux, sont données par :

$$m_I \text{ ou } m_{II} = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{i=r} m_i \pm \sqrt{\left(\sum_{i=1}^{i=r} m_i \cdot \cos 2\alpha_i\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^{i=r} m_i \sin 2\alpha_i\right)^2}$$

Réciproquement, les moments m_n et m_t peuvent être déterminés à partir des moments principaux m_I et m_{II} par la construction du cercle de Mohr.

Cas particulier :

Système ne comportant que deux directions de barres d'armature.

Dans ce cas, si l'on prend comme direction de l'axe de référence l'une des deux directions de barres, soit par exemple la direction 1, on obtient, en posant dans les expressions ci-dessus $\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = \alpha$, $m_1 = m$, $m_2 = \mu m$

$$\begin{cases} \operatorname{tg} 2\varphi_0 = \dfrac{\mu \cdot \sin 2\alpha}{1 + \mu \cdot \cos 2\alpha} \\ m_I \text{ ou } m_{II} = \dfrac{1}{2} m(1 + \mu \pm \sqrt{1 + 2\mu \cdot \cos 2\alpha + \mu^2}) \end{cases}$$

Si de plus $\alpha = \dfrac{\pi}{2}$ (système d'armature orthotrope), on obtient :

$$\begin{cases} \operatorname{tg} 2\varphi_0 = 0 \\ m_I = m \\ m_{II} = \mu \cdot m \end{cases}$$

Les directions des barres sont ici les directions des moments principaux.

Les moments de flexion normal et le moment de torsion dans une ligne d'articulation faisant l'angle θ avec le moment $\vec{m}$ $\left(\text{soit avec la direction } \alpha = \dfrac{\pi}{2}\right)$ sont respectivement en ce cas :

$$\begin{cases} m_n = m \cdot \cos^2 \theta + \mu \cdot m \cdot \sin^2 \theta \\ m_t = m(1 - \mu) \sin \theta \cdot \cos \theta \end{cases}$$

Enfin, si de plus $\mu = 1$ (système d'armature isotrope), on obtient $m_I = m_{II} = m$ et le cercle de Mohr se réduit à un point. On a, quelle que soit l'orientation de la ligne d'articulation :

$$\begin{cases} m_n = m \\ m_t = 0 \end{cases}$$

3. Discussion du critère « en escalier » de Johansen

L'application du critère « en escalier » du professeur Johansen conduit à certaines difficultés au voisinage des points d'intersection de lignes d'articulation concourantes dépendant de systèmes distincts d'armature.

Considérons par exemple un nœud auquel convergent trois lignes d'articulation 1, 2 et 3 dépendant de trois systèmes d'armature différents. Le moment de flexion normal et le moment de torsion sur chacune de ces trois lignes ont pour valeurs :

$$\begin{cases} m_{n1} = \sum_{i=1}^{i=r_1} m_{1i} \cdot \cos^2 \theta_{1i} \\ m_{t1} = \sum_{i=1}^{i=r_1} m_{1i} \cdot \sin \theta_{1i} \cdot \cos \theta_{1i} \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_{n2} = \sum_{i=1}^{i=r_2} m_{2i} \cdot \cos^2 \theta_{2i} \\ m_{t2} = \sum_{i=1}^{i=r_2} m_{2i} \cdot \sin \theta_{2i} \cdot \cos \theta_{2i} \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_{n3} = \sum_{i=1}^{i=r_3} m_{3i} \cdot \cos^2 \theta_{3i} \\ m_{t3} = \sum_{i=1}^{i=r_3} m_{3i} \cdot \sin \theta_{3i} \cdot \cos \theta_{3i} \end{cases}$$

Or les trois moments normaux m_{n1}, m_{n2} et m_{n3} définissent complètement (construction du cercle de Mohr) les deux moments principaux m'_I et m'_{II} au point d'intersection. Il s'ensuit que les moments de torsion m_{ns1}, m_{ns2} et m_{ns3} agissant sur les trois lignes d'articulation au point d'intersection sont complètement définis.

Calculons les valeurs de m_{ns1}, m_{ns2} et m_{ns3} en fonction des moments m_{n1}, m_{n2} et m_{n3}. Nous supposons que les trois lignes d'articulation ont été numérotées 1, 2, 3 dans le sens trigonométrique et nous appellerons φ_{12}, φ_{23} et φ_{31} les angles, mesurés positivement dans le sens trigonométrique, entre la ligne d'articulation correspondant au premier indice et la ligne d'articulation correspondant au second indice.

Soit par ailleurs β_1, β_2 et β_3 les angles mesurés positivement dans le sens trigonométrique, entre la direction du moment principal m'_I et les lignes d'articulation 1, 2 et 3.

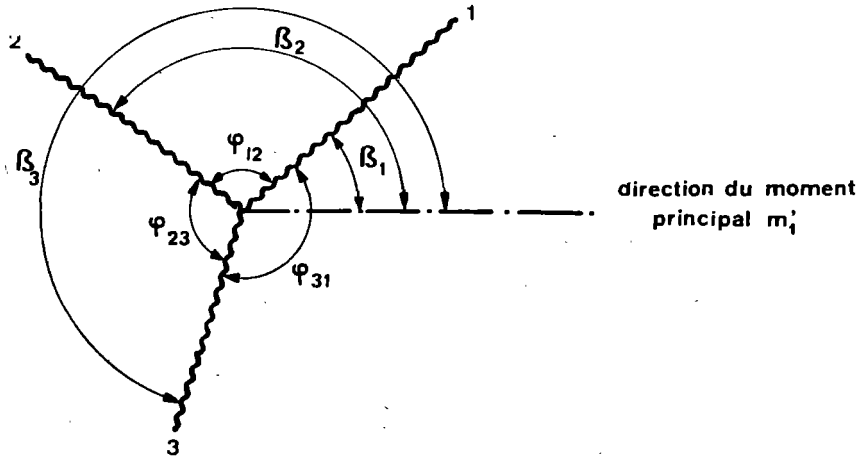


FIG. 8.5.

On peut écrire (relation du cercle de Mohr) :

$$\begin{cases} m_{n1} = \dfrac{m'_I + m'_{II}}{2} + \dfrac{m'_I - m'_{II}}{2} \cos 2\beta_1 \\ m_{n2} = \dfrac{m'_I + m'_{II}}{2} + \dfrac{m'_I - m'_{II}}{2} \cos 2\beta_2 \\ \quad = \dfrac{m'_I + m'_{II}}{2} + \dfrac{m'_I - m'_{II}}{2} \cos 2(\beta_1 + \varphi_{12}) \\ m_{n3} = \dfrac{m'_I + m'_{II}}{2} + \dfrac{m'_I - m'_{II}}{2} \cos 2\beta_3 \\ \quad = \dfrac{m'_I + m'_{II}}{2} + \dfrac{m'_I - m'_{II}}{2} \cos 2(\beta_1 + \varphi_{12} + \varphi_{23}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_{ns1} = \dfrac{m'_I - m'_{II}}{2} \sin 2\beta_1 \\ m_{ns2} = \dfrac{m'_I - m'_{II}}{2} \sin 2\beta_2 = \dfrac{m'_I - m'_{II}}{2} \sin 2(\beta_1 + \varphi_{12}) \\ m_{ns3} = \dfrac{m'_I - m'_{II}}{2} \sin 2\beta_3 = \dfrac{m'_I - m'_{II}}{2} \sin 2(\beta_1 + \varphi_{12} + \varphi_{23}) \end{cases}$$

En éliminant $\frac{m'_I + m'_{II}}{2}$, $\frac{m'_I - m'_{II}}{2}$ et β_1 entre les quatre premières équations ci-dessus et en notant que $\varphi_{31} = 2\pi - (\varphi_{12} + \varphi_{13})$, on obtient l'expression de m_{ns1} :

$$m_{ns1} = \frac{m_{n1} - m_{n2}}{2} \cot \varphi_{12} - \frac{m_{n2} - m_{n3}}{2} \cot \varphi_{23} + \frac{m_{n3} - m_{n1}}{2} \cot \varphi_{31}$$

et on obtiendrait de même :

$$m_{ns2} = \frac{m_{n2} - m_{n3}}{2} \cot \varphi_{23} - \frac{m_{n3} - m_{n1}}{2} \cot \varphi_{31} + \frac{m_{n1} - m_{n2}}{2} \cot \varphi_{12}$$

$$m_{ns3} = \frac{m_{n3} - m_{n1}}{2} \cot \varphi_{31} - \frac{m_{n1} - m_{n2}}{2} \cot \varphi_{12} + \frac{m_{n2} - m_{n3}}{2} \cot \varphi_{23}$$

Les moments de torsion m_{ns1}, m_{ns2} et m_{ns3} sont donc complètement déterminés en fonction de m_{n1}, m_{n2} et m_{n3}.

Dans le cas général on aura donc à l'intersection des trois lignes d'articulation :

$$m_{ns1} \neq m_{t1}$$
$$m_{ns2} \neq m_{t2}$$
$$m_{ns3} \neq m_{t3}$$

m_{t1}, m_{t2} et m_{t3} représentant les valeurs des quantités

$$\sum_{i=1}^{i=r_1} m_i \sin \theta_i \cos \theta_i$$

sur chacune des trois lignes d'articulation.

Par conséquent le critère de plastification « en escalier » du professeur Johansen est violé au point d'intersection.

Ce n'est que dans le cas particulier où les trois lignes d'articulation concourantes dépendent du même système d'armature (donc où les moments principaux m'_I et m'_{II} au point d'intersection coïncident avec les moments principaux m_I et m_{II} du système commun) que l'on aura :

$$\begin{cases} m_{ns1} = m_{t1} \\ m_{ns2} = m_{t2} \\ m_{ns3} = m_{t3} \end{cases}$$

Dans ce cas particulier, le critère de plastification de Johansen est donc satisfait au point d'intersection.

Dans le cas général, la difficulté provenant de ce que le critère de plastification de Johansen est violé au point d'intersection des lignes d'articulation

peut être résolue, au moyen de deux solutions différentes qui sont exposées ci-après :

1re solution

MAINTIEN DU CRITÈRE DE JOHANSEN. CONCEPT DE ZONES « PERTURBÉES »

On conserve dans la partie courante des lignes d'articulation le critère de Johansen. Les moments dans une ligne d'articulation 1 sont donc :

moment de flexion normal :

$$m_{n1} = \sum_{i=1}^{i=r_1} m_{1i} \cos^2 \theta_{1i}$$

moment de torsion :

$$m_{t1} = \sum_{i=1}^{i=r_1} m_{1i} \cdot \sin \theta_{1i} \cdot \cos \theta_{1i}$$

On admet par ailleurs l'existence au voisinage d'un nœud de lignes d'articulation, d'une zone perturbée d'étendue très petite, dans laquelle on admet que le critère de rupture de Johansen soit violé. On tient compte de cette zone perturbée en introduisant au nœud sur chacune des lignes d'articulation convergentes 1, 2 et 3, un moment de torsion additionnel ayant les valeurs suivantes :

$m_{ns1} - m_{t1}$	sur la ligne 1
$m_{ns2} - m_{t2}$	sur la ligne 2
$m_{ns3} - m_{t3}$	sur la ligne 3

Cette première solution est celle qui a été adoptée implicitement par Johansen (Réf. 5) et par Jones (Réf. 21) et explicitement par Nielsen (Réf. 22).

2e solution

ADOPTION DU CRITÈRE « NORMAL »

On admet que, sur toute la longueur d'une ligne d'articulation 1, seul le moment normal est spécifié, par l'expression :

$$m_{n1} = \sum_{i=1}^{i=r_1} m_{1i} \cdot \cos^2 \theta_{1i}$$

La différence avec le critère de Johansen est donc que le moment de torsion m_{ns1} sur la ligne d'articulation peut ici prendre une valeur quelconque.

Sur la base de ce critère, les intersections de lignes d'articulation droites ne posent aucun problème puisque l'on peut y attribuer aux moments de torsion m_{ns} les valeurs qui résultent de la construction de Mohr.

Cette seconde solution adoptée notamment par Kemp et Morley (Réf. 23), semble moins conforme à la réalité des faits puisque les zones « perturbées » correspondent effectivement aux observations expérimentales. En effet, les essais mettent en évidence au voisinage immédiat des nœuds de lignes d'articulation, des zones « perturbées » où les lignes convergentes se ramifient, de sorte qu'il n'existe pas à proprement parler de « point d'intersection ».

Toutefois, la notion de « zone perturbée » se prête difficilement à des justifications mathématiques satisfaisantes. Il semble bien que si l'on désire conserver l'hypothèse des lignes d'articulation droites qui est à la base de la méthode simple de la théorie de Johansen, il soit préférable en ce qui concerne les justifications mathématiques, d'adopter le seul critère du moment normal.

En anticipant sur les méthodes qui sont exposées plus loin, on peut remarquer d'ailleurs que la « méthode du travail » s'accommode indifféremment de l'utilisation, soit du critère original de Johansen, soit du critère du moment normal. En effet, les moments de torsion dans les lignes d'articulation n'effectuant aucun travail d'ensemble, ces moments n'interviennent pas dans la méthode du travail.

Par contre les moments de torsion interviennent effectivement dans la « méthode d'équilibre », car la détermination des forces nodales en dépend. Nous utiliserons comme Kemp et Morley, le critère du moment normal pour établir les expressions des forces nodales. Nous donnerons toutefois également comme l'a fait Kemp, les expressions des forces nodales qui s'en déduisent dans le cas où l'on respecte strictement le critère de plastification « en escalier » de Johansen.

4. Remarque : effet de « déviation » des barres (kinking effect)

Certains auteurs n'admettent pas l'hypothèse fondamentale du professeur Johansen, à savoir que les barres d'armature traversant une ligne d'articulation se plastifient suivant leur direction initiale. On peut en effet imaginer un autre critère selon lequel les barres se plastifient perpendiculairement à la ligne d'articulation.

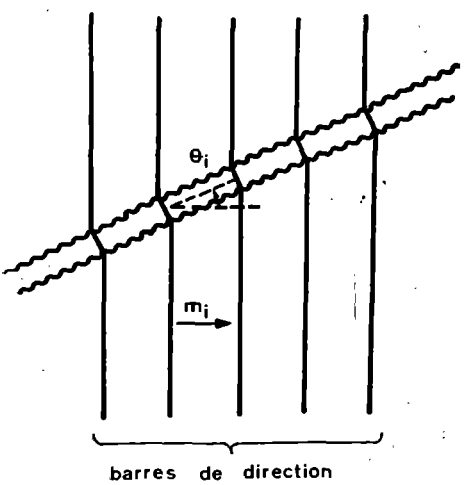


Fig. 8.6.

L'expression du moment normal dans la ligne d'articulation est alors :

$$m_n = \sum_{i=1}^{i=r} m_i \cos \theta_i$$

au lieu de :

$$m_n = \sum_{i=1}^{i=r} m_i \cos^2 \theta_i$$

La valeur du moment normal donnée par cette hypothèse de « déviation des barres » est supérieure à la valeur du moment normal correspondant à l'hypothèse de Johansen.

Il semble que la réalité se situe entre ces deux hypothèses. Sur la base d'essais effectués à l'University of Wales, Swansea, le Dr Kwiecinski a formulé un critère basé sur la prise en compte d'une « déviation incomplète » (partial kinking) des barres, dont les résultats sont compris entre ceux du critère de Johansen et ceux du critère de « déviation totale » (cf. Réf. 24, 25, 27). Les essais du Dr Kwiecinski ainsi que ceux effectuée à l'Université de l'Illinois par Sozen et Lenschow montrent que l'adoption d'un critère de « déviation totale » ne serait pas dans le sens de la sécurité. Par contre il semble bien que le critère de Johansen conduise dans tous les cas étudiés à des moments de flexion normaux inférieurs aux moments réels et se situe donc du côté de la sécurité.

Cette conclusion est également confirmée par les premiers résultats de la recherche systématique qui a été entreprise aux Laboratoires de Résistance des Matériaux et de Constructions du Génie Civil de l'Université de Liège, sous la direction du professeur Ch. Massonnet, en vue de déterminer directement, par voie expérimentale, le critère de rupture en flexion simple des dalles en béton armé. Les essais déjà effectués ont montré en effet que l'application du critère de Johansen conduisait à des résultats qui étaient dans le sens de la sécurité par rapport aux résultats expérimentaux.

8.1233. *Théorie des « lignes de rupture »*

La théorie dite des « lignes de rupture », introduite par Ingerslev et développée par K. W. Johansen dans sa thèse de doctorat en 1943 (Réf. 3), a pour objet l'application pratique aux structures en béton armé du théorème cinématique (ou de la borne inférieure). Cette théorie conduit donc, pour une structure plane donnée, à une charge P qui est supérieure ou égale à la charge ultime réelle. L'égalité est réalisée si le mécanisme cinématiquement admissible adopté est le mécanisme de rupture exact.

Pour avoir la certitude que cette dernière condition est réalisée, il est nécessaire (en l'absence de vérification expérimentale directe) de pouvoir déterminer, pour la structure plane considérée, un champ de moments statiquement admissible conduisant à la même charge-limite P. En ce cas seulement il est possible d'affirmer, en se basant sur le théorème d'unicité, que la charge P est la charge ultime exacte.

A l'heure actuelle, on ne dispose malheureusement que d'un petit nombre de solutions exactes ou complètes (c'est-à-dire associant à un mécanisme cinématiquement admissible un champ de moments statiquement admissible donnant tous deux la même charge-limite). Ces solutions ne correspondent qu'aux formes de dalles les plus simples. Quelques solutions exactes actuellement connues seront signalées à l'article 8.3 (formulaire).

Dans l'article qui suit (8.2), la théorie des lignes de rupture du professeur Johansen sera brièvement exposée. Il sera bien entendu nécessaire, en vue des applications pratiques, de se reporter à des exposés plus complets, notamment à l'ouvrage du professeur K. W. Johansen (Réf. 3) ainsi qu'aux exposés de M. G. Steinmann (Réf. 10), du Dr Wood (Réf. 12), du professeur Ch. Massonnet (Réf. 16) et de M. L. L. Jones (Réf. 14). On pourra également se référer à la publication spéciale de mai 1965 de la Cement and Concrete Association : *Recent developments in yield dine theory* (Réf. 23).

8.2. THÉORIE DES LIGNES DE RUPTURE

8.20. PRINCIPE DE LA THÉORIE

La théorie des lignes de rupture (ou lignes d'articulation) admet que le béton armé peut être considéré comme un matériau rigide plastique. A l'état limite ultime, les déformations élastiques des divers éléments du mécanisme sont donc négligées par rapport aux déformations plastiques. Le mécanisme de rupture est ainsi constitué d'éléments rigides plans dont les lignes d'articulation mutuelle, ou lignes de rupture, dans lesquelles sont concentrées les déformations plastiques, sont donc des segments de droites.

Les déformations de la structure résultent uniquement des rotations de ses éléments rigides constitutifs autour d'axes de rotation compatibles avec les conditions d'appui. La surface déformée a la forme d'un polyèdre (ou éventuellement en certaines zones, celle d'une surface réglée).

Comme il a été indiqué plus haut (8.1232-3), on admet que le moment de flexion normal dans une ligne d'articulation traversée par un système d'armature composé de barres disposées dans les directions 1, 2 ... i ... r auxquelles correspondent les moments résistants $m_1, m_2, \ldots m_i \ldots m_r$ a pour valeur :

$$m_n = \sum_{i=1}^{i=r} m_i \cdot \cos^2 \theta_i$$

Le moment de torsion dans la ligne d'articulation n'est pas spécifié (cf. 1.232-3 — 2e solution : adoption du critère normal).

L'application de la théorie des lignes de rupture comporte deux étapes successives :

a) La première étape consiste à déterminer les divers types de mécanismes possibles, compte tenu de la forme de la dalle, des conditions d'appui et de chargement. Chaque type de mécanisme ainsi défini doit bien entendu être compatible avec les liaisons.

On définit ainsi plusieurs « familles » de mécanismes possibles, chaque famille dépendant de p paramètres géométriques $x_1, x_2 \ldots x_p$.

b) La seconde étape consiste à rechercher pour chacune des familles ainsi définies, le mécanisme particulier qui conduit à la charge-limite la plus faible. Ce mécanisme défini par des valeurs particulières des paramètres $x_1, x_2 \ldots x_p$ constitue le « meilleur » mécanisme pour la famille considérée.

Cette recherche est basée sur la considération des conditions d'équilibre des divers éléments rigides constituant le mécanisme.

Pratiquement deux méthodes peuvent être appliquées. La première consiste à exprimer les conditions d'équilibre sous une forme globale pour l'ensemble de la dalle, par application de l'équation du travail. En admettant que les rapports des différents moments résistants des armatures de la dalle à l'un d'entre eux, m, dit moment résistant « de référence », ont été fixés *a priori* par le projeteur, on obtient ainsi la charge P sous la forme d'une fonction des p paramètres géométriques du mécanisme ainsi que du moment résistant de référence m (ou réciproquement le moment m sous la forme d'une fonction des p paramètres géométriques et de la charge P). On recherche ensuite les valeurs des p paramètres qui conduisent au minimum de la fonction $P(x_1, x_2 \ldots x_p, m)$ ou, ce qui revient au même, au maximum de la fonction $m(x_1, x_2 \ldots x_p, P)$.

La seconde méthode consiste à exprimer les conditions d'équilibre de chacun des n éléments rigides constituant le mécanisme. Cette seconde méthode nécessite la prise en compte dans les équations d'équilibre de « forces nodales » qui sont statiquement équivalentes aux efforts tranchants et aux moments de torsion agissant dans les lignes d'articulation.

Une fois obtenue, par application de l'une ou de l'autre des deux méthodes définies ci-dessus, chacune des charges ultimes qui correspond au « meilleur » mécanisme de chaque famille envisagée, on en déduit le meilleur mécanisme pour l'ensemble de ces familles. La charge correspondante est adoptée comme borne supérieure de la charge-limite (cf. Théorème de la borne inférieure).

Il convient de rappeler ici que l'on ne peut être assuré que cette charge est la charge-limite exacte que s'il est possible de trouver un champ de moments statiquement admissibles, dans l'ensemble de la dalle, qui conduise à une charge égale (cf. Théorème d'unicité).

8.21. RECHERCHE D'UN MÉCANISME DE RUPTURE PROBABLE

Cette recherche est rendue possible par application des théorèmes suivants, qui résultent de l'hypothèse fondamentale sur la concentration des déformations dans les lignes de rupture.

Théorème 1 : La ligne d'articulation entre deux éléments rigides de dalle passe par le point d'intersection de leurs axes de rotation respectifs.

Il en résulte que, si l'élément de dalle considéré est appuyé sur un de ses côtés, l'axe de rotation est confondu avec la ligne d'appui. Pour un élément de dalle reposant sur un appui ponctuel, l'axe de rotation passe par l'appui ponctuel.

L'application de ce théorème permet de déterminer complètement la disposition de la figure de rupture si les rotations θ_i des différents éléments de dalle sont connues. Or, à l'état-limite ultime, la structure étant transformée en mécanisme, si on se donne la figure de rupture, les angles de rotation θ_i des divers éléments sont définis à un facteur commun près.

Réciproquement :

Théorème 2 : Si l'on se donne les axes de rotation des différents éléments rigides de la dalle et les rapports des divers angles de rotation θ_i à l'un quelconque d'entre eux, la disposition de la figure de rupture est complètement déterminée.

Si l'on imagine que la dalle déformée est coupée par un plan parallèle au plan des appuis à une distance arbitraire h, les intersections de ce plan avec les différents éléments de la dalle (qui forment un polyèdre ou éventuellement une surface réglée si les droites d'articulation sont en nombre infini et infiniment proches) sont des lignes de niveau de la dalle déformée. Ces lignes de niveau sont situées à une distance $\frac{h}{\theta_i}$ de l'axe de rotation de l'élément considéré.

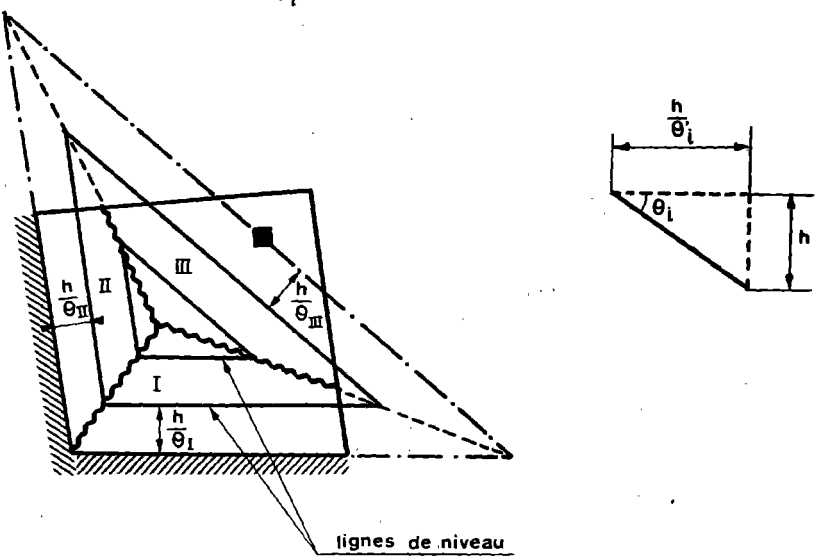


FIG. 8.7.

D'autre part, ces lignes de niveau se coupent sur les lignes d'articulation. Celles-ci sont donc déterminées en joignant les intersections des axes de rotation aux intersections des lignes de niveau.

Il résulte du théorème 2 que, si les lignes d'articulation découpent la dalle en n parties et *si tous les axes de rotation sont connus*, pour définir complètement la figure de rupture, il reste à déterminer $n - 1$ paramètres géométriques.

Dans le cas général, les axes de rotation des n éléments de dalle constituant le mécanisme ne sont pas tous connus *a priori*. Soit r le degré d'indétermination

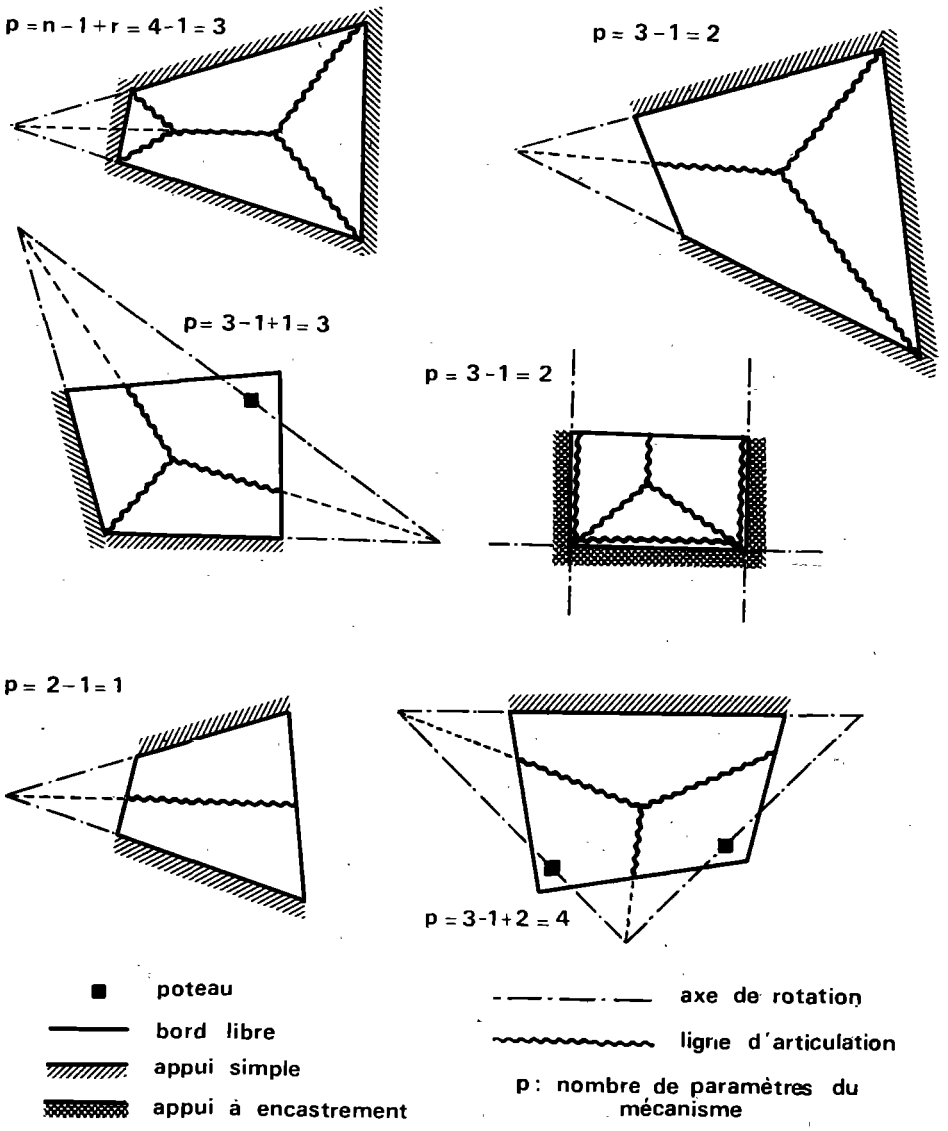

p = n - 1 + r = 4 - 1 = 3
p = 3 - 1 = 2
p = 3 - 1 + 1 = 3
p = 3 - 1 = 2
p = 2 - 1 = 1
p = 3 - 1 + 2 = 4
poteau
bord libre
appui simple
appui à encastrement
axe de rotation
ligne d'articulation
p : nombre de paramètres du mécanisme

FIG. 8.8. — Exemple de détermination de mécanismes probables.

qui subsiste dans la connaissance de ces axes. *Pour définir complètement la figure de rupture il reste alors à déterminer* $(n - 1) + r$ *paramètres géométriques.*

La détermination complète de la figure de rupture ne peut donc dans le cas général, se faire à partir des seules considérations de déformation géométrique.

Cette détermination se fera, comme il a été indiqué en 8.20, soit par application de la méthode du travail de déformation, soit par application de la méthode d'équilibre des éléments rigides (méthode des forces nodales). Ces deux méthodes sont étudiées dans les articles ci-après (8.22 et 8.23).

8.22. APPLICATION DE LA MÉTHODE DU TRAVAIL

Une famille de mécanismes possibles, dépendant de p paramètres géométriques $x_1, x_2 \ldots x_p$ ayant été déterminée sur la base des conditions de déformation, on donne à un point de la dalle, commodément choisi, un déplacement δ compatible avec les liaisons.

L'équation du travail s'obtient en égalant le travail des forces extérieures au travail des forces intérieures pour le déplacement considéré. En admettant que le mécanisme comprend seulement des lignes d'articulation droites (1), cette équation s'écrit :

$$\sum P_i \cdot \delta_i + \iint p_j \cdot \delta_j \cdot \mathrm{d}x \cdot \mathrm{d}y = \int m_n \cdot \alpha \cdot \mathrm{d}s$$

les notations étant les suivantes :

δ_i : déplacement d'une force concentrée P_i;

δ_j : déplacement d'une force répartie par unité de surface p_j;

α : rotation sur une ligne d'articulation;

m_n : moment de flexion normal, par unité de longueur sur une ligne d'articulation.

Les déplacements δ_i et δ_j ainsi que les rotations α s'expriment tous en fonction de δ qui se trouve en facteur aux deux membres de l'équation du travail et s'élimine donc.

Les moments normaux m_n sont connus en fonction des moments résistants des différentes directions de barres d'armature de la nappe qui correspond à la ligne d'articulation considérée. Si nous admettons que les rapports des divers moments résistants, positifs et négatifs, des armatures de la dalle à l'un d'entre eux, m, dit moment résistant « de référence », sont fixés *a priori* par le projeteur, il en résulte que l'équation du travail conduit à une relation entre la charge totale P, le moment résistant « de référence » m et les p paramètres géométriques dont dépend la famille considérée.

P est donc donnée par une fonction $P(x_1, x_2 \ldots x_p, m)$ ou encore m est donné par une fonction $m(x_1, x_2 \ldots x_p, P)$.

(1) Le cas des mécanismes en éventail ne saurait être traité dans le cadre de cet exposé abrégé. Il sera donc nécessaire de se reporter à la bibliographie (notamment Réf. 3 et 12).

On détermine alors les valeurs des p paramètres géométriques qui conduisent au minimum de la fonction P ou, ce qui revient au même, au maximum de la fonction m. Cette détermination peut se faire, soit par approximations numériques successives, soit par résolution de l'un des deux systèmes d'équations suivants :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial P}{\partial x_1} = 0 \\ \dfrac{\partial P}{\partial x_2} = 0 \\ \cdots\cdots\cdots \\ \dfrac{\partial P}{\partial x_p} = 0 \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} \dfrac{\partial m}{\partial x_1} = 0 \\ \dfrac{\partial m}{\partial x_2} = 0 \\ \cdots\cdots\cdots \\ \dfrac{\partial m}{\partial x_p} = 0 \end{cases}$$

8.23. APPLICATION DE LA MÉTHODE D'ÉQUILIBRE DES ÉLÉMENTS RIGIDES (MÉTHODE DES FORCES NODALES)

8.230. Principe de la méthode. Nécessité de la prise en compte des efforts tranchants et moments de torsion

Cette seconde méthode consiste à exprimer les conditions d'équilibre de chacun des n éléments rigides constituant le mécanisme. On obtient ainsi dans le cas général $3n$ équations d'équilibre.

Dans l'application de l'équation du travail, il n'était pas nécessaire de connaître les efforts tranchants et les moments de torsion agissant dans les lignes d'articulation, leur travail global étant nul. Par contre pour écrire les conditions d'équilibre des divers éléments du mécanisme il est nécessaire de connaître les forces statiquement équivalentes aux moments de torsion et efforts tranchants agissant dans les lignes d'articulation.

Considérons un élément rigide I d'un mécanisme, limité par des lignes d'articulation AB, AC, BD :

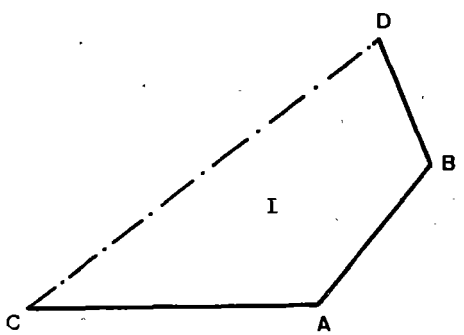


FIG. 8.9.

Soit k_{AB} et k_{BA} les forces statiquement équivalentes aux efforts tranchants et aux moments de torsion agissant sur l'élément *I* sur la ligne d'articulation *AB*, appliquées respectivement à chacune des deux extrémités *A* et *B*.

Soit de même k_{AC} et k_{CA} d'une part, k_{BD} et k_{DB} d'autre part, les forces statiquement équivalentes aux efforts tranchants et aux moments de torsion agissant respectivement sur les lignes d'articulation *AC* et *BD*. Dans la suite de cet exposé, nous appellerons *forces terminales* ces forces qui agissent aux extrémités des lignes de rupture.

Au nœud *A* agit sur l'élément *I* une force concentrée K_A qui est la somme algébrique des forces statiquement équivalentes aux efforts tranchants et moments de torsion agissant dans les deux lignes d'articulation concourantes en *A*. Cette force concentrée est dite *force nodale.*

Les forces nodales ont été déterminées par le professeur Johansen en considérant des rotations infiniment petites des lignes d'articulation autour de l'un de leurs points. Des études récentes, notamment de Kemp, Morley, Nielsen, Wood et Jones (Réf. 23) ont eu pour objet de reprendre cette question en tendant à montrer que la méthode des forces nodales ne différait guère que dans sa forme de la méthode du travail. En fait le processus utilisé dans la méthode des forces nodales revient à la recherche des positions des lignes d'articulation qui correspondent à des valeurs stationnaires du moment résistant de référence *m*. Ces études ont permis par ailleurs de préciser de manière plus rigoureuse les conditions de détermination des forces nodales.

L'exposé qui suit est basé sur ces études récentes et particulièrement sur l'article de M. Kemp dans la publication spéciale de la Cement and Concrete Association « Recent Developments in the Yield Line Theory » (Réf. 23).

8.231. Détermination des forces nodales

8.2311. *Conventions de signe et de représentation graphique*

Forces : Les forces sont considérées comme positives si elles agissent vers le bas. Sur les croquis en plan les forces verticales agissant vers le bas sont représentées par une croix. Les forces verticales agissant vers le haut sont représentées par un point.

Moments : Un moment de flexion est considéré comme positif s'il produit des contraintes de traction sur la face inférieure de la dalle.

Un moment de torsion agissant sur un élément rigide de dalle suivant une des lignes d'articulation qui limitent cet élément est considéré comme positif s'il agit dans le sens des aiguilles d'une montre par rapport à l'élément.

Les moments de flexion positifs sont représentés par des vecteurs orientés dans le sens de la rotation des aiguilles d'une montre autour de l'élément rigide considéré.

Les moments de torsion positifs sont représentés par des vecteurs orientés vers l'intérieur de ce même élément.

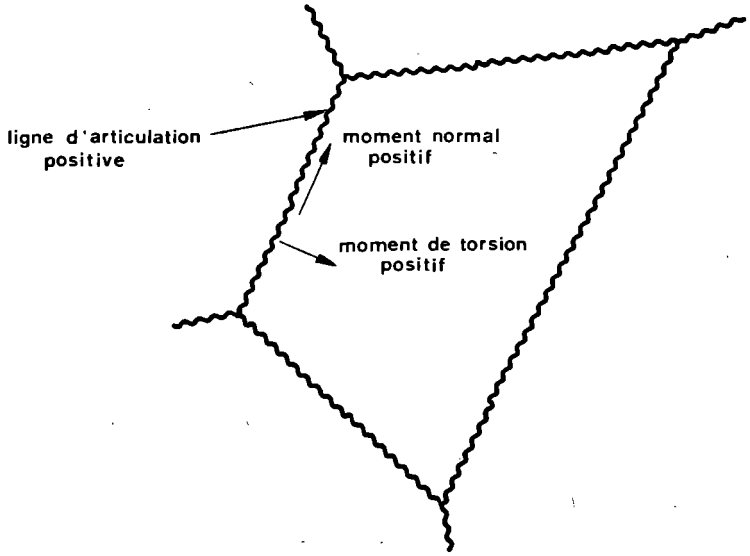


FIG. 8.10.

8.2312. *Étude préliminaire : variation des moments résultant de la rotation d'une ligne d'articulation autour de l'un de ses points*

Soit une ligne d'articulation AB, dont la position est supposée correspondre à la valeur stationnaire du moment de référence m.

Sur la ligne AB la valeur du moment normal m_n est donc donnée par le critère de rupture:

$$m_n = \sum_{i=1}^{i=r} m_i \cos^2 \theta_i$$

Faisons subir à la ligne AB une rotation d'angle $d\varphi$ infiniment petit autour de l'un de ses points O et soit $A'B'$ sa nouvelle position.

La direction de AB est définie par son angle φ mesuré positivement dans le sens trigonométrique par rapport à une direction fixe du plan de la dalle, par exemple l'un des côtés d'appui. L'origine des coordonnées est prise au point O et les axes n, s sont respectivement normal et tangent

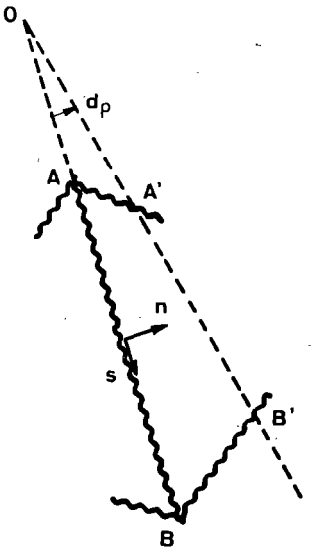


FIG. 8.11.

à AB, dans le plan de la dalle. Soit α l'angle, mesuré positivement dans le sens trigonométrique, entre la direction fixe X et l'axe n.

Le moment normal sur la ligne $A'B'$ ne satisfait plus le critère de rupture. Si nous considérons un point quelconque S de AB situé à la distance s du point O, ce point vient après rotation en S' et la variation dm_n de m_n entre S et S' est donnée par l'expression :

$$dm_n = \frac{\partial m_n}{\partial \alpha} d\alpha + \frac{\partial m_n}{\partial n} dn + \frac{\partial m_n}{\partial s} ds \tag{1}$$

Or $d\alpha = d\varphi$, $dn = -s \cdot d\varphi \cdot \cos d\varphi$ et $ds = -s \cdot d\varphi \cdot \sin d\varphi$.
On a donc, lorsque $d\varphi \to 0$

$$\frac{dm_n}{d\varphi} = \frac{\partial m_n}{\partial \alpha} - s \frac{\partial m_n}{\partial n}$$

Par ailleurs, si m'_I et m'_{II} sont les moments principaux, dont les directions font avec la direction X les angles γ et $\gamma + \frac{\pi}{2}$:

$$m_n = \frac{m'_I + m'_{II}}{2} + \frac{m'_I - m'_{II}}{2} \cos 2(\alpha - \gamma)$$

$$m_{ns} = \frac{m'_I - m'_{II}}{2} \sin (2\alpha - \gamma)$$

D'où :

$$\frac{\partial m_n}{\partial \alpha} = -(m_I - m_{II}) \sin (2\alpha - \gamma) = -2m_{ns}$$

On a donc la relation :

$$\frac{dm_n}{d\varphi} = -\left(2m_{ns} + s \frac{\partial m_n}{\partial n}\right)$$

ou :

$$s \frac{\partial m_n}{\partial n} = -\frac{dm_n}{d\varphi} - 2m_{ns} \tag{2}$$

Or :

$$\frac{dm_n}{d\varphi} = \frac{d}{d\varphi} \sum_{i=1}^{i=r} m_i \cdot \cos^2 \theta_i = \sum_{i=1}^{i=r} \frac{\partial}{\partial \theta_i} m_i \cdot \cos^2 \theta_i \frac{d\theta_i}{d\varphi}$$

Mais :

$$\frac{d\theta_i}{d\varphi} = 1$$

d'où :

$$\frac{dm_n}{d\varphi} = -2 \sum_{i=1}^{i=r} m_i \cdot \sin \theta_i \cdot \cos \theta_i = -2m_t$$

où m_t représente la valeur du moment de torsion du critère de rupture de Johansen.

Finalement :

$$s\frac{\partial m_n}{\partial n} = 2(m_t - m_{ns}) \tag{3}$$

Dans le cas particulier d'une armature orthotrope, cette relation est inchangée. Pour une armature isotrope, $m_t = 0$ et l'on a :

$$s\frac{\partial m_n}{\partial n} = -2m_{ns}$$

8.2313. *Calcul des forces terminales*

Calculons les forces « terminales » k_A et k_B appliquées en A et B et qui sont statiquement équivalentes au système des forces transmises à travers la ligne d'articulation AB (c'est-à-dire d'une part la force par unité de longueur statiquement équivalente aux efforts tranchants et aux moments de torsion, donnée par l'équation générale de Thomson et Tait, soit :

$$q_n = \frac{\partial m_n}{\partial n} - 2\frac{\partial m_{ns}}{\partial s}$$

et d'autre part les forces m_{nsA} et m_{nsB} agissant aux deux extrémités A et B et dues aux moments de torsion en ces points).

Pour cela nous prenons les moments des forces par rapport au point O. Nous obtenons, en appelant s_A et s_B les distances OA et OB :

$$k_B \cdot s_B - k_A \cdot s_A = m_{nsB} \cdot s_B - m_{nsA} \cdot s_A + \int_{s_A}^{s_B} q_n \cdot s \cdot \mathrm{d}s$$

$$= m_{nsB} \cdot s_B - m_{nsA} \cdot s_A + \int_{s_A}^{s_B} \left(s\frac{\partial m_n}{\partial n} - 2s\frac{\partial m_{ns}}{\partial s} \right) \mathrm{d}s$$

Or, nous avons établi plus haut la relation :

$$s\frac{\partial m_n}{\partial n} = 2(m_t - m_{ns})$$

D'où :

$$k_B \cdot s_B - k_A \cdot s_A = m_{nsB} \cdot s_B - m_{nsA} \cdot s_A + \int_{s_A}^{s_B} \left[2m_t - 2\left(m_{ns} + s\frac{\partial m_{ns}}{\partial s} \right) \right] \mathrm{d}s$$

$$= m_{nsB} \cdot s_B - m_{nsA} \cdot s_A + 2m_t(s_B - s_A) - 2m_{nsB}s_B + 2m_{nsA}s_A$$

et enfin :

$$\boxed{k_A \cdot s_B - k_A \cdot s_A = -(m_{nsB} - 2m_t)s_B + (m_{nsA} - 2m_t)s_A} \tag{4}$$

Cette relation est inchangée pour le cas particulier d'une armature orthotrope et devient dans le cas d'une armature isotrope :

$$k_A \cdot s_B - k_A \cdot s_A = - m_{nsB} \cdot s_B + m_{nsA} \cdot s_A$$

Il résulte de la forme de l'expression ci-dessus que plusieurs cas sont à envisager.

1er cas : La ligne d'articulation n'est pas astreinte à passer par un point fixe (deux degrés de liberté).

En ce cas, il est possible de lui faire subir successivement une rotation autour de chacune de ses deux extrémités A et B.

La relation (4) appliquée successivement en considérant le point O comme confondu avec le point B ($s_B = 0$) et avec le point A ($s_A = 0$) donne :

$$\boxed{\begin{aligned} k_A &= - m_{nsA} + 2m_t \\ k_B &= - m_{nsB} + 2m_t \end{aligned}} \qquad (5)$$

En ce cas, les forces terminales peuvent donc être déterminées.

2e cas : La ligne d'articulation est astreinte à passer par un point fixe O distinct de ses extrémités (un seul degré de liberté).

En ce cas il faut prendre la relation (4) sous sa forme générale :

$$k_B \cdot s_B - k_A \cdot s_A = - (m_{nsB} - 2m_t) s_B + (m_{nsA} - 2m_t) s_A$$

Les deux forces terminales k_A et k_B ne peuvent pas être déterminées individuellement. Toutefois la somme de leurs moments par rapport à un axe passant par le point fixe O est connue. Or, c'est précisément cette somme qui interviendra normalement en ce cas dans la méthode d'équilibre.

Un cas particulier de ce 2e cas est celui où le point fixe O est situé à l'infini sur le prolongement de AB. En d'autres termes il s'agit d'une ligne d'articulation qui est astreinte à rester parallèle à une direction fixe.

On peut poser en ce cas $s_B - s_A = l$ et la relation (4) peut s'écrire :

$$k_B \left(1 + \frac{l}{s_A}\right) - k_A = - (m_{nsB} - 2m_t) \cdot \left(1 + \frac{l}{s_A}\right) + (m_{nsA} - 2m_t)$$

d'où en faisant $s_A \to \infty$:

$$\boxed{k_B - k_A = - m_{nsB} + m_{nsA}} \qquad (6)$$

Ici encore, les deux forces terminales ne peuvent pas être déterminées directement. Toutefois, leur somme algébrique est connue, ce qui permet de calculer la somme des moments de ces forces par rapport à un axe parallèle à

la direction fixe de la ligne d'articulation. C'est encore cette somme qui interviendra normalement en ce cas dans la méthode d'équilibre.

3e cas : L'une des deux extrémités de la ligne d'articulation est fixe (un seul degré de liberté).

Supposons que l'une des deux extrémités A par exemple, soit fixée *a priori* (par exemple pour des raisons de symétrie ou bien par suite de la présence en A d'une forte charge concentrée ou d'une discontinuité de bord de la dalle). On dit encore que l'extrémité A est « ancrée » ou « stationnaire ».

En faisant $s_A = 0$ dans la relation (4), on obtient :

$$k_B = -m_{nsB} + 2m_t$$

La force terminale à l'extrémité mobile B est donc déterminée.

Par contre la force terminale à l'extrémité fixe A est inconnue. Si l'on tente de la calculer en exprimant l'équilibre des forces verticales qui agissent sur la ligne d'articulation, on obtient :

$$k_B - k_A = F_{AB} + m_{nsB} - m_{nsA}$$

où F_{AB} représente la force verticale totale agissant sur la longueur AB entre les points A et B.

En remplaçant k_B par sa valeur, on a :

$$k_A = -F_{AB} + 2m_t - 2m_{nsB} + m_{nsA}$$

La force terminale k_A ne pourrait donc être déterminée que si F_{AB} était connue.

4e cas : Les deux extrémités de la ligne d'articulation sont fixes.

En ce cas il n'est possible de calculer directement les forces terminales ni à l'une, ni à l'autre extrémité.

En résumé, l'expression générale de la force terminale agissant à une extrémité d'une ligne d'articulation est $-m_{ns} + 2m_t$. *Cette expression n'est utilisable que dans les cas suivants :*

a) aux deux extrémités d'une ligne d'articulation dont aucun point n'est fixé a priori;

b) aux deux extrémités d'une tigne d'articulation astreinte à passer par un point fixe, à condition que ce point soit distinct des extrémités et que les forces terminales ainsi calculées ne soient utilisées qu'en vue du calcul de la somme de leurs moments par rapport à un axe passant par le point fixe ;

c) à l'extrémité mobile d'une ligne d'articulation dont l'autre extrémité est fixée a priori.

La force terminale à une extrémité fixe d'une ligne d'articulation ne peut pas être calculée directement par l'expression $-m_{ns} + 2m_t$.

8.2314. *Calcul des forces nodales*

Si un élément rigide (12) faisant partie d'un mécanisme est limité par deux lignes d'articulation 1 et 2, numérotées dans le sens trigonométrique en traversant l'élément (12), la force nodale K_{12} agissant sur l'élément (12) à l'intersection A de ces deux lignes est la résultante des forces terminales correspondant en A à chacune de ces deux lignes : $K_{12} = k_2 - k_1$

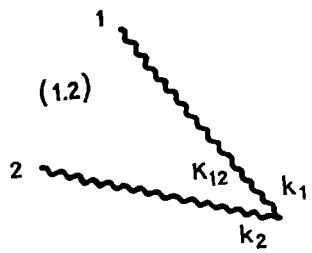


FIG. 8.12.

Les forces nodales sont considérées comme positives lorsqu'elles agissent vers le bas.

A condition que le point A ne soit pas un point fixe, on aura :

$$K_{12} = -m_{ns2} + 2m_{t2} + m_{ns1} - 2m_{t1}$$

soit :

$$K_{12} = m_{ns1} - m_{ns2} - 2(m_{t1} - m_{t2}) \qquad (7)$$

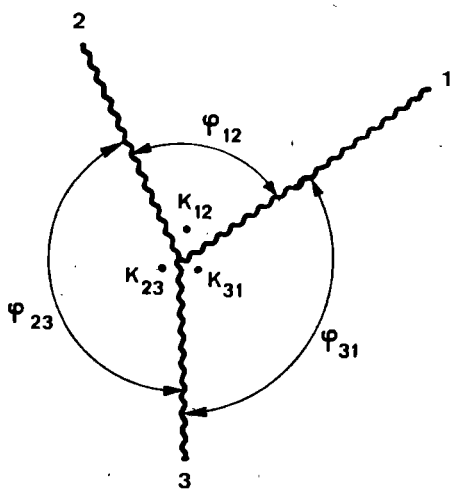


FIG. 8.13.

Rappelons que, dans cette expression :

m_{ns1} et m_{ns2} représentent les moments de torsion terminaux réels sur chacune des deux lignes 1 et 2, m_{t1} et m_{t2} représentant les valeurs des moments de torsion du critère de rupture de Johansen sur chacune des deux lignes 1 et 2.

Pour pouvoir expliciter l'expression des forces nodales nous considérons maintenant l'intersection de trois lignes d'articulation numérotées 1, 2 et 3 dans le sens trigonométrique, en traversant les éléments rigides de dalle correspondants.

Les expressions des forces nodales agissant en A sur chacun des trois éléments rigides 12, 23, 31 sont respectivement :

$$\begin{cases} K_{12} = m_{ns1} - m_{ns2} - 2(m_{t1} - m_{t2}) \\ K_{23} = m_{ns2} - m_{ns3} - 2(m_{t2} - m_{t3}) \\ K_{31} = m_{ns3} - m_{ns1} - 2(m_{t3} - m_{t1}) \end{cases} \tag{8}$$

Remplaçons m_{ns}, m_{ns2} et m_{ns3} par leurs valeurs calculées en 8.1232-3, à savoir :

$$\begin{cases} m_{ns1} = \dfrac{m_{n1} - m_{n2}}{2} \cot \varphi_{12} - \dfrac{m_{n2} - m_{n3}}{2} \cot \varphi_{23} \\ \qquad\qquad + \dfrac{m_{n3} - m_{n1}}{2} \cot \varphi_{31} \\ m_{ns2} = \dfrac{m_{n2} - m_{n3}}{2} \cot \varphi_{23} - \dfrac{m_{n3} - m_{n1}}{2} \cot \varphi_{31} \\ \qquad\qquad + \dfrac{m_{n1} - m_{n2}}{2} \cot \varphi_{12} \\ m_{ns3} = \dfrac{m_{n3} - m_{n1}}{2} \cot \varphi_{31} - \dfrac{m_{n1} - m_{n2}}{2} \cot \varphi_{12} \\ \qquad\qquad + \dfrac{m_{n2} + m_{n3}}{2} \cot \varphi_{23} \end{cases}$$

Nous obtenons les expressions des forces nodales :

$$\begin{cases} K_{12} = (m_{n1} - m_{n3}) \cot \varphi_{13} - (m_{n2} - m_{n3}) \cot \varphi_{23} - 2(m_{t1} - m_{t2}) \\ K_{23} = (m_{n2} - m_{n1}) \cot \varphi_{21} - (m_{n3} - m_{n1}) \cot \varphi_{31} - 2(m_{t2} - m_{t3}) \\ K_{31} = (m_{n3} - m_{n2}) \cot \varphi_{32} - (m_{n1} - m_{n2}) \cot \varphi_{12} - 2(m_{t3} - m_{t1}) \end{cases} \tag{9}$$

REMARQUE 1

Les expressions (8.249) ne sont pas identiques aux expressions des forces nodales données par Johansen (Réf. 3) ou Jones (Réf. 14). La raison en est que ces auteurs admettent le critère de rupture « en escalier » de Johansen, défini en 8.1232-2 et selon lequel agissent dans la ligne d'articulation :

un moment de flexion normal constant :

$$m_n = \sum_{i=1}^{i=r} m_i \cos^2 \theta_i$$

un moment de torsion constant :

$$m_t = \sum_{i=1}^{i=r} m_i \sin \theta_i \cos \theta_i$$

Or, les expressions (9) sont basées sur l'hypothèse du critère du moment normal :

$$m_n = \sum_{i=1}^{i=r} m_i \cos^2 \theta_i$$

le moment de torsion n'étant pas spécifié. L'emploi de ces expressions suppose donc que, lorsque l'on écrit les équations d'équilibre des éléments rigides du mécanisme, on ne tient pas compte du moment de torsion m_t donné par le critère de rupture de Johansen.

Pratiquement, il est plus commode d'écrire les équations d'équilibre en tenant compte non seulement du moment normal m_n mais aussi du moment de torsion m_t du critère de rupture de Johansen.

En effet considérons une ligne d'articulation faisant avec l'axe de rotation de l'élément rigide correspondant un angle β.

Supposons que la ligne d'articulation AB corresponde à un système d'armature orthotrope de moments principaux m et μm. Soit α l'angle du moment m avec l'axe de rotation de l'élément :

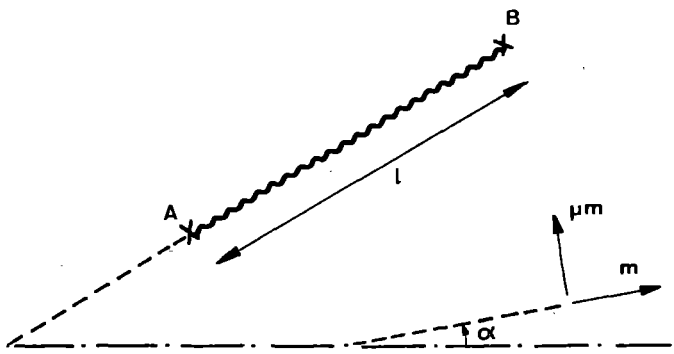


FIG. 8.14.

Utilisons tout d'abord le critère du moment normal.

Le moment normal à la ligne d'articulation, par unité de longueur est

$$m_n = m \cos^2 (\beta - \alpha) + \mu m \sin^2 (\beta - \alpha)$$

La composante de ce moment sur l'axe de rotation est

$$m \cdot \cos^2 (\beta - \alpha) + \mu m \sin^2 (\beta - \alpha)] \sin \beta$$

Si nous adoptons par contre le critère « en escalier » de Johansen il suffit de projeter sur l'axe de rotation les moments principaux m et μm ce qui donne par unité de longueur un moment : $m \cos \alpha + \mu m \sin \alpha$, d'expression plus simple.

Si l'on adopte donc, par commodité cette dernière procédure, il est nécessaire de modifier les expressions des forces nodales en retranchant du second membre les moments de torsion pris en compte directement. On obtiendra les valeurs K_{12}, K'_{23} et K'_{31} telles que :

$$\begin{cases} K'_{12} = K_{12} - (m_{t2} - m_{t1}) \\ K'_{23} = K_{23} - (m_{t3} - m_{t2}) \\ K'_{31} = K_{31} - (m_{t1} - m_{t3}) \end{cases} \tag{10}$$

soit :

$$\boxed{\begin{aligned} K'_{12} &= (m_{n1} - m_{n3}) \cot \varphi_{13} - (m_{n2} - m_{n3}) \cot \varphi_{23} - (m_{t1} - m_{t2}) \\ K'_{23} &= (m_{n2} - m_{n1}) \cot \varphi_{21} - (m_{n3} - m_{n1}) \cot \varphi_{31} - (m_{t2} - m_{t3}) \\ K'_{31} &= (m_{n3} - m_{n2}) \cot \varphi_{32} - (m_{n1} - m_{n2}) \cot \varphi_{12} - (m_{t3} - m_{t1}) \end{aligned}} \tag{11}$$

On peut montrer que ces expressions sont identiques aux expressions cycliques données par Jones (Réf. 14), bien que la forme en soit quelque peu différente.

En effet, l'expression donnée par Jones pour la force nodale Q_{12} est (cf. Réf. 14, p. 147. équ. 9.12) :

$$Q_{12} = (m_{n3} - m_{n1})_3 \cot \varphi_{13} - (m_{n3} - m_{n2})_3 \cot \varphi_{23} + (m_{t2})_3 - (m_{t1})_3$$

ou $(m_{n1})_3$, $(m_{n2})_3$ et $(m_{n3})_3$ sont les moments normaux sur la ligne 3 dus aux système d'armature correspondant respectivement aux lignes 1, 2, 3 et $(m_{t1})_3$, $(m_{t2})_3$ sont les moments de torsion sur la ligne 3 dus aux systèmes d'armature correspondant respectivement aux lignes 1 et 2.

On établit facilement les relations :

$$m_{n1} \cot \varphi_{13} - m_{t1} = (m_{n1})_3 \cot \varphi_{13} + (m_{t1})_3$$

et

$$- m_{n2} \cot \varphi_{23} + m_{t2} = - (m_{n2})_3 \cot \varphi_{23} - (m_{t2})_3$$

qui permettent de mettre l'expression de K'_{12} de (11) sous la forme :

$$K'_{12} = (m_{n1} - m_{n3})_3 \cot \varphi_{13} - (m_{n2} - m_{n3})_3 \cot \varphi_{23} + (m_{t1})_3 - (m_{t2})_3$$

Par ailleurs $K'_{12} = - Q_{12}$ compte tenu de la convention de signe différente (Jones prenant Q_{12} positif vers le haut). Les deux expressions sont donc identiques.

Les expressions des forces nodales, avec la notation de Jones pour les moments mais la convention de signe adoptée précédemment dans cet exposé, s'écrivent :

$$
\begin{aligned}
K'_{12} &= (m_{n1} - m_{n3})_3 \cot \varphi_{13} - (m_{n2} - m_{n3})_3 \cot \varphi_{23} + (m_{t1})_3 - (m_{t2})_3 \\
K'_{23} &= (m_{n2} - m_{n1})_1 \cot \varphi_{21} - (m_{n3} - m_{n1})_1 \cot \varphi_{31} + (m_{t2})_1 - (m_{t3})_1 \\
K'_{31} &= (m_{n3} - m_{n2})_2 \cot \varphi_{32} - (m_{n1} - m_{n2})_2 \cot \varphi_{12} + (m_{t3})_2 - (m_{t1})_2
\end{aligned}
\tag{12}
$$

REMARQUE 2

Pour que l'équilibre des forces nodales puisse être réalisé au nœud, il n'est pas possible que plus de trois lignes d'articulation à systèmes d'armature distincts y convergent. Toutefois, dans le cas particulier où toutes les lignes d'articulation convergentes correspondent au même système d'armature, les moments principaux sur chaque ligne coïncident en grandeur et en direction au point d'intersection. En ce cas particulier, un nombre quelconque de lignes d'articulation peuvent converger au nœud.

En ce cas les moments de torsion terminaux réels m_{ns} étant égaux aux moments de torsion du critère de rupture de Johansen, toutes les forces nodales sont nulles. Cette conclusion n'est évidemment valable que dans le cas où le nœud considéré n'est pas un nœud fixe.

REMARQUE 3

Cas particulier des bords libres :

Si une ligne d'articulation rencontre un bord libre (non appuyé), la force terminale due au bord libre est égale au moment de torsion terminal réel de ce bord libre, soit m_{nse}. S'il s'agissait d'un bord appuyé, la force terminale ne pourrait pas être déterminée, la réaction d'appui n'étant pas connue.

Considérons deux lignes d'articulation qui se rencontrent sur un bord libre en un point A non fixe :

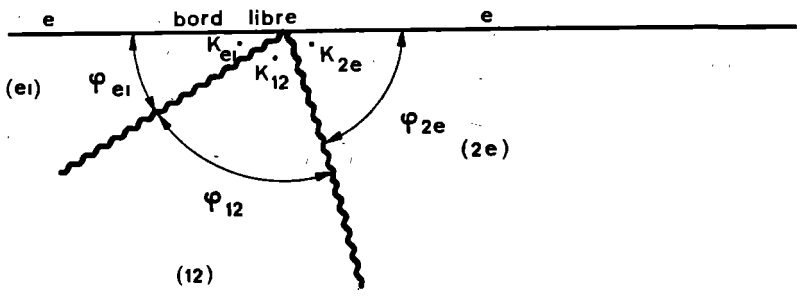


FIG. 8.15.

La force nodale qui s'exerce en A sur l'élément ($e1$) est :

$$K_{e1} = k_1 - k_e = -m_{ns1} - m_{nse} + 2m_{t1}$$

En appliquant les expressions des moments de torsion terminaux établis en 8.1232 et en remarquant que les trois lignes sont numérotées ici dans le sens trigonométrique e, 1, 2 au lieu de 1, 2, 3, on obtient :

$$-m_{ns1} - m_{nse} = -(m_{ne} - m_{n1}) \cot \varphi_{e1}$$

D'où, puisque $m_{ne} = 0$:

$$\left.\begin{aligned} K_{e1} &= m_{n1} \cot \varphi_{e1} + 2m_{t1} \\ \text{On obtiendrait de même :} & \\ K_{e2} &= -m_{n2} \cot \varphi_{2e} - 2m_{t2} \end{aligned}\right\} \quad (13)$$

ou, si les moments de torsion m_{t1} et m_{t2} du critère de Johansen sont pris en compte dans les équations d'équilibre (cf. remarque 1) :

$$\left.\begin{aligned} K'_{e1} &= m_{n1} \cot \varphi_{e1} + m_{t1} \\ K'_{e2} &= -m_{n2} \cot \varphi_{2e} - m_{t2} \end{aligned}\right\} \quad (14)$$

Les forces K_{e1} et K_{e2} (ou K_{e1} et K_{e2}) sont dites « forces nodales de bord ».

Quant à la force nodale agissant au point A sur l'élément de dalle compris entre les deux lignes d'articulation 1 et 2, elle peut être calculée en appliquant l'expression générale (9)

$$K_{12} = m_{n2} \cot \varphi_{e2} - m_{n1} \cot \varphi_{e1} - 2(m_{t1} - m_{t2})$$

ou, en appliquant l'expression générale (11) (prise en compte dans les équations d'équilibre du moment de torsion du critère de Johansen) :

$$K'_{12} = m_{n2} \cot \varphi_{e2} - m_{n1} \cot \varphi_{e1} - (m_{t1} - m_{t2})$$

Dans le cas particulier de systèmes d'armature isotropes, les expressions ci-dessus se réduisent à :

$$\left\{\begin{aligned} K_{e1} &= K'_{e1} = m_{n1} \cot \varphi_{e1} \\ K_{e2} &= K'_{e2} = -m_{n2} \cot \varphi_{e2} \\ K_{12} &= K'_{12} = m_{n2} \cot \varphi_{e2} - m_{n1} \cot \varphi_{e1} \end{aligned}\right.$$

8.232. Établissement et résolution du système des équations d'équilibre

Une fois déterminées les forces nodales calculables directement par le moyen des expressions établies ci-dessus, il est possible d'écrire les équations d'équilibre des n éléments rigides constituant le mécanisme étudié.

Dans le cas général ces équations sont au nombre de $3n$. On peut en effet pour un élément rigide donné écrire une équation d'équilibre des forces verticales et deux équations d'équilibre des moments. Le nombre des équations est réduit notamment dans le cas de symétrie ou dans le cas des éléments adjacents aux lignes d'appui.

Dans les équations d'équilibre, les inconnues sont les suivantes :

a) *Les forces nodales non calculables directement par la* méthode exposée à l'article précédent (8.231), c'est-à-dire les forces nodales aux nœuds *fixes*.

Dans le cas particulier où une charge concentrée P agit en un nœud A de lignes d'articulation, cette charge est équilibrée par des forces de signe opposé P_I, P_{II}, etc..., agissant respectivement sur les éléments rigides *I*, *II*, etc... séparés par les lignes d'articulation qui convergent au point A :

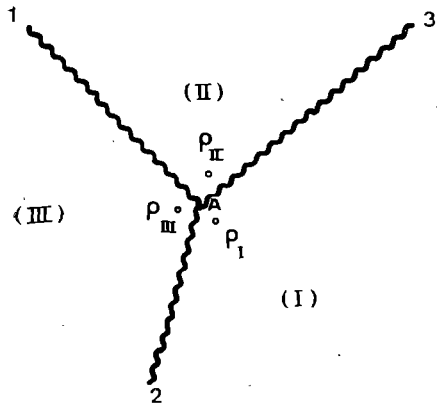


FIG. 8.16.

Les équations d'équilibre des forces verticales pour les éléments *I*, *II*, etc... permettent de déterminer les valeurs respectives des forces P_I, P_{II}, etc., qui peuvent ensuite être introduites dans les équations d'équilibre des moments pour les éléments correspondants.

b) *Les p paramètres géométriques x_1, x_2 ... x_p qui déterminent le mécanisme.*

c) *Le moment de référence m.*

[Nous avions admis en (8.22) que les rapports des divers moments résistants, positifs et négatifs, des barres d'armature de la dalle à l'un d'entre eux, m, dit moment de référence, étaient fixés *a priori* par le projeteur.]

Les charges appliquées sont considérées ici comme des données.

La résolution du système constitué par les équations d'équilibre des différents éléments rigides du mécanisme permet de déterminer les valeurs des forces nodales inconnues ainsi que les valeurs des p paramètres géométriques définissant le « meilleur » mécanisme de la famille considérée. On obtient en définitive une relation entre le moment de référence m et les charges appliquées qui correspond au « meilleur » mécanisme de la famille.

Si plusieurs familles de mécanismes possibles ont été considérées de la même manière, on en déduit, en comparant les valeurs de m obtenues pour le meilleur mécanisme de chaque famille envisagée, le mécanisme « optimum optimorum » auquel correspond pour un système de charges données le plus grand moment résistant de référence m. Les rapports des divers moments résistants des barres d'armature de la dalle à ce moment de référence ayant

été fixés par avance, ces divers moments résistants peuvent être calculés. Le dimensionnement des sections d'armature en résulte.

Il semble opportun de rappeler ici que la solution obtenue par la méthode d'équilibre des éléments rigides est une solution de borne supérieure et que seule la constitution d'un champ de moment statiquement admissible ne violant en aucun point le critère de plasticité et conduisant à la même charge limite permet d'affirmer, grâce au théorème d'unicité, que la solution « exacte » a été obtenue.

REMARQUE. — Le système des équations d'équilibre peut être résolu directement par les méthodes habituelles. On peut aussi avoir recours à une méthode d'approximations successives, qui consiste à fixer *a priori* l'ensemble des paramètres $x_1, x_2 \ldots x_p$. On aboutit ainsi pour chaque élément du mécanisme à une relation entre le moment de référence m et les charges appliquées. La comparaison des valeurs $m_1, m_2 \ldots m_n$ ainsi obtenues pour les divers éléments du mécanisme donne une indication du degré d'approximation obtenu, ainsi que du sens dans lequel il convient de déplacer les lignes d'articulation, c'est-à-dire du sens dans lequel il convient de faire varier les paramètres $x_1, x_2 \ldots x_p$ pour obtenir une meilleure approximation. On peut ainsi recommencer le calcul avec une nouvelle série de valeurs de $x_1, x_2 \ldots x_p$, et ainsi de suite jusqu'à ce que l'approximation obtenue soit estimée suffisante.

8.24. PROBLÈMES COMPLÉMENTAIRES

L'exposé qui précède avait pour objet de résumer l'essentiel des principes et du processus d'application de la théorie des lignes de rupture pour le calcul des dalles à l'état limite de rupture par flexion.

Il sera nécessaire de se reporter à la bibliographie, notamment aux références citées dans ce chapitre et dont la liste est donnée à l'article 85 (Références bibliographiques), en ce qui concerne tous les points qui n'ont pu être abordés dans le cadre limité de cet exposé, en particulier :

— *La méthode de transformation par affinité* qui permet, sous certaines conditions, d'éviter le calcul direct d'une dalle orthotrope en le remplaçant par celui d'une dalle isotrope équivalente.

Cf. notamment : Réf. 3 (pp. 67 à 74) et Réf. 12 (pp. 117 à 126).

— *L'extension de la méthode de superposition* de la théorie élastique à l'analyse limite, dans le cas où agissent simultanément plusieurs systèmes de charges.

Cf. notamment : Réf. 3 (pp. 74 à 81), Réf. 12 (pp. 41 à 45) et Réf. 16 (pp. 261 à 264).

— *Les mécanismes particuliers au voisinage des angles et au voisinage des charges concentrées ainsi que le cas général des lignes d'articulation courbes (mécanismes en éventail).*

Cf. notamment : Réf. 3 (pp. 82 à 136), Réf. 12 (pp. 28 à 36 et 52 à 57).

— *L'intéraction dalle-poutres*, lorsqu'une dalle comporte des poutres de bordure.

Cf. notamment : Réf. 3 (pp. 136 à 142), Réf. 12, Réf. 16 (pp. 264 à 269) et Réf. 28.

— *Les effets de membrane et d'arcboutement.*

Cf. notamment : Réf. 12 (pp. 225 à 261), et Réf. 16 (pp. 302 à 308).

8.3. FORMULAIRE POUR LE CALCUL PRATIQUE DES DALLES SIMPLES

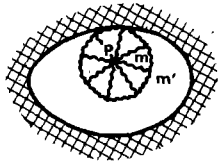
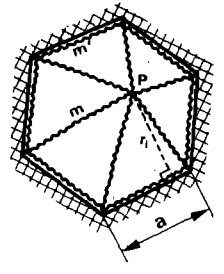
Nota

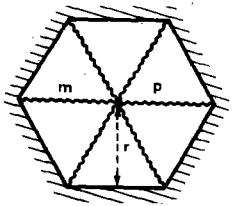
Les formules de calcul applicables à différentes formes de dalles simples qui sont données ci-après ont été établies par application de la théorie des lignes de rupture et correspondant donc, dans tous les cas, à une solution de borne supérieure (cf. 8.1233).

Pour chaque formule indiquée, les tableaux donnent la référence bibliographique afin que l'utilisateur puisse se reporter à l'ouvrage original pour obtenir les précisions nécessaires sur la validité d'application correspondante.

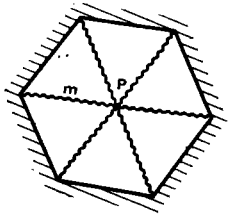
Il convient d'attirer l'attention sur le fait que les schémas de lignes d'articulation de ce formulaire sont simplifiées, en ce sens que les lignes d'articulation sont supposées issues des angles des côtés d'appui. En fait, les lignes d'articulation divergent au voisinage des angles et il en résulte une réduction de la capacité portante de la dalle. Cette réduction, pour une valeur donnée de l'angle considéré, est maximale si aucune armature négative n'est prévue dans l'angle. Elle est d'autant plus faible que le moment résistant négatif dans l'angle est plus élevé. Ce point ne peut être traité dans le cadre limité de cet exposé simplifié mais le lecteur pourra se reporter à ce sujet à l'ouvrage de Johansen (Réf. 3) ainsi qu'à celui de Wood (Réf. 12). A titre indicatif, les pourcentages d'accroissement du moment ultime pouvant être pris en compte en première approximation pour tenir compte de l'effet d'angle pour des valeurs données du rapport $\frac{m'}{m}$ ont été indiqués dans les tableaux du formulaire.

Par ailleurs, dans la dernière colonne des tableaux du formulaire, il a été mentionné, le cas échéant, que la solution de borne supérieure donnée était la solution « *exacte* » (c'est-à-dire que l'existence d'une solution de borne inférieure conduisant au même résultat avait été démontrée). L'attention doit être attirée sur le fait que, dans tous les cas où cette mention n'est pas fournie, la solution donnée constitue à priori une solution de borne supérieure et doit donc être utilisée avec toute la prudence requise.

Type de dalle	Charge	Mode d'appui	Armature positive	Armature négative	Relation moment-charge	Influence des angles	Solution de borne supérieure		Solution de borne inférieure
							Référence bibliographique	Référence expérimentale	
DALLE ENCASTRÉE DE FORME QUELCONQUE 	Concentrée en un point quelconque	Encastrement	m isotrope	$m' = m \cdot \varphi$	$m = \frac{P}{2\pi(1+\varphi)}$				Solution exacte (Haythornwaite and Shield) Réf. 9, cités par NIELSEN (Réf. 20, p. 63)
Cas particulier : dalle en forme de polygone convexe régulier encastré sur son contour									
	Concentrée en un point quelconque	Encastrement	m isotrope	$m' = m \cdot \varphi$	*En plus du mécanisme général indiqué ci-dessus*, il existe un autre schéma de rupture, parfois utilisé, qui conduit à un moment de rupture moins élevé, soit : $m = \frac{P}{(1+\varphi)\sum_{i=1}^{i=n} \frac{a}{r_i}}$ Ce dernier schéma, qui n'a d'ailleurs pas été observé expérimentalement, conduit donc à une solution de borne supérieure non justifiée et *ne doit pas être utilisée pour le dimensionnement.*				

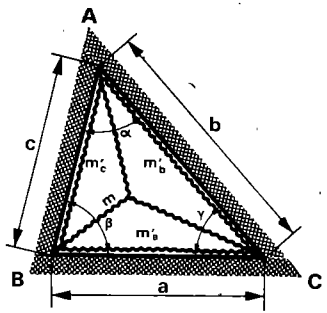
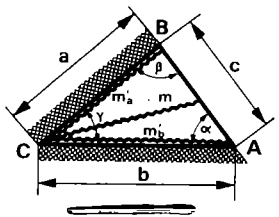
Type de dalle	Charge	Mode d'appui	Armature positive	Armature négative	Relation moment-charge	Influence des angles	Solution de borne supérieure		Solution de borne inférieure
							Référence bibliographique	Référence expérimentale	
DALLE EN FORME DE POLYGONE CONVEXE RÉGULIER 	Uniforme : p (charge totale : P)	Appui simple sur le pourtour	m isotrope	$m' = 0$	$m = \frac{pr^2}{6}$ *Cas particuliers :* n : m 3 : $\frac{P}{31,2}$ 4 : $\frac{P}{24}$ 5 : $\frac{P}{21,8}$ 6 : $\frac{P}{20,8}$ 8 : $\frac{P}{19,8}$ ∞ (cercle) : $\frac{P}{18,8}$		JOHANSEN Réf. 3, page 61		Solution exacte NIELSEN Réf. 20 page 62

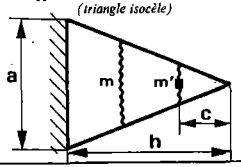
Type de dalle	Charge	Mode d'appui	Armature positive	Armature négative	Relation moment-charge	Influence des angles	Solution de borne supérieure		Solution de borne inférieure
							Référence bibliographique	Référence expérimentale	
DALLE EN FORME DE POLYGONE CONVEXE RÉGULIER, SIMPLEMENT APPUYÉE SUR SON CONTOUR	Concentrée au centre	Appui simple	m isotrope	$m' = 0$	$m = \frac{P}{2n \operatorname{tg} \frac{\pi}{n}}$				Solution exacte NIELSEN, Réf. 20 page 62

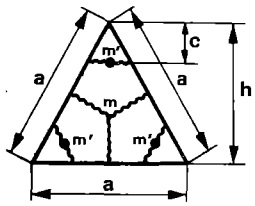
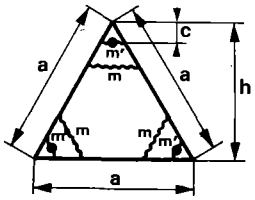
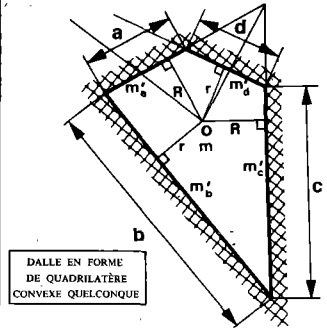


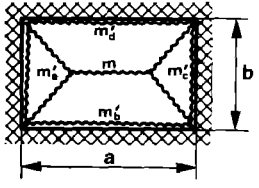
Cas particuliers

n	m
3	$\frac{P}{10,39}$
4	$\frac{P}{8}$
6	$\frac{P}{6,93}$
8	$\frac{P}{6,63}$

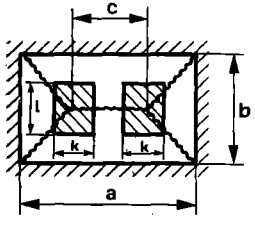
Type de dalle	Charge	Mode d'appui	Armature positive	Armature négative	Relation moment-charge	Influence des angles	Solution de borne supérieure : Référence bibliographique	Solution de borne supérieure : Référence expérimentale	Solution de borne inférieure
DALLE TRIANGULAIRE 1 – *Appui sur les trois côtés*  	Uniforme : p (Charge totale P)	Encastrement sur les trois côtés	m isotrope	$m'_a = \varphi_a \cdot m$ $m'_b = \varphi_b \cdot m$ $m'_c = \varphi_c \cdot m$	$m = \dfrac{P \cdot \sin A \cdot \sin B \cdot \sin C}{3(\sqrt{1+\varphi_a} \cdot \sin A + \sqrt{1+\varphi_b} \cdot \sin B + \sqrt{1+\varphi_c} \cdot \sin C)^2}$		JOHANSEN réf. 4, page 111		
	Cas particulier du triangle équilatéral ($a = b = c$), avec $m'_a = m'_b = m'_c$								
	id.	*id.*	*id.*	$m'_a = \varphi \cdot m$ $m'_b = \varphi \cdot m$ $m'_c = \varphi \cdot m$	$m = \dfrac{1}{1+\varphi} \dfrac{P}{31{,}2}$	Armature négative dans les angles $\dfrac{m'}{m}$ / Moment d'encastrement sur les rives φ / Accroissement du moment ultime % : 1 — 0 — 6 % 1 — m — 19,5 %$_a$			
2 – *Appui sur deux côtés*  	Uniforme : p (Charge totale P)	Encastrement	m isotrope	$m'_a = \varphi_a \cdot m$ $m'_b = \varphi_b \cdot m$	$m = \dfrac{2}{3} \dfrac{P}{k} \operatorname{tg} \dfrac{\gamma}{2}$ Avec : $k = (\sqrt{1+\varphi_a} + \sqrt{1+\varphi_b})^2 + \ldots$ $\ldots + 2 \operatorname{tg} \dfrac{\gamma}{2} (\varphi_a \cdot \operatorname{cotg} \beta + \varphi_b \cdot \operatorname{cotg} \alpha) \ldots$ $\ldots - \operatorname{tg}^2 \dfrac{\gamma}{2} (\sqrt{1+\varphi_a} - \sqrt{1+\varphi_b})^2$ Si l'angle des côtés d'appui est droit, cette formule devient : $m = \dfrac{P}{2\{3\sqrt{(1+\varphi_a)(1+\varphi_b)} + \varphi_a \operatorname{tg} \alpha + \varphi_b \operatorname{cotg} \alpha\}}$		JOHANSEN réf. 4, page 117		

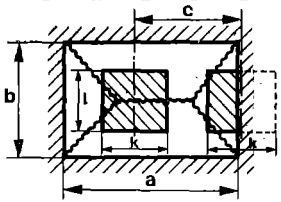
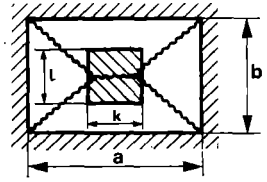
Type de dalle	Charge	Mode d'appui	Armature positive	Armature négative	Relation moment-charge	Influence des angles			Solution de borne supérieure		Solution de borne inférieure
									Référence bibliographique	Référence expérimentale	
	Cas particulier : $m'_a = m'_b = \varphi \cdot m$										
	Uniforme : P (Charge totale P)	Encastrement	m isotrope	$m'_a = m'_b = \varphi \cdot m$	$m = \dfrac{P}{3\left[2(1+\varphi)\cot\frac{\gamma}{2} + \varphi(\cot\alpha + \cot\beta)\right]}$ Si l'angle des côtés d'appui est droit, cette formule devient : $m = \dfrac{P}{3[2(1+\varphi) + \varphi(\operatorname{tg}\alpha + \cot\alpha)]}$	Armature négative dans l'angle γ $\frac{m'}{m}$	Valeur du coefficient φ	Accroissement du moment ultime %			
							$\gamma = 45°$				
						0 1 1	0 0 1	26 14 23			
							$\gamma = 90°$				
						0	0	15			
							$\gamma = 135°$				
						0	0	12			
	Cas particulier de l'appui simple sur les deux côtés										
	id.	Appui simple	*id.*	$m'_a = m'_b = 0$	$m = \dfrac{P}{6}\operatorname{tg}\dfrac{\gamma}{2}$ Si l'angle des côtés d'appui est droit, cette formule devient : $m = \dfrac{P}{6} = \dfrac{p \cdot a \cdot b}{12}$				Solution établie directement par WOOD, réf. 12, page 27		
3 – *Appui sur un côté et un appui ponctuel (triangle isocèle)* 	Uniforme : p	Appui simple sur le côté	m isotrope	m' : moment négatif sur l'appui ponctuel	$m = \dfrac{1}{8}ph^2\dfrac{\frac{2}{3}-\frac{c}{h}}{\frac{1}{2}+\frac{c}{h}}$ $m' = \dfrac{1}{6}p \cdot c^2$				JOHANSEN réf. 4, page 122 art. 3,34		

Type de dalle	Charge	Mode d'appui	Armature positive	Armature négative	Relation moment-charge	Influence des angles	Solution de borne supérieure		Solution de borne inférieure
							Référence bibliographique	Référence expérimentale	
4 – *Appui en trois points (triangle équilatéral)*									
4.1 $\frac{c}{h} \geqslant \frac{1}{8}$ 	Uniforme : p	Appui simple sur les appuis ponctuels	m isotrope	m' : moment négatif sur les appuis ponctuels	$m = \frac{P}{\sqrt{3}}\left(\frac{7}{18} - \frac{c}{h}\right)$ $m' = \frac{1}{6} p \cdot c^2$		JOHANSEN, réf. 4, page 123 article 3.41		
4.2 $\frac{c}{h} < \frac{1}{8}$ 	*id.*	*id.*	*id.*	*id.*	$m = \frac{P}{2\sqrt{3}}\left[1 - 3\left(\frac{c}{2h}\right)^{\frac{2}{3}}\right]$ $m' = \frac{1}{6} p \cdot c^2$		JOHANSEN, réf. 4, page 123 article 3.43		
	Uniforme : p	Encastrement sur les quatre côtés	m isotrope	m'_a m'_b m'_c m'_d	$m = \frac{p \cdot r \cdot R}{2\left(1 + \frac{r}{R} + \frac{R}{r}\right)} - m_0$ Avec : $m_0 = \frac{a \cdot m'_a + b \cdot m'_b + c \cdot m'_c + d \cdot m'_d}{a + b + c + d}$ N.B. — Cette formule n'est valable que si la projection du point 0 (intersection des bissectrices intérieures des deux angles formés respectivement par deux côtés opposés) reste à l'intérieur du contour de la dalle.		JOHANSEN, réf. 4, page 123 et réf. 4, annexe, page IX		

Type de dalle	Charge	Mode d'appui	Armature positive	Armature négative	Relation moment-charge	Influence des angles	Solution de borne supérieure		Solution de borne inférieure
							Référence bibliographique	Référence expérimentale	
DALLE RECTANGULAIRE *1 – Appui sur les quatre côtés* 1.1 – Charge uniformément répartie sur toute la surface de la dalle. 	Uniforme : p	Encastrement sur les côtés	m isotrope	$m'_a = \varphi_a \cdot m$ $m'_b = \varphi_b \cdot m$ $m'_c = \varphi_c \cdot m$ $m'_d = \varphi_d \cdot m$	$m = \dfrac{p \cdot a_r \cdot b_r}{8\left(1 + \dfrac{a_r}{b_r} + \dfrac{b_r}{a_r}\right)}$ avec : $a_r = \dfrac{2a}{\sqrt{1+\varphi_a} + \sqrt{1+\varphi_c}}$ $b_r = \dfrac{2b}{\sqrt{1+\varphi_b} + \sqrt{1+\varphi_d}}$ N.B. — Si 1, 2 ou 3 côtés de la dalle sont simplement appuyés, le moment ultime m est obtenu en égalant à zéro, dans la formule ci-dessus, les coefficients φ_i correspondant à ces côtés. La formule s'applique évidemment aux dalles carrées.		JOHANSEN réf. 4, page 6		
	1er cas particulier : $m'_a = m'_b = m'_c = m'_d = \varphi \cdot m$								
	id.	*id.*	*id.*	$m'_a = \varphi \cdot m$ $m'_b = \varphi \cdot m$ $m'_c = \varphi \cdot m$ $m'_d = \varphi \cdot m$	$m = \dfrac{p \cdot a \cdot b}{8(1+\varphi)\left(1 + \dfrac{a}{b} + \dfrac{b}{a}\right)}$	Armature négative dans les angles $\dfrac{m'}{m}$: 1 Valeur du coefficient φ : 1 Accroissement du moment ultime % : 1	Application de la formule ci-dessus		

Type de dalle	Charge	Mode d'appui	Armature positive	Armature négative	Relation moment-charge	Influence des angles	Solution de borne supérieure : Référence bibliographique	Solution de borne supérieure : Référence expérimentale	Solution de borne inférieure
	Uniforme : p	Encastrement sur les côtés	m isotrope	$m'_a = \varphi \cdot m$ $m'_b = \varphi \cdot m$ $m'_c = \varphi \cdot m$ $m'_d = \varphi \cdot m$		N.B. — La valeur de l'accroissement du moment ultime indiquée ci-dessus, a été établie en admettant que le rapport du plus grand au plus petit côté du rectangle était égal à 3. Si ce rapport est compris entre 1 et 3, on pourra interpoler linéairement entre cette valeur et la valeur indiquée ci-dessous pour une dalle carrée.			
					Cas particulier de la dalle carrée				
					$m = \frac{pa^2}{24(1+\varphi)}$	Armature négative dans les angles : 1 ; Valeur du coefficient φ : 1 ; Accroissement du moment ultime % : 9,5			
	2e cas particulier : dalle rectangulaire simplement appuyée sur les quatre côtés								
	id.	*id.*	*id.*	$m'_a = m'_b = 0$ $m'_c = m'_d = 0$	$m = \frac{p \cdot a \cdot b}{8\left(1 + \frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)}$	Armature négative dans les angles : 0 ; Accroissement du moment ultime % : 4 1 ; 0	JOHANSEN réf. 4, page 6	Figure de rupture obtenue expérimentalement réf. 3 et réf. 1	Cette solution peut être considérée comme une « solution exacte » : cf. MASSONNET et SAVE, réf. 16 pages 278-280

Type de dalle	Charge	Mode d'appui	Armature positive	Armature négative	Relation moment-charge	Influence des angles	Solution de borne supérieure		Solution de borne inférieure
							Référence bibliographique	Référence expérimentale	
						N.B. — Les valeurs de l'accroissement du moment ultime indiquées ci-dessus, ont été établies en admettant que le rapport du plus grand au plus petit côté du rectangle était égal à 3. Si ce rapport est compris entre 1 et 3, on pourra interpoler linéairement entre ces valeurs indiquées ci-dessous pour une dalle carrée.			
					Cas particulier de la dalle carrée				
					$m = \frac{p \cdot a^2}{24}$	Armature négative dans les angles $\frac{m'}{m}$ / Accroissement du moment ultime % : 0 → 8,5 ; 0,5 → 2 ; 1 → 0			
1.2 – Charge uniformément répartie sur deux aires rectangulaires 	a) *La charge est répartie sur deux aires égales situées entièrement à l'intérieur de la dalle et disposée symétriquement par rapport à l'axe de celle-ci*								
	Charge totale : $2P$	Appui simple sur les 4 côtés	m isotrope	$m'_a = m'_b = 0$ $m'_c = m'_d = 0$	$m = \frac{P}{6} \cdot \frac{a-c}{2a-c} \cdot \frac{2a-k}{a} \cdot \frac{2b-1}{b}$		JOHANSEN réf. 4, pages 14-15 et réf. 6		

Type de dalle	Charge	Mode d'appui	Armature positive	Armature négative	Relation moment-charge	Influence des angles	Solution de borne supérieure		Solution de borne inférieure
							Référence bibliographique	Référence expérimentale	
	b) *La charge est répartie sur deux aires égales. Une partie de l'une de ces deux aires est extérieure à la dalle.*								
	Charge totale : $p + p'$	Appui simple sur les 4 côtés	m isotrope	$m'_a = m'_b = 0$ $m'_c = m'_d = 0$	$m = \frac{P}{12} \cdot \frac{a + k - c}{a + k} \cdot \frac{2a - k}{a} \cdot \frac{2b - 1}{b}$		JOHANSEN réf. 4, pages 14-15 et réf. 6		
	c) *La charge est répartie sur une aire concentrique à la dalle.*								
	Charge totale : p	*id.*	*id.*	*id.*	$m_1 = \frac{P}{24} \cdot \frac{2a - k}{a} \cdot \frac{2b - 1}{b}$		*id.*		

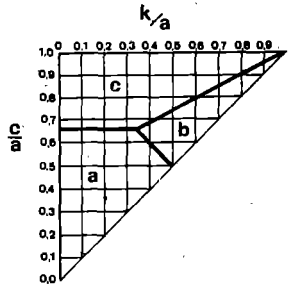
Cas des charges mobiles

Lorsque les deux aires chargées peuvent se déplacer dans la direction de la droite joignant leurs centres, la position de ces aires qui conduit au moment le plus grand dans la dalle dépend de leurs dimensions (k, l) et de leur écartement (c). Cette position la plus défavorable est toujours l'une de celles définies au cas a, b, c ci-dessus.

La détermination de la position la plus défavorable des deux aires, ainsi que des formules correspondantes peut être faite à l'aide du tableau et de la figure ci-dessous.

$a \geq 3k$	Position la plus défavorable
$a > \frac{3}{2}c$	Cas a
$a < \frac{3}{2}c$	Cas c

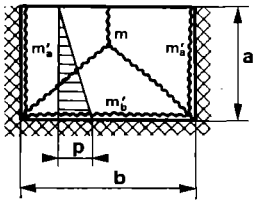
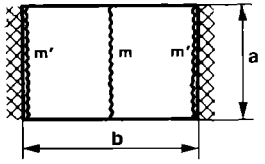
$a < 3k$	Position la plus défavorable
$a > c + k$	Cas a
$c + k > a > 2c - k$	Cas b
$2c - k > a$	Cas c

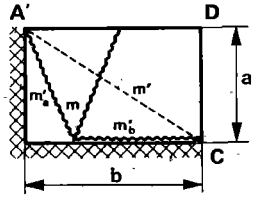


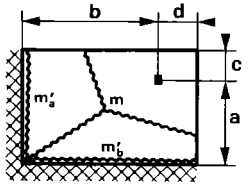
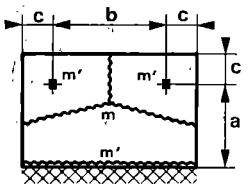
N.B. — 1° Ces formules ont été établies dans le cas où le rapport du plus grand au plus petit côté de la dalle est au plus égal à $\frac{3}{2}$.

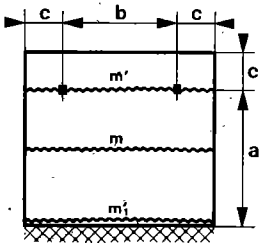
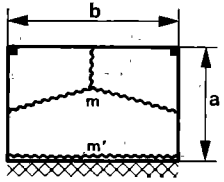
2° Si un ou plusieurs côtés de la dalle sont encastrés, on pourra diminuer le moment m calculé par les formules ci-dessus de n. 10 %, n étant le nombre de côtés encastrés.

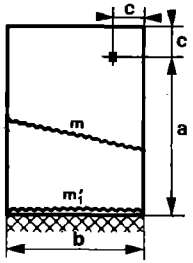
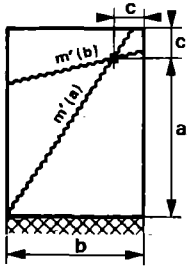
Type de dalle	Charge	Mode d'appui	Armature positive	Armature négative	Relation moment-charge	Influence des angles	Solution de borne supérieure		Solution de borne inférieure
							Référence bibliographique	Référence expérimentale	
2 – Appui sur trois côtés 2.1 – Charge uniformément répartie *a)* $a \leqslant b_r$	Uniforme : p	Encastrement sur les trois côtés	m isotrope	$m'_a = \varphi_a \cdot m$ $m'_b = \varphi_b \cdot m$ $m'_c = \varphi_c \cdot m$	$m = \dfrac{pa \cdot b_r}{3 + 12\dfrac{a}{b_r} + 2\left(1 + \dfrac{b_r}{a}\right)\varphi_b}$ avec $b_r = \dfrac{2b}{\sqrt{1+\varphi_a} + \sqrt{1+\varphi_c}}$	Armature négative dans les angles $\dfrac{m'}{m}$: 0 / 1 — Valeurs des *coefficients* $\varphi_a = \varphi_b = \varphi_c = \varphi$: 0 / 1 — Accroissement du moment *ultime* % : 11 / 9 N.B. — Ces valeurs ont été établies en admettant que le rapport du plus grand au plus petit côté du rectangle était égal à 3, l'un des plus grands côtés étant libre. Si ce rapport est compris entre 1 et 3, on pourra interpoler linéairement entre ces valeurs et les valeurs correspondantes indiquées ci-dessous, *pour une dalle carrée.* $\dfrac{m'}{m}$: 0 / 1 — φ : 0 / 1 — Δm % : 10 / 10	JOHANSEN réf. 4, page 39, 1218		
	Cas particulier : appui simple sur les trois côtés – a b								
	id.	Appui simple	*id.*	$m'_a = m'_b = m'_c = 0$	$m = \dfrac{pab}{8 + 6\dfrac{a}{b}}$				
b) $a > b_r$	Uniforme : p	Encastrement sur les trois côtés	m isotrope	$m'_a = \varphi_a \cdot m$ $m'_b = \varphi_b \cdot m$ $m'_c = \varphi_c \cdot m$	$m = \dfrac{p \cdot a_r \cdot b_r}{2\left(2 + \dfrac{b_r}{a_r} + 4\dfrac{a_r}{b_r}\right)}$ Avec : $a_r = \dfrac{a}{\sqrt{1+\varphi_b}}$ $b_r = \dfrac{2b}{\sqrt{1+\varphi_a} + \sqrt{1+\varphi_c}}$		JOHANSEN réf. 4, page 34, 1213		

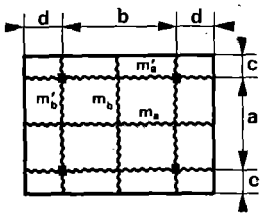
Type de dalle	Charge	Mode d'appui	Armature positive	Armature négative	Relation moment-charge	Influence des angles	Solution de borne supérieure		Solution de borne inférieure
							Référence bibliographique	Référence expérimentale	
2.2 – Charge répartie triangulaire 	Charge répartie proportionnelle à la distance au bord libre	Encastrement sur les trois côtés	m isotrope	$m'_a = \varphi_a \cdot m$ $m'_b = \varphi_b \cdot m$ $m'_c = \varphi_c \cdot m$	$m = \dfrac{\frac{1}{2} p \cdot a \cdot b_r}{6 + 16\dfrac{a}{b_r} + \left(2 + 3\dfrac{b_r}{a}\right)\varphi_b}$ Avec : $b_r = \dfrac{2b}{\sqrt{1+\varphi_a} + \sqrt{1+\varphi_c}}$ Avec la condition suivante : $a \leqslant \dfrac{b_r}{2}$ Autre formule : $m = \dfrac{\frac{1}{2} \cdot p \cdot a_r \cdot b_r}{6{,}5 + 8\dfrac{a_r}{b_r} + 6{,}5\dfrac{b_r}{a_r}}$ Avec : $a_r = \dfrac{a}{\sqrt{1+\varphi_b}}$ $b_r = \dfrac{2b}{\sqrt{1+\varphi_a} + \sqrt{1+\varphi_c}}$		JOHANSEN Réf. 4, page 42 1.224, page 43 1.228		
	Cas particulier : appui simple sur les trois côtés								
	id.	Appui simple	*id.*	$m'_a = m'_b = m'_c = 0$	$m = \dfrac{\frac{1}{2} \cdot p \cdot a \cdot b}{12 + 6{,}75\dfrac{a}{b}}$		JOHANSEN Réf. 4, page 41 1.221		
3 – *Appui sur deux côtés opposés* 	Uniforme : p	Encastrement sur les deux côtés	m isotrope	$m' = \varphi \cdot m$	$m = \dfrac{pb^2}{8(1+\varphi)}$		HOGNESTAD Réf. 8, page 14		

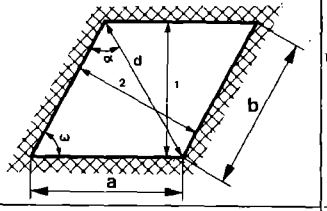
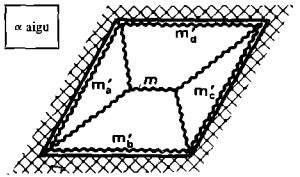
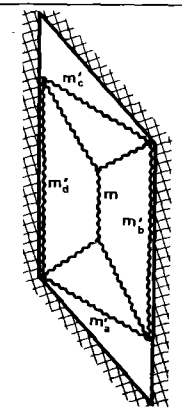
Type de dalle	Charge	Mode d'appui	Armature négative	Armature positive	Relation moment-charge	Influence des angles	Solution de borne supérieure		Solution de borne inférieure
							Référence bibliographique	Référence expérimentale	
4 – *Appui sur deux côtés adjacents*  	Uniforme : p	Encastrement sur les deux côtés	m isotrope	$m'_a = \varphi_a \cdot m$ $m'_b = \varphi_b \cdot m$ m' : moment négatif le long de la diagonale AC	On prendra en compte la plus grande des deux valeurs suivantes : $m = \dfrac{p \cdot a \cdot b_r}{1{,}5 + 3\dfrac{a}{b_r} + \left(1 + \dfrac{2b_r}{a}\right)\varphi_b}$ $m = \dfrac{p \cdot a_r \cdot b}{1{,}5 + 3\dfrac{a}{a_r} + \left(1 + \dfrac{2a_r}{b}\right)\varphi_a}$ Avec : $a_r = \dfrac{a}{\sqrt{1+\varphi_b}}$ $b_r = \dfrac{b}{\sqrt{1+\varphi_a}}$ $m' = \dfrac{p \cdot a \cdot b}{6\left(\dfrac{a}{b} + \dfrac{b}{a}\right)}$ Si la dalle est appuyée simplement sur les deux côtés, l'angle des côtés d'appui étant fixé, le moment m est donné par l'expression : $m = \dfrac{p \cdot a \cdot b}{4 + 1{,}5\dfrac{a}{b}}$ Cela pour $a \leqslant b$ N.B. — Les formules donnant le moment m sont approchées. Elles conduisent toutefois à des résultats dans le sens de la sécurité. Pour une étude plus approfondie de la question, on pourra se reporter à l'article de MM. KUANG-HAN CHU et RAM B. SINGH, réf. 19.		JOHANSEN Réf. 4, page 50 1312		

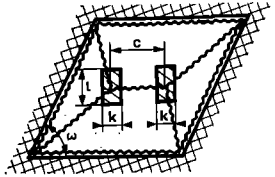
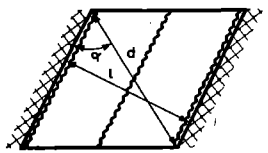
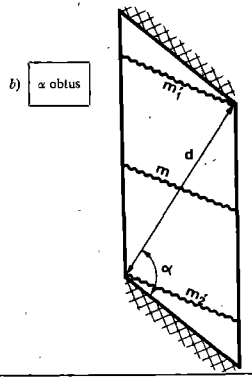
Type de dalle	Charge	Mode d'appui	Armature positive	Armature négative	Relation moment-charge	Influence des angles	Solution de borne supérieure		Solution de borne inférieure
							Référence bibliographique	Référence expérimentale	
5 – *Appui sur deux côtés adjacents et sur un appui ponctuel* $a \leqslant b \leqslant 2a$ 	Uniforme : p	Encastrement sur les deux côtés Appui simple sur l'appui ponctuel	m isotrope	$m'_a = \varphi_a \cdot m$ $m'_b = \varphi_b \cdot m$	$m = \dfrac{m_0 - 0{,}15p \cdot c \cdot d}{1 + k}$ Avec : $m_0 = \dfrac{3p \cdot a \cdot b}{8\left(2 + \dfrac{a}{b} + \dfrac{b}{a}\right)}$ $k = 0{,}6\,\dfrac{\varphi_a(a + c) + \varphi_b(b + d)}{a + b + c + d}$ Réaction sur l'appui ponctuel : $S = \dfrac{0{,}22p \cdot a \cdot b}{1 + k} + \frac{1}{3}p(a \cdot d + b \cdot c) + 2{,}5p \cdot c \cdot d$ N.B. — Ces formules sont approchées. Elles donnent des valeurs dans le sens de la sécurité.		JOHANSEN Réf. 4 page 84, 1712 page 90, 1726 page 90, 1727		
6 – *Appui sur un côté et sur deux appuis ponctuels* 6.1 – Les appuis ponctuels sont situés à l'intérieur de la dalle *a)* $a < b \leqslant 1{,}8a$ 	Uniforme : p	Encastrement sur un côté. Appui simple sur l'appui ponctuel	m isotrope	$m'_1 = m$ m' : moment négatif sur les appuis ponctuels	$m = \dfrac{P}{120}\left(4a^2 + 7a \cdot b - 50c^2 + 17{,}5\,\dfrac{b}{a}c^2\right)$ N.B. — Formule approchée : $m' = \dfrac{1}{2}p \cdot c^2$		JOHANSEN Réf. 4, page 82 1637		
	id.	Dalle simplement appuyée	*id.*	$m'_1 = 0$	$m = \dfrac{P}{72}\left(5a^2 + 4a \cdot b - 31c^2 + 9\,\dfrac{b}{a}c^2\right)$ $m' = \frac{1}{2}p \cdot c^2$ N.B. — Pour $0 < m'_1 < m$ on pourra interpoler linéairement entre les deux valeurs indiquées ci-dessus.		JOHANSEN Réf. 4, page 82 1636		

Type de dalle	Charge	Mode d'appui	Armature positive	Armature négative	Relation moment-charge	Influence des angles	Solution de borne supérieure		Solution de borne inférieure
							Référence bibliographique	Référence expérimentale	
b) $b \leqslant a$ 	Uniforme : p	Encastrement sur le côté Appui simple sur les appuis ponctuels	m isotrope	$m'_1 = m$ m' : moment négatif sur l'appui ponctuel	$m = \frac{1}{12} \cdot p \cdot a^2 - \frac{1}{6} \cdot p \cdot c^2$ $m' = \frac{1}{2} \cdot p \cdot c^2$		JOHANSEN Réf. 4, page 82 1.636		
	id.	Dalle simplement appuyée	*id.*	$m'_1 = 0$	$m = \frac{1}{8} \cdot p \cdot a^2 - \frac{1}{4} \cdot p \cdot c^2$ $m' = \frac{1}{2} \cdot p \cdot c^2$				
	N.B. — Les formules ci-dessus ne sont pas applicables pour les valeurs très petites de c. Pour de telles valeurs, on pourra effectuer une interpolation quadratique entre ces formules et celles indiquées ci-dessous.								
6.2 – Les appuis ponctuels sont situés aux angles de la dalle 	*id.*	Encastrement sur le côté Appui simple sur les appuis ponctuels	*id.*	$m' = \varphi \cdot m$	$m = \frac{p \cdot a \cdot b}{18 + 12\varphi} \left(1 + \frac{5 + 2\varphi}{4} \cdot \frac{a}{b}\right)$ Avec les conditions suivantes : $\frac{b}{a} < 2 - \frac{\varphi}{2}$ et $\varphi \leqslant 1$		JOHANSEN Réf. 4, page 78 1.631		
				Cas particulier de la dalle carrée					
				$m' = m$	$m \simeq \frac{p \cdot a^2}{11}$				
	id.	Appui simple sur le côté et les appuis ponctuels	*id.*	$m' = 0$	$m = \frac{p \cdot a \cdot b}{18} \left(1 + \frac{5}{4} \cdot \frac{a}{b}\right)$ Avec les conditions suivantes : $\frac{b}{a} < 2$ Les angles adjacents au côté d'appui sont ancrés sur ce côté.				
				Cas particulier de la dalle carrée					
				$m' = 0$	$m = \frac{p \cdot a^2}{8}$				

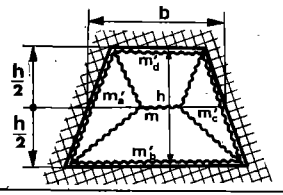
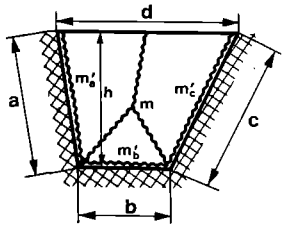
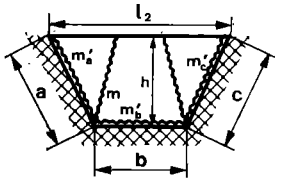
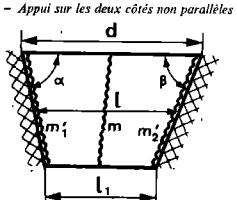
Type de dalle	Charge	Mode d'appui	Armature positive	Armature négative	Relation moment-charge	Influence des angles	Solution de borne supérieure		Solution de borne inférieure
							Référence bibliographique	Référence expérimentale	
7 – Appui sur un côté et un appui ponctuel $a \geqslant b$   	Uniforme : p	Encastrement sur le côté d'appui Appui simple sur l'appui ponctuel	m isotrope	$m'_1 = \varphi \cdot m$	$m = \frac{1}{8} \cdot p \cdot l^2 \cdot \frac{a - 1{,}6c}{a - 0{,}35b - 0{,}9c}$ Avec : $l = \frac{2(a^2 - c^2)}{a\sqrt{1+\varphi} + \sqrt{a^2 + \varphi c^2}}$ N.B. — Formule approchée. La valeur de m' est donnée par les formules suivantes : *a)* $a < \frac{(b-c)^2}{c}$: $m' = \frac{1}{6} p \cdot \frac{(a+c)^2(b-c)^2}{a^2 + (b-c)^2}$ *b)* $a \geqslant \frac{(b-c)^2}{c}$ $m' = \frac{1}{6} p[(b-c)^2 + c^2]$ Éventuellement, pour $c > \frac{b}{3}$, on pourra admettre la formule approchée suivante : $m' = \frac{1}{4} p \cdot b \cdot c$		JOHANSEN Réf. 4, page 74 1.622, 1.624 1.625, 1.626		
					Cas particulier : $c = \frac{b}{2}$				
	id.	*id.*	*id.*	*id.*	$m = \frac{1}{8} \cdot p \cdot l^2$ Avec : $l = \frac{2(a^2 - c^2)}{a\sqrt{1+\varphi} + \sqrt{a^2 + \varphi c^2}}$		JOHANSEN Réf. 4 page 71, 1.612 — 1.613 — 1.615 — 1.616 page 72, 1.617		

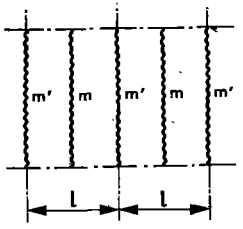
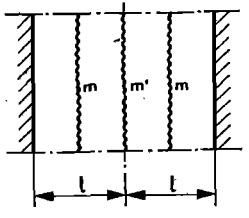
Type de dalle	Charge	Mode d'appui	Armature positive	Armature négative	Relation moment-charge	Influence des angles	Solution de borne supérieure		Solution de borne inférieure
							Référence bibliographique	Référence expérimentale	
					La valeur m' est donnée par les formules suivantes : 1) $a \leqslant \frac{b^2}{4c}$ $m' = \frac{1}{6} \cdot p(a + c)^2 \frac{b^2}{b^2 + 4a^2}$ 2) $a > \frac{b^2}{4c}$ Si $c \geqslant 0{,}35b$ $m' = \frac{1}{2} p \cdot c^2$ Si $c \leqslant 0{,}35b$ $m' = \frac{1}{6} \cdot p\left(c^2 + \frac{b^2}{4}\right)$				
8 – *Appui sur quatre appuis ponctuels* 	Uniforme : p	Appuis simples	Armature ortho-trope m_a, m_b	Armature orthotrope m'_a, m'_b	$m_a = \frac{1}{8} \cdot p(a^2 - 4c^2)$ $m_b = \frac{1}{8} \cdot p(b^2 - 4d^2)$ $m'_a = \frac{1}{2} \cdot p \cdot c^2$ $m'_b = \frac{1}{2} \cdot p \cdot d^2$		JOHANSEN Réf. 4 page 92, 1.81 — 1.82 — 1.83 — 1.84		

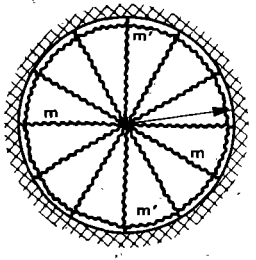
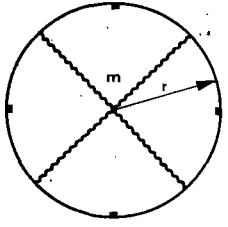
Type de dalle	Charge	Mode d'appui	Armature positive	Armature négative	Relation moment-charge	Influence des angles	Solution de borne supérieure		Solution de borne inférieure
							Référence bibliographique	Référence expérimentale	
DALLE EN FORME DE PARALLÉLOGRAMME 1 – *Appui sur les quatre côtés* 1.1 – Charge uniformément répartie sur toute la surface de la dalle 	Uniforme : p	Encastrement sur les quatre côtés	m isotrope	$m'_a = \varphi_a \cdot m$ $m'_b = \varphi_b \cdot m$ $m'_c = \varphi_c \cdot m$ $m'_d = \varphi_d \cdot m$					
a) α aigu 					Soit m_r le moment calculé pour la dalle rectangulaire de côtés l_1 et l_2. Le moment m est donné par l'expression suivante : $m = m_r \cdot (1{,}75 - \sin\omega)$ Avec la condition suivante : $\omega \geqslant 30°$		JOHANSEN Réf. 4, page 96 2.112	Schéma de rupture obtenu expérimentalement par SOBOTKA Réf. 17	
b) α obtus 					Soit m_r le moment calculé pour une dalle rectangulaire de côtés l_2 et d (d étant la longueur de la plus courte diagonale). Le moment m est donné par l'expression suivante : $m = m_r (1{,}75 - \sin\omega)$ Avec la condition suivante : $\omega \geqslant 30°$		JOHANSEN Réf. 4, page 96		

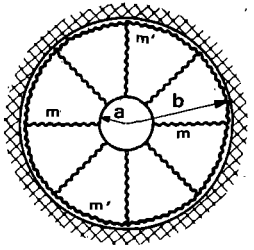
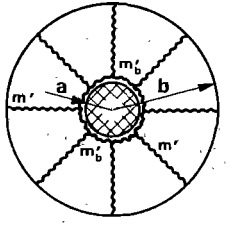
Type de dalle	Charge	Mode d'appui	Armature positive	Armature négative	Relation moment-charge	Influence des angles	Solution de borne supérieure		Solution de borne inférieure
							Référence bibliographique	Référence expérimentale	
1.2 – Charge uniformément répartie sur deux aires rectangulaires 	Charge totale : $2P$	Encastrement sur les quatre côtés	m isotrope	$m'_a = \varphi_a \cdot m$ $m'_b = \varphi_b \cdot m$ $m'_c = \varphi_c \cdot m$ $m'_d = \varphi_d \cdot m$	Le moment m est obtenu par les formules établies pour les dalles rectangulaires, en prenant en compte un rectangle de mêmes côtés que le parallélogramme considéré et des aires de chargement ayant pour dimensions : k, c et $\frac{l}{\sin \omega}$		JOHANSEN Réf. 4, page 98 2.121		
2 – *Appui sur deux côtés opposés* *a)* α aigu 	Uniforme : p	Encastrement sur les deux côtés	m isotrope	$m'_a = \varphi_a \cdot m$ $m'_c = \varphi_b \cdot m$	$m = \frac{1}{8} \cdot p \cdot l_r^2$ Avec : $l_r = \frac{2l}{\sqrt{1+\varphi_1} + \sqrt{1+\varphi_2}}$		JOHANSEN Réf. 4, page 98 2.121		
b) α obtus 	*id.*	*id.*	*id.*	*id.*	$m = \frac{1}{8} \cdot p \cdot d_r$ Avec : $d_r = \frac{2d}{\sqrt{1+\varphi_1} + \sqrt{1+\varphi_2}}$ d étant la longueur de la plus courte diagonale.				

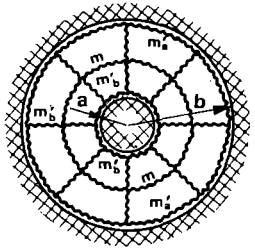
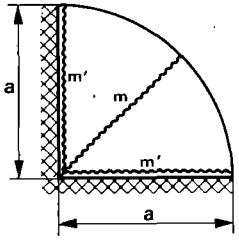
N.B. — Les formules indiquées pour les dalles en forme de parallélogramme sont des formules approchées.

Type de dalle	Charge	Mode d'appui	Armature positive	Armature négative	Relation moment-charge	Influence des angles	Solution de borne supérieure		Solution de borne inférieure
							Référence bibliographique	Référence expérimentale	
DALLE EN FORME DE TRAPÈZE 1 – *Appui sur les quatre côtés* 	Uniforme : p	Encastrée sur les quatre côtés	m isotrope	$m'_a = \varphi_a \cdot m$ $m'_b = \varphi_b \cdot m$ $m'_c = \varphi_c \cdot m$ $m'_d = \varphi_d \cdot m$	Soit m_t le moment calculé pour une dalle rectangulaire de côtés h et b (b étant mesuré à mi-hauteur du trapèze). Le moment m est donné par l'expression suivante : $m = m_t\left[1{,}75 - \frac{1}{3}(\sin\alpha + \sin\gamma)\right]$ N.B. — Formule approchée.		JOHANSEN Réf. 4, page 98 2.121		
2 – *Appui sur trois côtés*  	Uniforme : p	Encastrée sur les trois côtés	m isotrope	$m'_a = \varphi_a \cdot m$ $m'_b = \varphi_b \cdot m$ $m'_c = \varphi_c \cdot m$	$m = m_o - m_i$ Avec : $m_o \geqslant \frac{1}{12} \cdot p \cdot h^2 \cdot \frac{b + 2d - a - c}{a + b + c - d}$ et : $m_i \simeq \frac{a \cdot m'_a + b \cdot m'_b + c \cdot m'_c}{a + b + c - d}$ N.B. — Les formules ci-dessus sont approchées. Elles conduisent toutefois à des résultats dans le sens de la sécurité. Pour une étude plus approfondie de la question, on pourra se reporter à l'article de MM. KUANG-HAN CHU et RAM B. SINGH, réf. 30.		JOHANSEN Réf. 4, page 104 2.221, 2.222		
3 – *Appui sur les deux côtés non parallèles* 	Uniforme : p	Encastrée sur les deux côtés	m isotrope	$m'_1 = \varphi_1 \cdot m$	On prendra la plus grande des deux valeurs ci-dessous : $m = \frac{1}{8} \cdot q \cdot l^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{m'_1}{\sin^2\alpha} + \frac{m'_2}{\sin^2\beta}\right)$ $m_i = \frac{1}{8} \cdot q \cdot l_1^2 - \frac{1}{2}(m'_1 + m'_2)$		JOHANSEN Réf. 4, page 107 2.234		

Type de dalle	Charge	Mode d'appui	Armature positive	Armature négative	Relation moment-charge	Influence des angles	Solution de borne supérieure		Solution de borne inférieure
							Référence bibliographique	Référence expérimentale	
DALLE DE GRANDE LARGEUR PORTANT DANS UN SEUL SENS 1 – *Dalle de grande largeur continue comportant un nombre infini de travées égales*  	Uniforme : p	Appui simple sur les appuis intermédiaires	m	$m' = \varphi \cdot m$	$m = \frac{p \cdot l^2}{8(1+\varphi)}$ *Cas particuliers :* φ : 1 ; 1,5 ; 2 m : $\frac{pl^2}{16}$; $\frac{pl^2}{20}$; $\frac{pl^2}{24}$ m' : $\frac{pl^2}{16}$; $\frac{pl^2}{13,3}$; $\frac{pl^2}{12}$		STEINMANN Réf. 10, page 85 HOGNESTAD Réf. 8, page 14		
2 – *Dalle de grande largeur continue à deux travées égales*  	Uniforme : p	Appuis simples	m	m' : moment négatif sur l'appui intermédiaire $m' = \varphi \cdot m$	$m = \frac{p \cdot l^2}{2}\left(\frac{\sqrt{1+\varphi}-1}{\varphi}\right)$ *Cas particuliers :* φ : 0,5 ; 1 ; 1,5 ; 1,79 ; 2 m : $\frac{pl^2}{10}$; $\frac{pl^2}{11,6}$; $\frac{pl^2}{13,4}$; $\frac{pl^2}{14,3}$; $\frac{pl^2}{15}$ m' : $\frac{pl^2}{20}$; $\frac{pl^2}{11,6}$; $\frac{pl^2}{9}$; $\frac{pl^2}{8}$; $\frac{pl^2}{7,5}$		JOHANSEN Réf. 4, page 104 2.221, 2.222		

Type de dalle	Charge	Mode d'appui	Armature positive	Armature négative	Relation moment-charge	Influence des angles	Solution de borne supérieure		Solution de borne inférieure
							Référence bibliographique	Référence expérimentale	
DALLE CIRCULAIRE 1 – *Appui sur le pourtour*  	Uniforme : p	Encastrement sur le pourtour	m isotrope	$m' = \varphi \cdot m$	$m = \frac{p \cdot r^2}{6(1+\varphi)}$		JOHANSEN Réf. 4, page 129 4.112		Solution « exacte » NIELSEN, Réf. 1, pages 68-69
	Cas particulier : appui simple sur le pourtour								
	id.	Appui simple	*id.*	$m' = 0$	$m = \frac{p \cdot r^2}{6}$				
2 – *Appui sur quatre appuis ponctuels*  	Uniforme : p Charge totale : p	Appuis simples	m isotrope	$m' = 0$	$m = \frac{p}{14{,}1}$		JOHANSEN Réf. 3, page 61		

Type de dalle	Charge	Mode d'appui	Armature positive	Armature négative	Relation moment-charge	Influence des angles	Solution de borne supérieure		Solution de borne inférieure
							Référence bibliographique	Référence expérimentale	
DALLE ANNULAIRE 1 – *Appui sur le contour extérieur* 	Charge p uniformément répartie sur toute la surface + charge linéaire $\bar{p}$ uniformément répartie sur le contour intérieur	Encastrement	m isotrope	$m' = m$	$m = \frac{1}{6} \cdot p(a-b)^2 \frac{a+2b}{2a-b} + \bar{p} \cdot b \cdot \frac{a-b}{2a-b}$		JOHANSEN Réf. 4, page 138 4.223		
		Cas particulier : appui simple sur le contour extérieur							
		Appui simple	*id.*	$m' = 0$	$m = \frac{1}{6} \cdot (a-b)(a+2b) + \bar{p} \cdot b$		JOHANSEN Réf. 4, page 138 4.222		
2 – *Appui sur le contour intérieur* 	Charge p uniformément répartie sur toute la surface + charge linéaire $\bar{p}$ uniformément répartie sur le contour extérieur	Encastrement	$m = 0$	m' isotrope. Moment négatif le long du contour extérieur : $m'_b = m'$	$m' = \frac{1}{6} \cdot p(a-b)^2 \left(2 + \frac{b}{a}\right) + \bar{p}(a-b)$		JOHANSEN Réf. 4, page 133 4.212		
		Cas particulier : appui simple sur le contour extérieur							
		Appui simple	$m = 0$	$m'_b = 0$	$m' = \frac{1}{6} \cdot p(a-b)(2a+b) + \bar{p} \cdot a$		JOHANSEN Réf. 4, page 133 4.212		

Type de dalle	Charge	Mode d'appui	Armature positive	Armature négative	Relation moment-charge	Influence des angles	Solution de borne supérieure		Solution de borne inférieure
							Référence bibliographique	Référence expérimentale	
3 – *Appui sur les deux contours intérieur et extérieur* 	Uniforme : p	Encastrement	m isotrope	m'_a, m'_b	$m'_a + 2m + m'_b = p\frac{(a-b)^2}{15}\left(2{,}75 + \frac{a}{b}\right)$		JOHANSEN réf. 4, page 138 4333	Réf. 29 (dans le cas de la dalle simplement appuyée : $m'_a = m'_b = 0$)	
DALLE EN FORME DE QUADRANT CIRCULAIRE *Appui sur les rayons* 	Uniforme : p	Encastrement	m isotrope	$m' = \varphi \cdot m$	$m = \frac{p \cdot a^2}{7{,}24(1 + \varphi\sqrt{2})}$				

8.4. FORMULAIRE POUR LE CALCUL PRATIQUE DES PLANCHERS-DALLES ET PLANCHERS-CHAMPIGNONS

8.41. OBJET

Le formulaire qui suit a pour objet la vérification des planchers-dalles et des planchers-champignons en fonction des sollicitations qui leur sont appliquées à l'état-limite de rupture par « flexion », tel qu'il est défini au § 8.02. La vérification du plancher au poinçonnement est supposée faite par ailleurs, sur la base des prescriptions de l'article 6.25 du Code.

8.42. BASES DE LA MÉTHODE

La détermination des sollicitations est faite au moyen de la théorie des lignes de rupture, dont les hypothèses et le principe ont été exposés à l'article 8.2 du présent chapitre.

8.43. DISPOSITIONS GÉNÉRALES. DOMAINE D'APPLICATION

8.431. Dalle

8.4311. *Dimensions*

Le présent formulaire concerne les planchers constitués par des dalles continues sans nervures, supportées directement par des poteaux sauf éventuel-

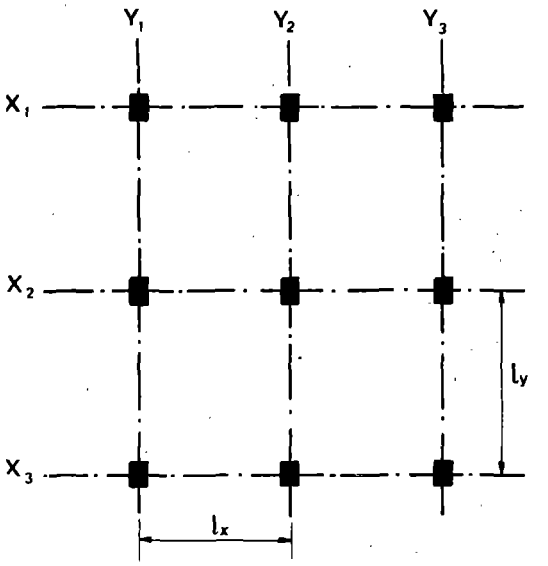


FIG. 8.17.

lement sur leurs rives, le long desquelles peuvent exister des murs porteurs ou des poutres en saillie au-dessus ou au-dessous des dalles. Ces dalles peuvent être éventuellement prolongées en porte-à-faux au-delà des poteaux de rive.

Sur le plan moyen de la dalle, les lieux des axes verticaux des poteaux sont les points d'intersection de deux séries de droites orthogonales $X_1, X_2, \ldots, Y_1, Y_2, \ldots$, qui divisent ce plan en panneaux rectangulaires de dimensions l_x et l_y, les portées (l_x ou l_y) de deux travées successives pouvant être différentes suivant la direction X (ou Y) (fig. 8.17).

Si les dimensions l_x et l_y satisfont aux conditions *a*) et *b*) ci-dessous, les mécanismes de ruine à envisager sont ceux indiqués dans les tableaux du formulaire. Si ces conditions n'étaient pas remplies, il pourrait être nécessaire d'effectuer la vérification en admettant la formation d'autres mécanismes, tels que le soulèvement d'une travée non chargée sous l'action d'une surcharge agissant sur les deux travées adjacentes.

Condition *a*) Le rapport du grand côté au petit côté d'un panneau sera au plus égal à $\frac{3}{2}$.

Condition *b*) Suivant une même direction X (ou Y), le rapport de la plus grande à la plus petite portée de deux travées consécutives sera au plus égal à $\frac{4}{3}$.

8.4312. *Armature*

L'armature est supposée constituée par un quadrillage de barres orthogonales parallèles aux directions X et Y.

8.432. Zone de liaison poteau-dalle

8.4321. *Définitions*

Les poteaux peuvent être ou non pourvus de chapiteaux en forme générale de troncs de cônes ou de pyramides. Si les chapiteaux existent, les planchers sont dits planchers-champignons; dans le cas contraire, il s'agit de planchers-dalles. Si les planchers ne sont pas prolongés en porte-à-faux au-delà des poteaux de rive, les chapiteaux prévus éventuellement en tête de ces poteaux ou sur les poteaux d'angle n'existent que dans les zones voisines de ces têtes et intérieures au plancher.

En outre, dans certains cas, la dalle est surépaissie au-dessus de ses appuis. Cette surépaisseur peut avoir la forme d'un parallélépipède ou d'un tronc de cône ou de pyramide. Elle porte le nom de retombée.

8.4322. *Cas des planchers-champignons*

Lorsque les dimensions des chapiteaux et des retombées respectent les conditions indiquées ci-dessous, il est possible de fixer *a priori* le point de passage des lignes de rupture négatives (cf. 8.44- Remarque 1). Dans les autres cas, il sera nécessaire de déterminer ce point de passage par le calcul.

1. DIMENSIONS DES CHAPITEAUX

a) *Chapiteau en forme de tronc de pyramide :*

Dans la direction X (ou Y), le côté de la face supérieure du chapiteau sera compris entre $\frac{1}{6}$ et $\frac{1}{4}$ de la plus petite portée des deux travées adjacentes.

b) *Chapiteau en forme de tronc de cône :*

Les côtés d'un carré d'aire égale à celle du cercle constituant la face supérieure du chapiteau devront satisfaire à la condition indiquée au paragraphe *a)* précédent.

2. DIMENSIONS DES RETOMBÉES

a) *Retombée en forme de tronc de pyramide :*

La hauteur h_1 de la retombée sera inférieure à l'épaisseur courante de la dalle.

Les dimensions a_2 et b_2 de la face supérieure de la retombée seront définies par les relations :

$$a_2 - a_1 \geqslant 0{,}18 \cdot l_y \cdot \frac{h_1}{h_0}$$

$$b_2 - b_1 \geqslant 0{,}18 \cdot l_x \cdot \frac{h_1}{h_0}$$

l_x et l_y désignant la plus petite des portées des deux travées adjacentes, dans la direction considérée.

Les autres notations sont définies à la figure 8.18.

b) Retombée parallélépipédique :

La hauteur h_1 de la retombée sera inférieure à 0,6 fois l'épaisseur courante de la dalle.

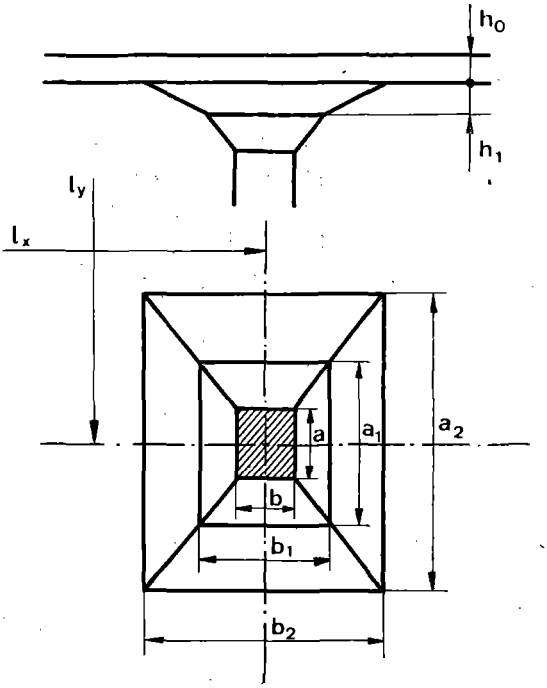


FIG. 8.18.

Les côtés (a_2 et b_2) de la retombée, seront définis par les relations suivantes :

$$a_2 - a_1 \geqslant 0{,}36 \cdot l_y \cdot \frac{h_1}{h_0}$$

$$b_2 - b_1 \geqslant 0{,}36 \cdot l_x \cdot \frac{h_1}{h_0}$$

l_x et l_y désignent la plus petite portée des deux travées adjacentes, dans la direction considérée.

Les autres notations sont définies à la figure 8.19.

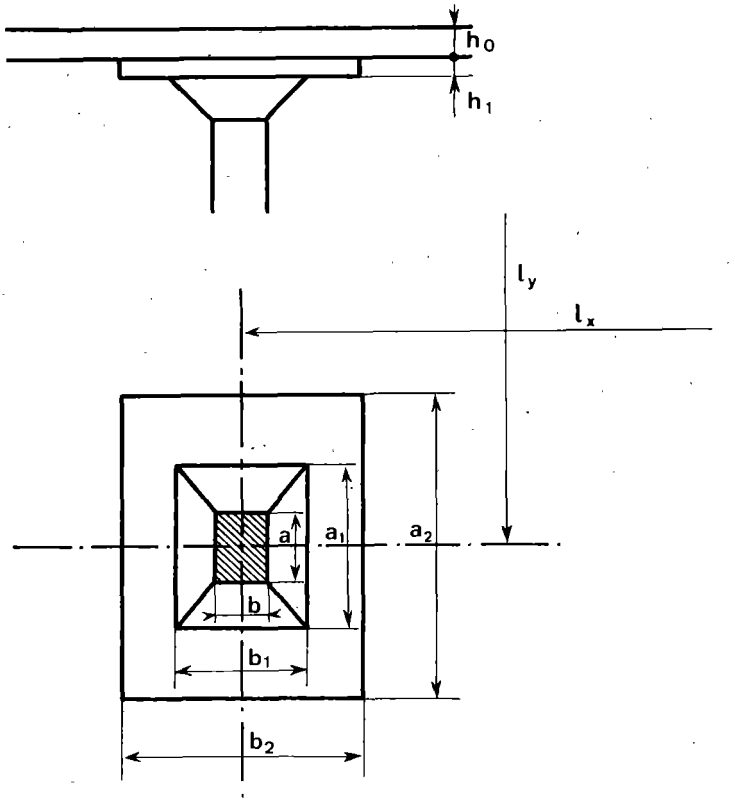


FIG. 8.19.

c) *Retombée circulaire (tronc de cône, cylindre) :*

On définira une retombée équivalente de section carrée et telle que ses bases aient des aires égales à celles de la retombée circulaire considérée. Les dimensions de ces retombées équivalentes devront satisfaire aux conditions indiquées aux paragraphes *a*) et *b*) précédents.

3. Détermination des moments dans les lignes de rupture négatives qui traversent une retombée

Dans une ligne de rupture qui traverse une retombée, la zone de béton comprimé peut être située, totalement ou en partie, dans la retombée, pourvu que la liaison entre cette retombée et la dalle soit convenablement assurée. Lorsqu'il en est ainsi, on pourra admettre que les aciers qui correspondent à la zone de béton comprimé ainsi définie sont situés à l'intérieur d'une bande centrée sur le poteau et de largeur égale à $a_2 + 2h_0$ (avec les notations des figures 8.18 et 8.19).

8.433. Charges

La méthode de calcul s'applique au cas de charges permanentes et surcharges uniformément réparties. Toutefois, si la surcharge totale est constituée par un grand nombre de charges concentrées, la méthode peut être appliquée, à condition que la valeur de la surcharge concentrée individuelle la plus importante ne soit pas supérieure à 0,2 fois la valeur de la surcharge totale sur un panneau.

8.44. FORMULAIRE

Les tableaux ci-après donnent les relations moment-charge ultime qui correspondent aux mécanismes pris en compte. Certaines indications complémentaires qu'il n'a pas été possible de faire figurer dans les tableaux, sont données à la suite, sous forme de remarques.

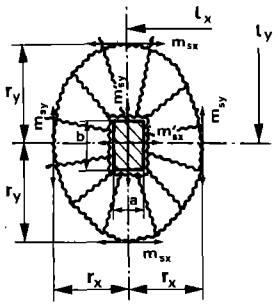
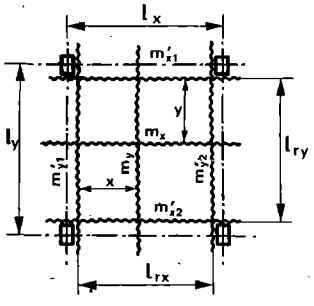
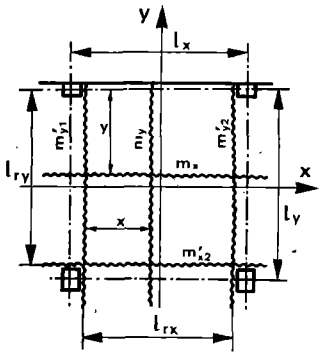
Schéma de rupture	Mode d'appui	Armature positive	Armature négative	Position des lignes de rupture	Relation moment-charge	Références bibliographiques
		PANNEAUX INTÉRIEURS				
1 – *Mécanisme de rupture I*  l_x : plus petite dimension du panneau l_y : plus grande dimension du panneau	Appui sur poteaux	Armature orthotrope : m_{sx}, m_{sy}	Armature orthotrope : $m'_{sx} = \varphi_{sx} \cdot m_{sx}$ $m'_{sy} = \varphi_{sy} \cdot m_{sy}$ $1 \leqslant \varphi_{sx}$ (ou φ_{sy}) $\leqslant 2$	Les demi-axes de l'ellipse formée par la ligne de rupture positive extérieure ont les valeurs suivantes : $r_x = 0{,}65 l_x \sqrt[3]{\frac{a}{l_x}}$ $r_y = 0{,}65 l_y \sqrt[3]{\frac{b}{l_y}}$	Moments de direction x : $m_{sx} = \frac{P}{1+\varphi_{sx}} \cdot \frac{1}{6{,}2\left(1+4\frac{b}{l_x}\right)\sqrt{\mu}}$ Moments de direction y : $m_{sy} = \frac{P}{1+\varphi_{sy}} \cdot \frac{\sqrt{\mu}}{6{,}2\left(1+4\frac{a}{l_y}\right)}$ Avec : P : réaction du poteau $\sqrt{\mu} = \frac{l_x}{l_y}$ ou $\mu = \frac{m_{sy}}{m_{sx}}$ a et b : côtés de la section transversale du poteau, ou de la face supérieure du chapiteau.	JOHANSEN, réf. 3 WOOD,, réf. 12
		Cas particulier . panneaux carrés ($l = l_x = l_y$)				
		Armature isotrope $m_{sx} = m_{sy} = m_s$	Armature isotrope : $m'_{sx} = m'_{sy} = \varphi_s \cdot m_s$	Le rayon du cercle formé par la ligne de rupture positive extérieur a la valeur suivante : $r = 0{,}65 l \sqrt{\frac{a}{l}}$	Poteaux carrés : $m_s = \frac{P}{1+\varphi_s} \cdot \frac{1}{6{,}2\left(1+4\frac{a}{l}\right)}$ a : Côté de la section transversale du poteau, ou de la face supérieure du chapiteau. Poteaux circulaires : $m_s = \frac{P}{1+\varphi_s} \cdot \frac{1}{6{,}2\left(1+7\frac{r_0}{l}\right)}$ r_0 : Rayon de la section transversale du poteau, ou de la face supérieure du chapiteau.	

Schéma de rupture	Mode d'appui	Armature positive	Armature négative	Position des lignes de rupture	Relation moment-charge	Références bibliographiques
2 – *Mécanisme de rupture II*  	Appui sur poteaux	La lettre m désigne le moment unitaire moyen calculé sur la portée des panneaux mesuréé entre axes des poteaux. m_x, m_y	$m'_{x1} = \varphi_{x1} \cdot m_x$ $m'_{x2} = \varphi_{x2} \cdot m_x$ $m'_{y1} = \varphi_{y1} \cdot m_y$ $m'_{y2} = \varphi_{y2} \cdot m_y$ $1 \leqslant \varphi_{x\,(\text{ou } y)1} \leqslant 2$	Les lignes de rupture positives, qui sont parallèles aux axes principaux du plancher, sont définies en position par leurs distances x et y aux lignes de rupture négatives. La détermination de ces dernières est indiquée en remarque 1. Les paramètres x et y ont pour valeurs : $x = \dfrac{l_{rx}}{1 + \dfrac{\sqrt{1+\varphi_{x2}}}{\sqrt{1+\varphi_{x1}}}}$ $y = \dfrac{l_{ry}}{1 + \dfrac{\sqrt{1+\varphi_{y2}}}{\sqrt{1+\varphi_{y1}}}}$	Moments dans les lignes de rupture de direction x : $m_x = \dfrac{p \cdot l_{ry}^2}{2(\sqrt{1+\varphi x_1} + \sqrt{1+\varphi x_2})^2}$ Moments dans les lignes de rupture de direction y : $m_y = \dfrac{p \cdot l_{rx}^2}{2(\sqrt{1+\varphi y_1} + \sqrt{1+\varphi y_2})^2}$	JOHANSEN, réf. 4 STEIMANNN, réf. 10 HOGNESTAD, réf. 8 Instructions soviétiques, réf. 11
			Cas particulier : armature symétrique par rapport aux axes x et y			
			$m'_{x1} = m'_{x2} = \varphi_x \cdot m_x$ $m'_{y1} = m'_{y2} = \varphi_y \cdot m_y$ $1 \leqslant \varphi_{x\,(\text{ou } y)1} \leqslant 2$	$x = \dfrac{l_{rx}}{2}$ $y = \dfrac{l_{ry}}{2}$	Moments dans les lignes de rupture de direction x : $m_x = \dfrac{p \cdot l_{ry}^2}{8(1 + \varphi_x)}$ Moments dans les lignes de rupture de direction y : $m_y = \dfrac{p \cdot l_{rx}^2}{8(1 + \varphi_y)}$ Cas particuliers :	

φ_x (ou φ_y)	$\dfrac{pl^2}{m_x \text{ (ou } m_y)}$	$\dfrac{pl^2}{m'_x \text{ (ou } m'_y)}$
1	16	16,
1,25	18	14,4
1,50	20	13,3
1,75	22	12,6
2	24	12

II – PANNEAUX DE RIVE

Appui sur poteaux



Armature positive	Armature négative	Position des lignes de rupture positives	Relation moment-charge	Références bibliographiques
m_x, m_y	$m'_{x1} = \varphi_{x1} \cdot m_x$ $m'_{x2} = \varphi_{x2} \cdot m_x$ $m'_{y1} = \varphi_{y1} \cdot m_y$ $m'_{y2} = \varphi_{y2} \cdot m_y$ Le moment m'_{x1} sera pris égal à la plus petite des quantités suivantes : $\frac{M'_{x1}}{l_x}$, M'_{x1} étant le moment transmis de la dalle à un poteau de rive (cf Remarque 2). $\frac{M'_p}{l_x}$, M'_p étant le moment ultime d'un poteau de rive en flexion composée (cf. Remarque 3).	Les paramètres x et y sont définis à la figure ci-contre. $x = \frac{l_{rx}}{1 + \frac{\sqrt{1+\varphi_{x2}}}{\sqrt{1+\varphi_{y1}}}}$ $y = \frac{l_{ry}}{1 + \frac{\sqrt{1+\varphi_{x2}}}{\sqrt{1+\varphi_{x1}}}}$	Moments dans les lignes de rupture de direction x : $m_x = \frac{p \cdot l_{ry}^2}{2(\sqrt{1+\varphi_{x1}} + \sqrt{1+\varphi_{x2}})^2}$ Moments dans les lignes de rupture de direction y : $m_y = \frac{p \cdot l_{rx}^2}{2(\sqrt{1+\varphi_{y1}} + \sqrt{1+\varphi_{y2}})^2}$. N.B. : *Il y a lieu d'envisager également un mécanisme local, dans les zones voisines des poteaux de rive. Ce mécanisme fait l'objet de la remarque 4.*	Cf. Panneaux intérieurs Mécanisme de rupture II
Cas particulier : armature symétrique par rapport à l'axe y				
	$m'_{x1} = \varphi_{x1} \cdot m_x$ $m'_{x2} = \varphi_{x2} \cdot m_x$ $m'_{y1} = m'_{y2} = \varphi_y \cdot m_y$	$x = \frac{l_{rx}}{2}$ $y = \frac{l_{ry}}{1 + \frac{\sqrt{1+\varphi_{x2}}}{\sqrt{1+\varphi_{x1}}}}$	Moments dans les lignes de rupture de direction x : $m_x = \frac{p \cdot l_{ry}^2}{2(\sqrt{1+\varphi_{x1}} + \sqrt{1+\varphi_{x2}})^2}$ Moments dans les lignes de rupture de direction y : $m_y = \frac{p \cdot l_{rx}^2}{8(1+\varphi_y)}$	

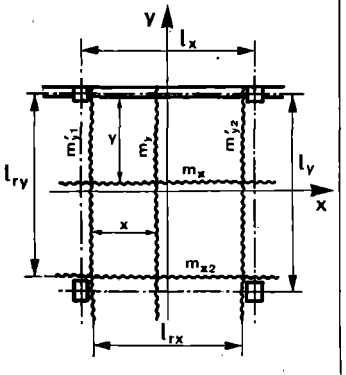
Schéma de rupture	Mode d'appui	Armature positive	Armature négative	Position des lignes de rupture positives	Relation moment-charge	Références bibliographiques
	Rive bordée par une poutre					
1) *Schéma 1*  		m_x, m_y Moment ultime de la poutre de rive = M. Ce moment ultime sera calculé en admettant qu'une certaine largeur de dalle joue le rôle de table de compression. A titre indicatif et à défaut de détermination plus précise, on pourra admettre que cette largeur de dalle (mesurée à partir du bord intérieur de la poutre) est égale au dixième de la distance l_{rx} entre les lignes de rupture négatives.	$m'_{x1} = \varphi_{x1} \cdot m_x$ $m'_{x2} = \varphi_{x2} \cdot m_x$ $m'_{y1} = \varphi_{y1} \cdot m_y$ $m'_{y2} = \varphi_{y2} \cdot m_y$ Moments de flexion ultimes de la poutre de rive : M'_1, M'_2 Le *moment* m'_{x1} sera pris égal à la plus petite des deux quantités suivantes : $\frac{M'_{x1}}{l_x}$, M'_{x1} étant le moment transmis du plancher à un poteau de rive. $\frac{M'_p}{l_x}$, M'_p étant le moment ultime d'un poteau de rive en flexion composée.	Les paramètres x et y sont définis à la figure ci-contre. $x = \frac{l_{rx}}{1 + \frac{\sqrt{1+\varphi_{my2}}}{\sqrt{1+\varphi_{my1}}}}$ $y = \frac{l_{ry}}{1 + \frac{\sqrt{1+\varphi_{x2}}}{\sqrt{1+\varphi_{x1}}}}$	Moments dans les lignes de rupture de direction x : $m_x = \frac{p \cdot l_{ry}^2}{2(\sqrt{1+\varphi_{x1}} + \sqrt{1+\varphi_{x2}})^2}$ Moments dans les lignes de rupture de direction y : $m_{my} = \frac{p \cdot l_{rx}^2}{2(\sqrt{1+\varphi_{my1}} + \sqrt{1+\varphi_{my2}})^2}$	Cf. Panneaux intérieurs
		m_{my}, m'_{my1}, m'_{my2} : moments unitaires moyens dans les lignes de rupture perpendiculaires à la rive. Ces moments sont calculés en rapportant les moments ultimes de la dalle et de la poutre de rive à la portée entre axes des poteaux. $m_{my1} = \varphi_{my1} \cdot m_{my}$ $m'_{my2} = \varphi_{my2} \cdot m_{my}$				

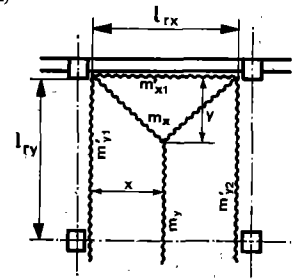
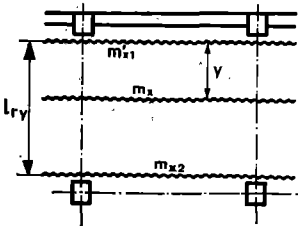
Schéma de rupture	Mode d'appui	Armature positive	Armature négative	Position des lignes de rupture positives	Relation moment-charge	Références bibliographiques
2) *Schéma 2*	Rive bordée par une poutre					
a) 		m_x, m_y	$m'_{x1} = \varphi_{x1} \cdot m_x$ $m'_{x2} = \varphi_{x2} \cdot m_x$ $m'_{y1} = \varphi_{y1} \cdot m_y$ $m'_{y2} = \varphi_{y2} \cdot m_y$ Le moment m'_{x1} sera pris égal à la plus petite des deux quantités suivantes : $\frac{2M_t}{l_{rx}}$: M_t étant le moment ultime en torsion de la poutre de rive. $\frac{M'_{x1}}{l_{rx}}$: M'_{x1} étant le moment de flexion ultime de la section de dalle de largeur l_x.	$x = \frac{l_{rx}}{1 + \frac{\sqrt{1+\varphi_{y2}}}{\sqrt{1+\varphi_{y1}}}}$ $y = 0{,}45 l_{ry}$	$\frac{m_x}{l_{ry}^2}(1+\varphi_{x1}) + 0{,}45\frac{m_y}{l_{ry}^2}(\sqrt{1+\varphi_{y1}} + \ldots + \sqrt{1+\varphi_{y2}})^2 = 0{,}19p$	Instructions soviétiques réf. 11
b) 		m_x, m_y	$m'_{x1} = \varphi_{x1} \cdot m_x$ $m'_{x2} = \varphi_{x2} \cdot m_x$ Le moment m'_{x1} sera pris égal à la plus petite des deux quantités suivantes : $\frac{M'_{x1}}{l_x}$: M'_{x1} étant le moment de flexion ultime de la section de dalle de largeur l_x. $\frac{M'_p}{l_x}$: M'_p étant le moment ultime d'un poteau de rive en flexion composée.	$y = \frac{l_{ry}}{1 + \frac{\sqrt{1+\varphi_{x2}}}{\sqrt{1+\varphi_{x1}}}}$	$m_x = \frac{p \cdot l_{ry}^2}{2(\sqrt{1+\varphi_{x1}} + \sqrt{1+\varphi_{x2}})^2}$	

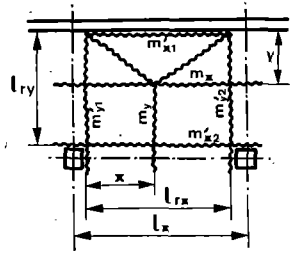
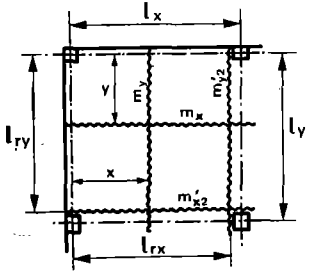
Schéma de rupture	Mode d'appui	Armature positive	Armature négative	Position des lignes de rupture positives	Relation moment-charge	Références bibliographiques
	Rive solidaire d'un mur porteur					
		m_x, m_y	$m'_{x1} = \varphi_{x1} \cdot m_x$ $m'_{x2} = \varphi_{x2} \cdot m_x$ $m'_{y1} = \varphi_{y1} \cdot m_y$ $m'_{y2} = \varphi_{y2} \cdot m_y$ m'_{x1} sera pris égal à la plus petite des quantités suivantes : $\frac{M'_{x1}}{l_x}$; M'_{x1} étant le moment de flexion ultime de la section de dalle de largeur l_x. $\frac{M'_m}{l_x}$; M'_m étant le moment ultime du mur porteur en flexion composée.	$x = \frac{l_{rx}}{1 + \frac{\sqrt{1+\varphi_{y2}}}{\sqrt{1+\varphi_{x1}}}}$ $y = 0{,}45 l_{ry}$	Les moments dans les différentes lignes de rupture devront vérifier les relations suivantes : $\frac{m_x}{l_{ry}^2}(1+\varphi_{x1}) + 0{,}45\frac{m_y}{l_{rx}^2}(\sqrt{1+\varphi_{y1}} + \ldots + \sqrt{1+\varphi_{y2}})^2 = 0{,}19p$ $m_x = \frac{p \cdot l_{ry}^2}{2(\sqrt{1+\varphi_{x1}} + \sqrt{1+\varphi_{x2}})^2}$	Instructions soviétiques réf. 11
	III — PANNEAUX D'ANGLE					
	Appui simple sur les poteaux					
		m_x, m_y	$m'_{x1} = \varphi_{x1} \cdot m_x$ $m'_{x2} = \varphi_{x2} \cdot m_x$ $m'_{y1} = \varphi_{y1} \cdot m_y$ $m'_{y2} = \varphi_{y2} \cdot m_y$ Les moments m'_{x1} et m'_{y1} seront déterminés : – soit en fonction du moment transmis du plancher aux poteaux de rive et d'angle (cf. remarque 2) – soit à partir du moment ultime de ces poteaux en flexion composée (cf. remarque 3).	Les paramètres x et y sont définis à la figure ci-contre. Ils ont les valeurs suivantes : $x = \frac{l_{rx}}{1 + \frac{\sqrt{1+\varphi_{y2}}}{\sqrt{1+\varphi_{y1}}}}$ $y = \frac{l_{ry}}{1 + \frac{\sqrt{1+\varphi_{x2}}}{\sqrt{1+\varphi_{x1}}}}$	Moments dans les lignes de rupture de direction x : $m_x = \frac{p \cdot l_{ry}^2}{2(\sqrt{1+\varphi_{x1}} + \sqrt{1+\varphi_{x2}})^2}$ Moments dans les lignes de rupture de direction y : $m_y = \frac{p \cdot l_{ry}^2}{2(\sqrt{1+\varphi_{x1}} + \sqrt{1+\varphi_{x2}})^2}$ N.B. *Il y a lieu d'envisager un mécanisme de rupture local, dans les zones voisines des poteaux de rive. Ce mécanisme fait l'objet de la remarque* 4.	

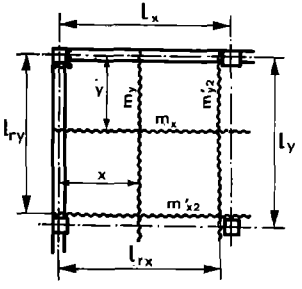
Schéma de rupture	Mode d'appui	Armature positive	Armature négative	Position des lignes de rupture positives	Relation moment-charge	Références bibliographiques
	Rive bordée par une poutre					
1) *Schéma 1*  		m_x, m_y Le moment ultime M des poutres de rive sera calculé comme dans le cas d'un panneau de rive.	$m'_{x1} = \varphi_{x1} \cdot m_x$ $m'_{x2} = \varphi_{x2} \cdot m_x$ $m'_{y1} = \varphi_{y1} \cdot m_y$ $m'_{y2} = \varphi_{y2} \cdot m_y$ Moments ultimes des poutres de rive : M'_{x1}, M'_{x2}, M'_{y1}, M'_{y2}. Les moments m'_{x1} et m'_{y1} seront déterminés : – soit en fonction du moment transmis du plancher aux poteaux de rive et d'angle, – soit à partir du moment ultime de ces poteaux en flexion composée.	$x = \dfrac{l_{rx}}{1 + \dfrac{\sqrt{1+\varphi_{my2}}}{\sqrt{1+\varphi_{my1}}}}$ $y = \dfrac{l_{ry}}{1 + \dfrac{\sqrt{1+\varphi_{mx2}}}{\sqrt{1+\varphi_{mx1}}}}$	Moments dans les lignes de rupture de direction x : $m_{mx} = \dfrac{p \cdot l_{ry}^2}{2(\sqrt{1+\varphi_{mx1}} + \sqrt{1+\varphi_{mx2}})^2}$ Moments dans les lignes de rupture de direction y : $m_{my} = \dfrac{p \cdot l_{rx}^2}{2(\sqrt{1+\varphi_{my1}} + \sqrt{1+\varphi_{my2}})^2}$	Cf. Panneaux intérieurs Mécanisme de rupture 11
		Comme pour les panneaux de rive, on détermine les moments unitaires moyens suivants : m_{mx}, m'_{mx1}, m'_{mx2} dans les lignes de rupture de direction x, m_{my}, m'_{my1}, m'_{my2} dans les lignes de rupture de direction y. Ces moments sont calculés en rapportant à la portee entre axes des poteaux les moments ultimes de la dalle et de la poutre de rive correspondante.				

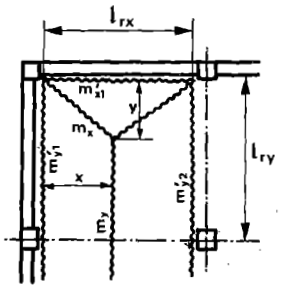
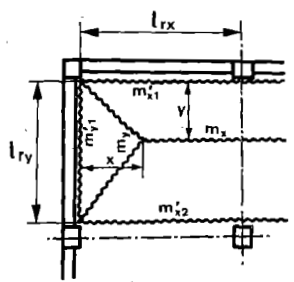
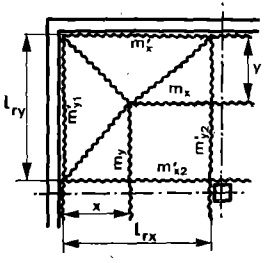
Schéma de rupture	Mode d'appui	Armature positive	Armature négative	Position des lignes de rupture positives	Relation moment-charge	Références bibliographiques
	Rive bordée par une poutre					
2) *Schéma 2* *a*) 		m_x, m_y	$m'_{x1} = \varphi_{x1} \cdot m_x$ $m'_{y1} = \varphi_{y1} \cdot m_y$ $m'_{y2} = \varphi_{y2} \cdot m_y$ Le moment m'_{x1} sera pris égal à la plus petite des deux *quantités suivantes :* $\frac{2M_t}{l_{rx}}$, M_t étant le moment de flexion ultime de la section de dalle de largeur l_{ry}. Le moment m'_{y1} sera déterminé : – soit en fonction du moment transmis du plancher aux poteaux de rive et d'angle, – soit à partir du moment ultime de ces poteaux en flexion composée.	$y = 0{,}45 l_{ry}$	$\frac{m_y}{l_{ry}^2}(1 + \varphi_{x1}) + 0{,}45 \frac{m_x}{l_{ry}^2}(\sqrt{1+\varphi_{y1}} + \ldots + \sqrt{1+\varphi_{y2}})^2 = 0{,}19p$	Instructions soviétiques réf. 11
b) 		m_x, m_y	$m'_{x1} = \varphi_{x1} \cdot m_x$ $m'_{x2} = \varphi_{x2} \cdot m_x$ $m'_{y1} = \varphi_{y1} \cdot m_y$ Les moments m'_{x1} et m'_{y1} seront déterminés de la même manière que dans le cas précédent (schéma 2 (*a*)), en permettant les indices x et y.	$x = 0{,}45 l_{rx}$	$\frac{m_y}{l_{rx}^2}(1 + \varphi_{y1}) + 0{,}45 \frac{m_x}{l_{ry}^2}(\sqrt{1+\varphi_{x1}} + \ldots + \sqrt{1+\varphi_{x2}})^2 = 0{,}19p$	

Schéma de rupture	Mode d'appui	Armature positive	Armature négative	Position des lignes de rupture positives	Relation moment-charge	Références bibliographiques
	Rive solidaire d'un mur porteur	m_x, m_y	$m'_{x1} = \varphi_{x1} \cdot m_x$ $m'_{x2} = \varphi_{x2} \cdot m_x$ $m'_{y1} = \varphi_{y1} \cdot m_y$ $m'_{y2} = \varphi_{y2} \cdot m_y$ Les moments m_{x1} et m'_{y1} seront déterminés, soit en fonction du moment de flexion ultime de la dalle, soit à partir du moment ultime du mur en flexion composée.	$x = 0{,}45 l_{rx}$ $y = 0{,}45 l_{ry}$	Les moments dans les différentes lignes de rupture devront vérifier les relations suivantes : $\frac{m_x}{l_{ry}^2}(1 + \varphi_{x1}) + 0{,}45\frac{m_y}{l_{rx}^2}(\sqrt{1+\varphi_{y1}} + \sqrt{1+\varphi_{y2}})^2 = 0{,}19p$ $\frac{m_y}{l_{rx}^2}(1 + \varphi_{y1}) + 0{,}45\frac{m_x}{l_{ry}^2}(\sqrt{1+\varphi_{x1}} + \sqrt{1+\varphi_{x2}})^2 = 0{,}19p$	Instructions soviétiques réf. 11

REMARQUE 1. — POSITION DES LIGNES DE RUPTURE NÉGATIVES DU MÉCANISME II

a) *Plancher-dalle :*

On admet que les lignes de rupture négatives sont des droites passant au nu des poteaux, si ceux-ci sont de section rectangulaire. Si les poteaux sont de section circulaire, on admet que les lignes de rupture négatives passent au nu de poteaux carrés fictifs de même axe que les poteaux circulaires, la section transversale des poteaux carrés fictifs ayant une aire égale à celle des poteaux circulaires.

b) *Plancher-champignon :*

Dans le cas de chapiteaux en tronc de pyramide, la position des lignes de rupture négatives, qui sont des droites, est déterminée de la façon suivante :

— Si l'angle des faces latérales du chapiteau avec l'axe vertical du poteau est inférieur à 45°, la section dans laquelle se produit la ligne de rupture est située au droit de l'arête supérieure du chapiteau (fig. 8.20 *a*).

— Si l'angle des faces latérales du chapiteau avec l'axe du poteau est supérieur à 45°, la section dans laquelle se produit la ligne de rupture est déterminée par l'intersection avec la face supérieure du chapiteau d'une droite inclinée à 45° sur l'axe vertical du poteau et passant par l'arête inférieure du chapiteau (fig. 8.20 *b*).

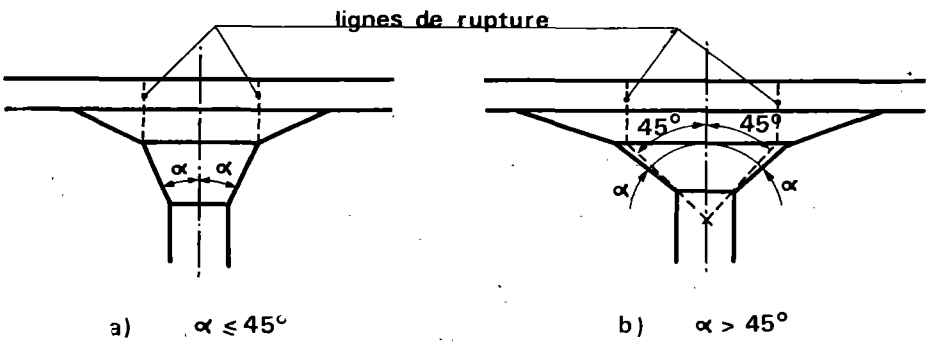


FIG. 8.20.

Dans le cas d'un chapiteau en forme de tronc de cône, on pourra construire un chapiteau fictif en forme de tronc de pyramide dont les bases carrées auront des aires égales à celles des bases correspondantes du chapiteau considéré. La détermination de la position des lignes négatives sera faite comme indiqué ci-dessus pour un chapiteau en forme de tronc de pyramide.

REMARQUE 2. — LIAISON DE LA DALLE ET DU POTEAU

Lorsque le plancher est chargé de manière dissymétrique par rapport à une file de poteaux, la dalle transmet à chacun des poteaux un certain moment fléchissant.

On peut admettre que le moment transmis au poteau est celui d'une section de dalle centrée sur l'axe du poteau et dont la largeur a_0 est prise égale à a + 2h.

avec : a : côté de la section transversale du poteau ou de la face supérieure du chapiteau.

h : hauteur utile de la salle.

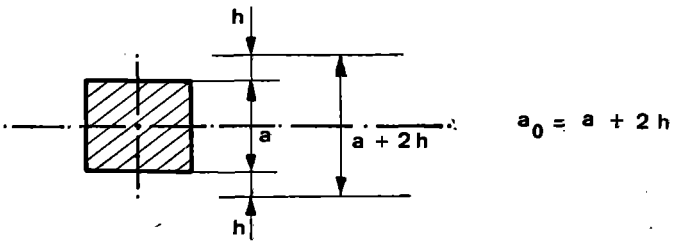


FIG. 8.21.

REMARQUE 3. — MOMENT DE RUPTURE D'UN POTEAU DE RIVE (OU D'ANGLE) EN FLEXION COMPOSÉE

1) *Poteaux de rive :*

La charge transmise du plancher à une file de poteaux de rive est supposée égale à celle qui agit sur la partie de dalle limitée par la ligne de rupture $X'X$ (cf. figure ci-dessous) :

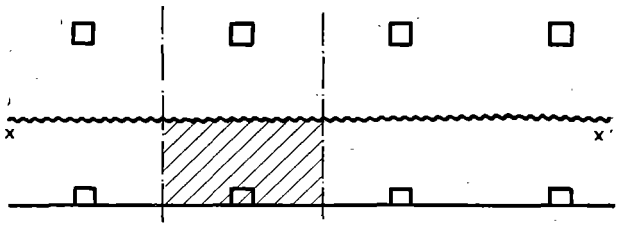


FIG. 8.22.

Chaque poteau de rive est supposé sollicité par la charge agissant sur la bande de dalle ainsi déterminée, entre les axes des deux panneaux adjacents au poteau considéré (aire hachurée de la figure ci-dessus).

2) *Poteaux d'angle :*

Les poteaux d'angle sont supposés sollicités par la charge agissant sur le quart du panneau d'angle correspondant.

REMARQUE 4. — MÉCANISME LOCAL AUTOUR D'UN POTEAU DE RIVE OU D'ANGLE

On peut admettre que le mécanisme local susceptible de se former autour d'un poteau de rive et autour d'un poteau d'angle prend les formes indiquées à la figure ci-dessous :

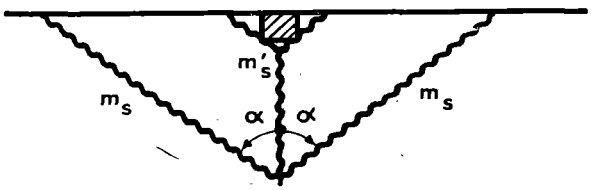


Schéma (a), valable pour toutes les valeurs de φ_s.

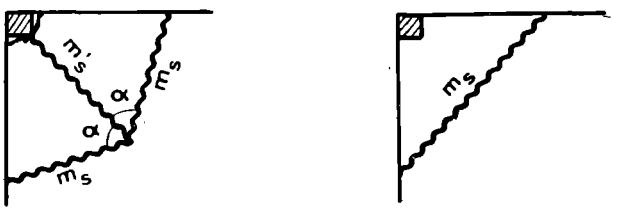


Schéma (a) : $\varphi_s = \frac{m_s'}{m_s} < 1$. Schéma (b) : $\varphi_s \geqslant 1$.

FIG. 8.23.

L'angle α, qui sert à définir la forme du mécanisme du schéma (*a*), est calculé par l'expression suivante :

$$\operatorname{tg}^2\alpha = 1 + \varphi_s$$

La position des lignes de rupture positive est définie, pour le schéma (*a*), par la distance du nœud A à la (ou aux) rive du plancher, et pour le schéma (*b*), par la distance de la ligne positive à l'angle du plancher. Ces distances n'interviennent pas dans l'établissement des relations moment-charge correspondant à ces mécanismes. Toutefois, les lignes de rupture pouvant traverser des zones de dalles différemment armées, il y aura lieu de tenir compte, lors de l'application de ces relations, de la position adoptée pour les lignes de rupture positives.

Les relations moment-charge sont les suivantes :

Poteau de rive : $\varphi_s \leqslant 1 : \dfrac{P}{1 + 4\dfrac{\sqrt{s}}{l}} = m_s(\pi + 2\varphi_s)$

$$\varphi_s > 1 : \frac{P}{1 + 4\dfrac{\sqrt{s}}{l}} = m_s(4 + 1{,}14\varphi_s)$$

Poteau d'angle :

$$\varphi_s < 1 \text{ (schéma } a\text{)}: \frac{P}{1 + 4\dfrac{\sqrt{s}}{l}} = m_s(1{,}57 + 0{,}43\varphi_s)$$

$$\varphi_s \geqslant 1 \text{ (schéma } b\text{)}: \frac{P}{1 + 4\dfrac{\sqrt{s}}{l}} = 2m_s$$

REMARQUE 5. — LONGUEUR DES BARRES D'ARMATURE

a) *Armature positive :*

Les longueurs des barres de l'armature inférieure pourront être déterminées de la manière suivante :

— Une partie de l'armature devra avoir une longueur au moins égale à l_x (ou l_y),

— Le reste des barres pourra avoir une longueur inférieure à l_x (ou l_y). La longueur de ces barres sera alors déterminée de manière à éviter le mécanisme de rupture indiqué à la figure ci-dessous :

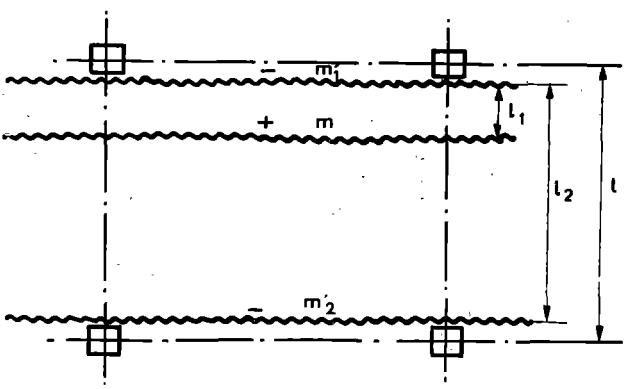


FIG. 8.24.

Ce mécanisme donne lieu, avec les notations indiquées à la figure ci-dessus, à la relation moment-charge suivante :

$$pl_r \cdot l_1(l_r - l_1) = 2m[l_r(1 + \varphi_1) + l_1(\varphi_2 - \varphi_1)]$$

b) *Armature négative :*

Les longueurs des barres de l'armature négative devront être suffisantes pour éviter la formation du mécanisme de ruine indiqué à la figure ci-dessous :

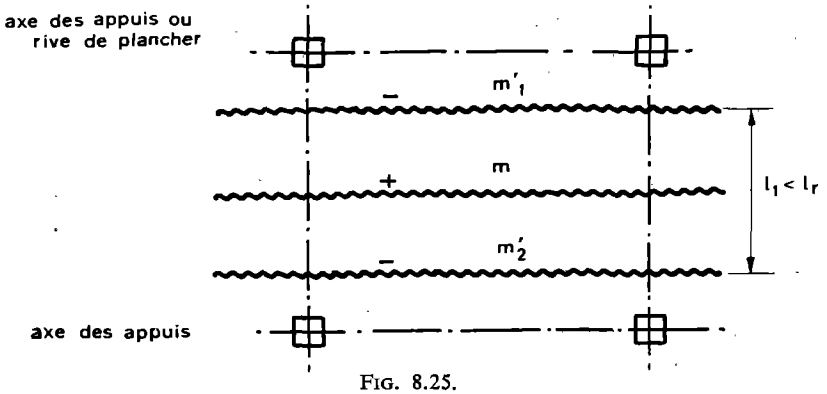


FIG. 8.25.

Dans ce mécanisme, m_1 et m'_2 sont les moments ultimes des sections de dalle dans lesquelles tout ou partie de l'armature négative sur appui cesse d'être efficace.

Ce mécanisme donne lieu à la relation moment-charge suivante :

$$m = \frac{p \cdot l_1^2}{2(\sqrt{1+\varphi_1} + \sqrt{1+\varphi_2})^2}$$

8.5. RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

1. C. BACH, O. GRAF : *Versuche mit allseitig aufliegenden quadratischen und rechteckigen Eisenbetonplatten* (Essais de dalles carrées et rectangulaires en béton armé appuyées sur leurs bords). Deutscher Ausschuss für Eisenbeton. N° 30 — Berlin 1915.
2. C. BACH, O. GRAF : *Versuche mit zweiseitig aufliegenden Eisenbetonplatten mit konzentrierter Belastung* (Essais de dalles en béton armé appuyées sur deux bords et soumises à une charge concentrée). Deutscher Ausschuss für Eisenbeton. N° 44 et 52.
3. K. W. JOHANSEN : *Yield-line theory* (Théorie des lignes de rupture). Traduction anglaise de l'ouvrage original (Brudlinie-theorier, 1931), Cement and Concrete Association, Londres 1962.
4. K. W. JOHANSEN : *Pladeformler*. Copenhague.
5. W. GEHLER, H. AMOS : *Versuche mit kreuzweise bewehrten Platten* (Essais de dalles armées dans deux directions perpendiculaires). Deutscher Ausschuss für Eisenbeton. N° 70. Berlin 1932.

6. K. W. JOHANSEN : *Nogle Pladeformler*, Copenhague.

7. F. LEVI : *Superfici d'influenza e fenomeni di adattamento nelle lastre piane.* Giornale del Genio Civile n° 5, 1950.

8. E. HOGNESTAD : *Yield-line theory for the ultimate flexural strength of reinforced concrete slabs.* J. ACI, mars 1953.

9. HAYTHORNTHWAITE, R. M. SHIELD R. T. : *A note on the deformable region in a rigid-plastic-structure.* J. Mech. Phys. Solid., vol. 6, 1958, pp. 127-131.

10. G. A. STEINMANN : *La théorie des lignes de rupture.* Bulletin d'Information du C.E.B. n° 27, septembre 1960.

11. *Instructions soviétiques concernant le calcul des structures hyperstatiques en béton armé* (chapitre IV). Traduction française. Bulletin d'Information du C.E.B. n° 28, octobre 1960.

12. R. M. WOOD : *Plastic and elastic design of slabs and plates* (Calcul plastique et élastique des dalles et plaques), Londres 1961.

13. M. P. NIELSEN : *Plasticitetsteorien for Jernbetonplater* (Théorie de la plasticité appliquée aux dalles en béton armé). Danmarks Tekniske Hojskole, Copenhague, 1962.

14. L. L. JONES : *Ultimate load analysis of reinforced and prestressed concrete structures.* Chatto and Windus, London 1962.

15. M. P. NIELSEN : *Exact solutions in the plastic plate theory* (Solutions exactes données par la théorie des dalles plastiques). Bygningstatiske Meddelelser, Vol. 34 n° 1, 1963, pp. 1-28.

16. C. MASSONNET, M. SAVE : *Calcul plastique des constructions.* Volume II. Bruxelles 1963.

17. I. Z. SOBOTKA : *Étude de la capacité de résistance des dalles biaises en béton armé.* Bulletin d'Information du C.E.B. n° 38, pp. 84-133, mars 63.

18. A. SAWCZUK, T. JAEGER : *Grenztaagfähigkeits-Theorie der Platten* (Théorie de la résistance limite des dalles). Springer-Verlag, Berlin, 1963.

19. UNIVERSITY OF ILLINOIS : *Structural research series.* Bulletins n° 181, 200, 211, 228, 249, 265, 277, ainsi que ACI Journal, Proceedings. Vol. 60, n° 9, septembre 1963.

20. M. P. NIELSEN : *Limit analysis of reinforced concrete slabs* (Analyse à l'état limite ultime des dalles en béton armé). Acta Polytechnica Scandinavica Ci 26, Copenhague, 1964.

21. J. C. MALDAGUE : *Essais de dalles simples ou continues armées de différents types d'acier.* Bulletin d'Information du C.E.B. N° 44, pp. 47-88, octobre 1964.

22. C. E. CALLARI : *Méthode générale de calcul des dalles dans le domaine anélastique.* Annales de l'Institut Technique, Paris, septembre 1964, XVII[e] Année. N° 201. Série « Théories et méthodes de calcul ».

23. *Recent developments in yield-line theory.* M.C.R. special publication, May 1965.

24. M. W. KWIECYNSKI : *Yield criterion for initially isotropic reinforced slab.* Magazine of concrete Research. Vol. 17, n° 51, June 65.

25. M. W. KWIECYNSKI : *Yield criterion for an orthotropically reinforced slab.* International Journal of Solids and Structures. Vol. 1, n° 4.

26. F. LEVI : *Contrôle des conditions de fissuration èt de déformation des dalles dimensonnées à l'état limite ultime.* Bulletin d'Information du C.E.B. N° 50, pp. 201-226, juillet 1965.

27. M. W. KWIECYNSKI : *Some tests on the yield criterion for a reinforced slab.* Magazine of Concrete Research. Vol. 17, n° 52.

28. J. R. ROBINSON, E. KARAESMEN : *Étude expérimentale de dalles bordées de poutres.* Bulletin d'Information du C.E.B. N° 50, juillet 1965.

29. A. A. GVOZDEV, S. M. KRYLOV : *Recherches expérimentales sur les dalles et planchers-dalles effectuées en Union Soviétique.* Bulletin d'Information du C.E.B. N° 50, pp. 174-200.

30. KUANG-HAN CH, RAM B. SINGH : *Yield analysis of balcony floor slabs.* J. ACI. May 1966, Proceedings V. 63, n° 5, pp. 571-586.

31. Ch. MASSONNET : *Théorie générale des plaques élasto-plastiques.* Bulletin d'Information du C.E.B. N° 56, août 1966.

32. A. CORNELIS : *Étude à l'aide d'une calculatrice électronique du comportement élastique des plaques.* Bulletin d'Information du C.E.B. N° 56, août 1966.

IMPRIMERIE NOUVELLE, ORLÉANS (O.P.I.A.C.L. 31.0427) — 5536-12/1967.

Dépôt légal n° 5595 (4e trimestre 1967).

Imprimé en France.